مجله تحقیق در عملیات در کاربردهای آن، سال دهم، شماره سوم (پیاپی ۳۸)، پاییز ۹۲، ص ص ۳۹-۲۵
شاپا ۷۲۸٦-۲۲۵۱

یک روش تعاملی مبتنی بر غیر فازی سازی پارامترها برای حل مساله حمل و نقل چند هدفه

الهام بهمنش*[1]، سید هادی ناصری[2]
۱- دانشجوی کارشناسی ارشد ریاضی کاربردی، دانشگاه مازندران، گروه ریاضی، بابلسر، ایران
۲- استادیار دانشگاه مازندران، گروه ریاضی، بابلسر، ایران

رسید مقاله: ۴ بهمن ۱۳۹۱
پذیرش مقاله: ۲۸ خرداد ۱۳۹۲

چکیده

در جهان واقعی مسایل تصمیم‌گیری برنامه‌ریزی حمل و نقل (*TPD*) عموماً با داده‌های نادقیق (فازی) سروکار دارد که ناشی از عدم کامل بودن اطلاعات و یا غیرقابل دسترس بودن داده‌هاست. در این مقاله یک مدل برنامه‌ریزی خطی چند هدفه فازی ارایه می‌شود که قصد دارد به طور همزمان مجموع هزینه‌ی تولیدات، حمل و نقل و زمان انتقال کالا از مبدا به مقصد را با توجه به ظرفیت موجودی در هر منبع و تقاضای پیش‌بینی شده در هر مقصد کمینه کند و یک جواب کارای مورد انتظار برای تصمیم‌گیرندگان، متناسب با سطح رضایتمندی آن‌ها به دست آورد. این مدل یک کاربرد عملی برای مسایل تصمیم‌گیری برنامه‌ریزی حمل و نقل است.

کلمات کلیدی: مساله برنامه‌ریزی حمل و نقل فازی، اعداد فازی، رتبه‌بندی، روش تعاملی، غیر فازی سازی.

۱ مقدمه

یکی از مهم‌ترین مدل‌های برنامه‌ریزی خطی مدل حمل و نقل است که کاربردهای وسیعی در بسیاری از حوزه‌های تصمیم‌گیری همچون برنامه‌ریزی تولید، توزیع منابع آب و نگهداری تجهیزات دارد. مدل‌های حمل و نقل نقشی مهم در پشتیبانی و مدیریت زنجیره عرضه برای کاهش هزینه، کاهش زمان و بهبود خدمات دارند. مطالعه مسایل حمل و نقل به طور واقعی قبل از توسعه کلی برنامه‌ریزی خطی مورد بحث قرار گرفت. هیچکاک در سال ۱۹۴۱ نخستین بار مساله حمل و نقل کلاسیک را معرفی کرد. این مساله به‌عنوان زیرمجموعه‌ای از مساله برنامه‌ریزی خطی در نظر گرفته می‌شود که در آن تمام محدودیت‌ها از نوع معادله هستند[۱]. در ابتدا هیچکاک [۱] و کانترویچ [۲] مدل حمل و نقل را توسعه دادند. سپس هالی [۳ و ۴] روند حل مساله حمل و نقل را گسترش داد. آرشام و خان [۵] یک نوع الگوریتم سیمپلکس را برای حل مساله حمل و نقل کلاسیک ارایه نمودند. از

* عهده دار مکاتبات
آدرس الکترونیکی : Behmanesh@stu.umz.ac.ir

طرفی مواردی وجود دارد که مساله حمل و نقل به صورت دقیق ارایه نمی‌شود. از این رو مطالعاتی برای حل مساله حمل و نقل فازی توسط چاناس و کوچتا [۶] صورت گرفت. هم‌چنین چاناس و همکاران روشی برای حل مساله حمل و نقل با مقادیر عرضه و تقاضای فازی ارایه کردند که در این روش از رویکرد برنامه‌ریزی پارامتری بر حسب عملگر بلمن- زاده کمک گرفته شد [۷]. بیت و همکاران [۸] تکنیک برنامه‌ریزی خطی فازی را برای مسایل چند هدفه به‌کار بردند. ورما و بیسوال [۹] یک روش بر اساس رویکرد برنامه‌ریزی فازی با تابع عضویت نمایی و هایپربولیک برای حل مسایل حمل و نقل چند هدفه ارایه دادند. جیمز و وردگای [۱۰] مساله حمل و نقل فازی را از طریق گسترش برنامه‌ریزی خطی کمکی پیشنهاد شده توسط چاناس و همکاران [۱۱] حل کردند. حسین [۱۲] مطالعاتی را برای از بین بردن مشکلات حمل و نقل چند هدفه با ضرایب احتمالی تابع هدف انجام داد. کاسانا و کومار [۱۳] در توسعه رویکردهایی متفاوت برای تولید راه‌حل‌های کارامد جهت رفع مشکلات مسایل چند هدفه حمل و نقل نقشی اساسی داشتند. لیانگ [۱۴] پیشنهاد یک مدل برنامه‌ریزی خطی چند هدفه فازی تعاملی را برای حل مشکلات حمل و نقل یکپارچه در زنجیره تامین ارایه نمود. در این مقاله مسایل برنامه‌ریزی خطی چند هدفه‌ی حمل و نقل که دارای پارامترهای فازی هستند؛ مورد بررسی قرار گرفته می‌شود. در بخش بعدی به بیان پیش‌نیازها و تعاریف مرتبط می‌پردازیم و مدل‌های مساله‌ی برنامه‌ریزی چند هدفه را در حالت‌های کلاسیک و فازی معرفی می‌کنیم. سپس در بخش سوم به تشریح مدل برنامه‌ریزی خطی چند هدفه‌ی حمل و نقل مورد بحث این مقاله پرداخته و روش حل این مدل را ارایه می‌نماییم. در ادامه با ارایه مثال عددی در بخش چهارم، نشان داده می‌شود که چگونه می‌توان مدل و روش فوق را در مسایل برنامه‌ریزی حمل و نقل اعمال نمود. بخش پنجم نیز به نتیجه‌گیری اختصاص دارد.

۲ پیش نیازها

۲-۱ مساله برنامه‌ریزی خطی چند هدفه [$MOLP$]

مساله برنامه‌ریزی خطی چند هدفه را می‌توان به صورت زیر بیان کرد:

$$\begin{aligned} &Max \quad f(x) = (f_1(x), f_2(x), \dots, f_k(x))^T \\ &s.t. \\ &\qquad x \in X = \left\{ x \in R^n \,\middle|\, g_j(x) \le 0,\ \ j = 1, 2, \dots, m \right\}. \end{aligned} \tag{1}$$

که در آن $f_1(x), \dots, f_k(x)$ ، k تابع هدف و X یک مجموعه شدنی از محدودیت‌ها هستند.

تعریف ۱: x^* یک جواب کامل برای (۱) است اگر یک $x^* \in X$ وجود داشته باشد؛ به‌طوری‌که: $f_i(x^*) \ge f_i(x),$ ، برای $i=1$ ،...، k ، به ازای هر x متعلق به X .

تعریف ۲: $x^* \in X$ یک جواب بهینه پارتو برای (۱) است اگر هیچ $x \in X$ ، $(x \ne x^*)$ وجود نداشته‌باشد به‌طوری‌که $f_i(x^*) \le f_i(x)$ ، $i=1$،...، k و حداقل برای یک $j \in \{1, 2, \dots, k\}$ ، $f_j(x^*) < f_j(x)$.

تعریف ۳: $x^* \in X$ یک جواب بهینه پارتو ضعیف برای (۱) است اگر هیچ $x \in X$، $(x \neq x^*)$ وجود نداشته باشد به‌طوری که $f_i(x^*) \leq f_i(x)$ ، $i=1,...,k$.

نکته ۱: در کلیه تعاریف بالا برای حالت کمینه‌سازی تابع هدف، علامت‌ها برعکس بیشینه‌سازی خواهد شد.

۲-۲ اعداد فازی

تعریف ٤ : اعداد فازی ذوزنقه‌ای

عدد فازی $\tilde{a}$ بر R یک عدد فازی ذوزنقه‌ای است اگر اعداد حقیقی a^L, a^U و $\alpha, \beta \geq 0$ وجود داشته باشد به طوری که :

$$\mu_{\tilde{a}}(x) = \begin{cases} \dfrac{x-(a^L-\alpha)}{\alpha}, & a^L - \alpha \leq x \leq a^L, \\ 1, & a^L \leq x \leq a^U, \\ \dfrac{(a^U+\beta)-x}{\beta}, & a^U \leq x \leq a^U + \beta, \\ 0, & o.w. \end{cases} \tag{۲}$$

در این تعریف اگر $a^L = a^U$ باشد؛ عدد فازی ذوزنقه‌ای تبدیل به عدد فازی مثلثی می‌شود [۱۵].

۲-۳ مساله برنامه‌ریزی خطی چند هدفه فازی $[FMOLP]$

مساله برنامه‌ریزی چند هدفه فازی را می‌توان به‌صورت زیر تعریف کرد:

$$\begin{aligned} Max \quad & \tilde{Z}_r = \sum_j \tilde{c}_{rj} x_j \\ s.t. \quad & \\ & \sum_j \tilde{a}_{ij} x_j \leq \tilde{b}_i, \\ & x_j \geq 0, \\ & r = 1,2,...,q, \quad i = 1,2,...,m. \end{aligned} \tag{۳}$$

که در آن $\tilde{c}_{rj}$ و $\tilde{a}_{ij}, \tilde{b}_i$ اعداد فازی ذوزنقه‌ای یا مثلثی هستند.

تعریف ۵: $x \in X$، یک جواب شدنی برای مساله $FMOLP$ (۳) است هرگاه در محدودیت‌های مساله (۳) صدق کند.

تعریف ٦: $x^* \in X$ یک جواب بهینه پارتو برای (۳) است اگر هیچ $x^* \in X$، $(x \neq x^*)$ وجود نداشته باشد به‌طوری که $\tilde{Z}_i(x) \geq \tilde{Z}_i(x^*)$ ، $i=1,...,q$ و برای حداقل یک $j \in \{1,2,...,q\}$ ، $\tilde{Z}_j(x) > \tilde{Z}_j(x^*)$.

نکته ۲: هرگاه توابع هدف در مدل (۳) از نوع کمینه‌سازی باشد؛ کلیه علامت‌ها برعکس خواهند شد.

۲-٤ رتبه‌بندی اعداد فازی

تابع رتبه‌بندی ارایه شده توسط روبن و فورتمپز [۱۶] به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$R(\tilde{a})=\frac{1}{2}\int_0^1(\inf\tilde{a}_\alpha+\sup\tilde{a}_\alpha)d\alpha \qquad (۴)$$

به‌سادگی می‌توان دید که تعریف بالا به صورت زیر مدل‌سازی می‌شود:

$$R(\tilde{a})=\frac{1}{2}(a^L+a^U+\frac{1}{2}(\beta-\alpha)) \qquad (۵)$$

برای هر دو عدد فازی $\tilde{a}$ و $\tilde{b}$ داریم:

$$\begin{aligned}&\tilde{a}\ge\tilde{b} \quad iff \quad R(\tilde{a})\ge R(\tilde{b})\\ &\tilde{a}>\tilde{b} \quad iff \quad R(\tilde{a})>R(\tilde{b}) \qquad (۶)\\ &\tilde{a}=\tilde{b} \quad iff \quad R(\tilde{a})=R(\tilde{b})\end{aligned}$$

به‌وضوح برای هر $\tilde{a},\tilde{b}\in F(\Re)$ و هر $k\in\Re-\{0\}$، تابع رتبه‌بندی خطی R دارای ویژگی زیر است:

$$R(k\tilde{a}+\tilde{b})=kR(\tilde{a})+R(\tilde{b})$$

حال با استفاده از رتبه‌بندی تعریف شده در بالا مساله $FMOLP$ داده شده در (۳) به یک مساله $MOLP$ متداول تبدیل خواهد شد:

$$\begin{aligned}&Max \quad R(\tilde{Z}_r)=\sum_j R(\tilde{c}_{rj})x_j \qquad (۷)\\ &s.t.\\ &\qquad \sum_j R(\tilde{a}_{ij})x_j \underset{\sim}{<} R(\tilde{b}_i),\\ &\qquad x_j\ge 0,\\ &\qquad r=1,2,\dots,q, \quad i=1,2,\dots,m.\end{aligned}$$

ازاین‌رو مساله $FMOLP$، معادل با مساله کمکی ذیل است:

$$\begin{aligned}&Max \quad Z'_r=\sum_j c'_{rj}x_j \qquad (۸)\\ &s.t.\\ &\qquad \sum a'_{ij}x_j \underset{\sim}{<} b'_i,\\ &\qquad x_j\ge 0,\\ &\qquad r=1,2,\dots,q, \quad i=1,2,\dots,m.\end{aligned}$$

که درآن a'_{ij},b'_i و c'_{rj} به ترتیب اعداد متناظر با اعداد فازی $\tilde{a}_{ij},\tilde{b}_i$ و $\tilde{c}_{rj}$ هستند که به وسیله رابطه (۵) به‌دست می‌آیند.

در ذیل نتایجی ارایه می گردد که ارتباط جواب بهینه به‌دست آمده از حل مساله کمکی را با مساله برنامه ریزی خطی چند هدفه نشان می‌دهد.

لم ۱: مجموعه جواب بهینه پارتو (۳) و (۸) یکسان هستند [۱۷].

برهان: فرض کنیم $w_۱$ و $w_۲$ به ترتیب مجموعه جواب‌های شدنی (۳) و (۸) باشند. از $x\in w_1$ داریم:

$$\sum_j \tilde{a}_{ij} x_j \underset{\sim}{<} \tilde{b}_i, \quad i=۱,۲,\ldots,m. \tag{۹}$$

بر اساس رابطه (۶) و با به‌کارگیری یک تابع رتبه بندی خطی R روی مجموعه معادلات خطی فازی داده شده در (۹) خواهیم داشت :

$$\sum_j R(\tilde{a}_{ij}) x_j \le R(\tilde{b}_i), \quad i=۱,۲,\ldots,m.$$

اگر و تنها اگر

$$\sum_j a'_{ij} x_j \le b'_i, \quad i=۱,۲,\ldots,m.$$

که‌در آن $b_i = R(\tilde{b}_i)$ و $a_{ij}=R(\tilde{a}_{ij})$، $i=۱,۲,\ldots,m$ و $j=۱,۲,\ldots,n$.

در نتیجه $x\in w_۲$، و بنابراین $w_۱ = w_۲$.

حال فرض کنید x^* یک جواب بهینه پارتو برای مساله (۳) باشد. طبق تعریف ۲ هیچ $x\in X$ وجود ندارد به‌طوری که $\tilde{Z}_i(x^*) \le \tilde{Z}_i(x)$، برای $i=۱,\ldots,q$ و برای حداقل یک l، $\tilde{Z}_l(x^*) < \tilde{Z}_l(x)$. با در نظر گرفتن تابع رتبه‌بندی خطی R به‌طور معادل می‌توان گفت، هیچ $x\in X$ وجود ندارد به‌طوری که $R(\sum_j \tilde{c}_{ij} x_j^*) \le R(\sum_j \tilde{c}_{ij} x_j)$، برای $i=۱,\ldots,q$ و برای حداقل یک l، $R(\sum_j \tilde{c}_{lj} x_j^*) < R(\sum_j \tilde{c}_{lj} x_j)$. در نتیجه هیچ $x\in X$ وجود ندارد به‌طوری‌که $\sum_j R(\tilde{c}_{ij}) x_j^* \le \sum_j R(\tilde{c}_{ij}) x_j$، برای $i=۱,\ldots,q$ و برای حداقل یک l، $\sum_j R(\tilde{c}_{lj}) x_j^* < \sum_j R(\tilde{c}_{lj}) x_j$ و به همین ترتیب، هیچ $x\in X$ وجود ندارد به‌طوری‌که $\sum_j c'_{ij} x_j^* \le \sum_j c'_{ij} x_j$، برای $i=۱,\ldots,q$ و برای حداقل یک l، $\sum_j c'_{lj} x_j^* < \sum_j c'_{lj} x_j$. نتیجه اخیر تعریف جواب بهینه پارتو برای مساله (۸) است و بنابراین حکم به اثبات می‌رسد.

۳ فرمول بندی مدل و روش حل آن

۳-۱ تشریح مساله و فرضیات

در این بخش ابتدا مساله تصمیم‌گیری حمل و نقل به طور عام تشریح می‌شود.

فرض کنیم که یک مرکز پخش‌کننده قصد دارد برنامه‌ای برای انتقال یک کالا از m منبع به n مقصد را تعیین کند. هر منبع یک موجودی قابل دسترس از این کالا برای توزیع به مقاصد گوناگون و هم‌چنین هر مقصد یک تقاضای پیش‌بینی شده را از این کالا برای دریافت از منابع مختلف دارد. طبق آن‌چه گفته شد مساله

تصمیم‌گیری برنامه‌ریزی حمل و نقل پیشنهادی قصد دارد یک مقدار بهینه برای حمل کالا از هر منبع به هر مقصد تعیین کند به‌طوری‌که هزینه‌ی کل تولیدات، حمل و نقل و هم‌چنین زمان تحویل کالا کمینه شود.

این مدل ریاضی توسعه یافته براساس فرضیات زیر تشریح می‌گردد:

- کلیه توابع هدف با سطوح انتظار نادقیق فازی می‌شوند.
- همه‌ی توابع هدف و قیود توابع خطی هستند.
- هزینه‌های حمل و نقل و زمان تحویل در یک مسیر مشخص به طور مستقیم با واحدهای (کالاها) انتقال داده شده متناسب می‌باشد.
- کل موجودی در دسترس در همه‌ی منابع برابر با کل احتیاجات متقاضیان در مقاصد می‌باشد.
- توابع عضویت خطی به منظور ارایه کلیه مجموعه‌های فازی تخصیص داده شده است.

فرض اول فازی بودن توابع هدف را در مسایل کاربردی برنامه‌ریزی تصمیم‌گیری حمل و نقل بیان می‌کند و به‌منظور یکپارچه کردن اختلاف‌نظر تصمیم‌گیرندگان برای جواب مساله بهینه سازی چند هدفه فازی در قالب یک سطح آرمان فازی آورده شده است. فرضیات دوم و سوم خواص خطی بودن و متناسب بودن را نشان می‌دهد که در یک مساله برنامه‌ریزی خطی استاندارد صدق می‌کند. فرض چهارم یک قید موثر و ضروری برای وجود یک جواب شدنی برای مسایل برنامه‌ریزی تصمیم‌گیری حمل و نقل است و در نهایت با وجود فرض پنجم امکان معادل سازی مساله برنامه ریزی چند هدفه خطی فازی را به یک مساله برنامه‌ریزی خطی فراهم می‌آورد که در نتیجه امکان حل مساله اصلی به شکل مطلوب توسط روش سیمپلکس استاندارد میسر می‌گردد.

۳-۲ فرمول بندی مساله

این بخش به تشریح فرآیند مدل‌سازی مساله برنامه‌ریزی خطی چند هدفه فازی و روش حل آن اختصاص دارد.

۳-۲-۱ توابع هدف

مدل پیشنهادی این مقاله شامل دو تابع هدف است که به طور همزمان در مساله برنامه‌ریزی خطی چند هدفه فازی آورده می‌شود:

کمینه کردن هزینه کل تولیدات و حمل و نقل:

$$Min \quad Z_1 \cong \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}(p_{ij}+c_{ij})Q_{ij} \qquad (10)$$

کمینه کردن کل زمان تحویل کالا:

$$Min \quad Z_2 \cong \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}\tilde{t}_{ij}Q_{ij} \qquad (11)$$

که در آن داریم:

Z_1 هزینه کل تولیدات و حمل و نقل (دلار).

Z_2 کل زمان تحویل (دقیقه).

Q_{ij} واحد حمل و نقل از منبع i به مقصد j .

p_{ij} هزینه تولید برای هر واحد از منبع i به مقصد j .

c_{ij} هزینه حمل و نقل برای هر واحد از i منبع به مقصد j .

$\tilde{t}_{ij}$ زمان حمل کالا برای هر واحد از منبع iبه مقصد j .

لازم به ذکر است که علامت " $\cong$ "شکل فازی"="است و به فازی بودن سطح آرمان (سطح رضایت‌مندی تصمیم‌گیرندگان) اشاره می‌کند. در جهان واقعی مسایل برنامه‌ریزی تصمیم‌گیری حمل و نقل، ضرایب محیط و پارامترهای عملیاتی معمولا نادقیق هستند؛ زیرا بعضی از اطلاعات و داده‌های مساله نادقیق و یا غیرقابل دسترس و خارج از افق برنامه‌ریزی می‌باشند. معادله (۱۰) با سطح آرمان نادقیق، فازی و معادله (۱۱) با سطح آرمان نادقیق و پارامتر زمان نادقیق، فازی است.

۳-۲-۲ محدودیت‌ها

- محدودیت کل موجودی قابل دسترس برای هر منبع:

$$\sum_{j=1}^{n} Q_{ij} = S_i, \quad i = 1,2,\dots,m \tag{۱۲}$$

- محدودیت کل تقاضا برای هر متقاضی:

$$\sum_{i=1}^{m} Q_{ij} = D_j, \quad j = 1,2,\dots,n \tag{۱۳}$$

- نامنفی بودن متغیرهای تصمیم:

$$Q_{ij} \geq 0, \quad i = 1,2,\dots,m, \quad j = 1,2,\dots,n \tag{۱۴}$$

که در آن S_i کل موجودی قابل دسترس (بر حسب واحد) در منبع i و D_j کل تقاضا از هر متقاضی j است.

پس از اعمال تابع رتبه‌بندی بیان شده در ۲-۴، مساله به صورت زیر در می‌آید:

$$\begin{aligned}
&Min \quad Z_1 \cong \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}(p_{ij}+c_{ij})Qij \\
&Min \quad Z_2 \cong \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} t'_{ij} Q_{ij} \\
&s.t. \\
&\qquad \sum_{j=1}^{n} Q_{ij} = S_i, \\
&\qquad \sum_{i=1}^{m} Q_{ij} = D_j, \\
&\qquad Q_{ij} \geq 0, \quad i = 1,2,\dots,m, \quad j = 1,2,\dots,n.
\end{aligned} \tag{۱۵}$$

که در آن t_{ij} عدد حقیقی متناظر با عدد فازی $\tilde{t}_{ij}$ می‌باشد.

مجدداً می‌توان مساله اخیر را به‌صورت روابط فازی به شکل زیر نشان داد:

$$\begin{aligned}
&Min \quad \tilde{Z}_1 \cong \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}(p_{ij}+c_{ij})Q_{ij} < Z_1^{\circ} \\
&Min \quad \tilde{Z}_2 \cong \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}t'_{ij}Q_{ij} < Z_2^{\circ} \\
&s.t. \\
&\qquad \sum_{j=1}^{n}Q_{ij} = S_i, \\
&\qquad \sum_{i=1}^{m}Q_{ij} = D_j, \\
&\qquad Q_{ij} \ge 0, \quad i=1,2,\dots,m, \quad j=1,2,\dots,n.
\end{aligned} \tag{16}$$

Z_1° و Z_2° به ترتیب حد مطلوبی است که تصمیم‌گیرنده درنظر دارد Z_1 و Z_2 تقریباً از آن کوچک‌تر باشند. زیمرمن [۱۸] مساله چند هدفه فازی اخیر را با جداسازی کلیه اهداف به مقادیر حداکثر Z^+ و حداقل Z^- به صورت زیر فرموله کرد:

$$Z_g^+ = Max\ Z_g, \quad x \in X_a, \tag{17}$$

$$Z_g^- = Min\ Z_g, \quad x \in X, \tag{18}$$

$$g = 1,2.$$

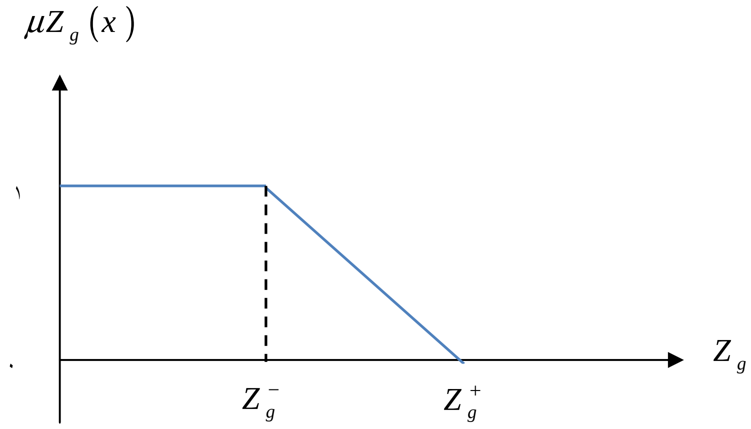
در ابتدا Z_g^- را با حل مساله چند هدفه به صورت یک‌سری مسایل تک هدفه با استفاده از یک هدف و حذف دیگر اهداف در هر مرحله به‌دست می‌آوریم (X_a) و سپس با قرار دادن مقادیر بهینه به‌دست آمده در Z_g، بیشترین مقدار Z_g حاصل می‌شود که همان Z_g^+ است [۱۹].

۳-۳ تابع عضویت خطی

تابع عضویت Z_g به صورت زیر فرموله شده است:

$$\mu_{Z_g}(x) = \begin{cases} 1, & Z_g \le Z_g^- \\ \dfrac{Z_g^+ - Z_g}{Z_g^+ - Z_g^-}, & Z_g^- \le Z_g \le Z_g^+ \\ 0, & Z_g \le Z_g^+ \\ g = 1,2. & \end{cases} \tag{19}$$

شکل ۱ نمودار تابع عضویت خطی را برای (۱۹) نشان می‌دهد.



شکل ۱. تابع عضویت خطی

۳-٤ تصمیم‌گیری فازی از بلمن و زاده

فرض کنید که X یک مجموعه از همه‌ی جواب‌های ممکن برای یک مساله تصمیم گیری باشد. یک هدف فازی G یک مجموعه فازی روی X است که با تابع عضویت زیر مشخص می‌شود:

$$\mu_G : X \rightarrow [0,1] \tag{۲۰}$$

یک قید فازی C یک مجموعه فازی روی مجموعه X است که با تابع عضویت زیر مشخص می‌شود:

$$\mu_C : X \rightarrow [0,1] \tag{۲۱}$$

آن‌گاه ترکیب G و C برای تولید یک تصمیم فازی D روی X که هر کدام یک مجموعه فازی هستند اشتراک G و C را نتیجه می‌دهد که با تابع عضویت زیر مشخص می‌شود [۲۰]:

$$L = \mu_D(x) = \mu_G(x) \wedge \mu_C(x) = Min(\mu_G(x), \mu_C(x)) \tag{۲۲}$$

بیشینه تصمیم متناظر به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$Max\ \ L = Max\, \mu_D(x) = MaxMin(\mu_G(x), \mu_C(x)) \tag{۲۳}$$

به‌طور کلی فرض کنید که تصمیم فازی D نتیجه k هدف فازی $G_1,...,G_k$ و m قید $C_1,...,C_m$ باشد. آن‌گاه تصمیم فازی D اشتراک $G_1,...,G_k$ و $C_1,...,C_m$ است که با تابع عضویت زیر مشخص می‌شود:

$$\begin{aligned} L &= \mu_D(x) = \mu_{G_1}(x) \wedge \mu_{G_2}(x) \wedge ...\mu_{G_k}(x) \wedge \mu_{C_1}(x) \wedge ...\mu_{C_m}(x) \\ &= Min\left\{\mu_{G_1}(x),...,\mu_{G_k}(x), \mu_{C_1}(x),...,\mu_{C_m}(x)\right\} \end{aligned} \tag{۲۴}$$

و بیشینه تصمیم متناظر به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\begin{aligned} &Max\ \ L = Max\, \mu_D(x) \\ &= MaxMin\left\{\mu_{G_1}(x),...,\mu_{G_k}(x), \mu_{C_1}(x),...,\mu_{C_m}(x)\right\} \end{aligned} \tag{۲۵}$$

در این متد که روش حداکثر- حداقل دستیابی توابع عضویت نامیده می‌شود برای پیدا کردن جواب بهینه می‌توان از مساله معادل خطی زیر استفاده کرد [۱۹].

$$\begin{aligned} & Max \ \ \lambda_g \\ & s.t. \\ & \qquad \lambda_g \le f_{\mu_{Z_g}} , \\ & \qquad \sum_{j=1}^{n} Q_{ij} = S_i , \\ & \qquad \sum_{i=1}^{m} Q_{ij} = D_j , \\ & \qquad Q_{ij} \ge 0, \\ & \qquad i = 1,2,\dots,m, \quad j = 1,2,\dots,n, \quad g = 1,2. \end{aligned} \tag{۲۶}$$

که درآن متغیر کمکی λ_g درجه رضایت‌مندی تصمیم‌گیرنده را با مقدار ضرایب مشخص شده‌ی تابع هدف نشان می‌دهد.

روند کلی پیشنهادی برای حل مسایل برنامه‌ریزی تصمیم‌گیری حمل و نقل در زیر آمده است:

- ✓ **گام اول**. فرمول‌بندی مدل اولیه برنامه‌ریزی چند هدفه فازی برای مسایل تصمیم‌گیری حمل و نقل.
- ✓ **گام دوم**. تبدیل پارامترهای فازی به پارامترهای قطعی با روش رتبه‌بندی.
- ✓ **گام سوم.** فرمول‌بندی مدل برنامه‌ریزی چند هدفه با پارامترهای قطعی.
- ✓ **گام چهارم.** تعیین تابع عضویت خطی متناظر به ازای همه‌ی توابع هدف.
- ✓ **گام پنجم.** معرفی متغیر کمکی λ و تبدیل مساله برنامه‌ریزی چند هدفه فازی با استفاده از عملگر مینیمم به یک مساله برنامه‌ریزی خطی تک هدفه معادل.
- ✓ **گام ششم.** حل مساله برنامه‌ریزی خطی و به‌دست آوردن جواب مورد انتظار تصمیم‌گیرندگان.

٤ مدل‌سازی و حل یک مساله

فرض کنید شرکتی برای ارایه یک محصول خود به پنج مرکز پخش‌کننده از یک کالا، از سه کارخانه‌ی تولید کننده این محصول در شهرهای مختلف استفاده می‌کند که‌به‌طور کامل در جدول ۱ نشان داده شده است. مقادیر ستون مقادیر سمت راست و آخرین سطر این جدول به‌ترتیب نشان دهنده ی موجودی قابل دسترس از این کالا در هر کارخانه و تقاضای هر مرکز پخش است. هر درایه از این جدول نشان‌دهنده یک مسیر از یک کارخانه خاص به یک مرکز پخش خاص است که هزینه حمل و نقل و زمان انتقال یک واحد را از این کالا در یک مسیر خاص و متناسب با یک وسیله نشان می‌دهد. از آن جایی که هزینه حمل و نقل، بیشترین هزینه را داراست؛ مدیر شرکت تصمیم به مطالعاتی برای کاهش این هزینه دارد. اهداف مورد انتظار برای حل این مساله تصمیم‌گیری حمل و نقل، کمینه کردن هزینه تولیدات و زمان انتقال کالاست. از آن جایی که در واقعیت، زمان انتقال کالا را نمی‌توان به طور دقیق بیان کرد؛ فازی در نظر گرفتن ضریب تابع زمان انتقال کالا آن چیزی است که ما را به مسایل واقعی نزدیک‌تر می‌سازد.

جدول ۱. اطلاعات مربوط به مساله

	۱	۲	۳	۴	۵	عرضه
۱	۱۰$ $\widetilde{۳۶۰}$ min	۱۲$ $\widetilde{۴۸۰}$ min	۱۶$ $\widetilde{۷۲۰}$ min	۲۰$ $\widetilde{۹۶۰}$ min	۳۰$ $\widetilde{۲۴۰۰}$ min	۱۸
۲	۱۲$ $\widetilde{۶۰۰}$ min	۷$ $\widetilde{۶۰۰}$ min	۱۳$ $\widetilde{۹۰۰}$ min	۲۴$ $\widetilde{۱۳۲۰}$ min	۳۶$ $\widetilde{۱۹۲۰}$ min	۲۴
۳	۱۴$ $\widetilde{۷۲۰}$ min	۱۶$ $\widetilde{۹۶۰}$ min	۲۰$ $\widetilde{۱۰۸۰}$ min	۱۰$ $\widetilde{۶۰۰}$ min	۳۲$ $\widetilde{۱۸۰۰}$ min	۱۰
تقاضا	۱۰	۸	۱۲	۱۶	۶	۵۲

تابع عضویت اعداد فازی نوشته شده در جدول بالا به‌صورت زیر است:

$$\mu_{\tilde{t}_{۱۱}}(x)=\begin{cases}\dfrac{x-۳۵۶}{۴}, & ۳۵۶\le x\le ۳۶۰,\\ \dfrac{۳۷۰-x}{۱۰}, & ۳۶۰\le x\le ۳۷۰,\\ ۰, & o.w.\end{cases}\qquad \mu_{\tilde{t}_{۱۲}}(x)=\begin{cases}\dfrac{x-۴۷۴}{۶}, & ۴۷۴\le x\le ۴۸۰,\\ \dfrac{۴۹۴-x}{۱۴}, & ۴۸۰\le x\le ۴۹۴,\\ ۰, & o.w.\end{cases}$$

$$\mu_{\tilde{t}_{۱۳}}(x)=\begin{cases}\dfrac{x-۷۱۳}{۷}, & ۷۱۳\le x\le ۷۲۰,\\ \dfrac{۷۳۵-x}{۱۵}, & ۷۲۰\le x\le ۷۳۵,\\ ۰, & o.w.\end{cases}\qquad \mu_{\tilde{t}_{۱۴}}(x)=\begin{cases}\dfrac{x-۹۵۰}{۱۰}, & ۹۵۰\le x\le ۹۶۰,\\ \dfrac{۹۷۴-x}{۱۴}, & ۹۶۰\le x\le ۹۷۴,\\ ۰, & o.w.\end{cases}$$

$$\mu_{\tilde{t}_{۱۵}}(x)=\begin{cases}\dfrac{x-۲۳۶۰}{۴۰}, & ۲۳۶۰\le x\le ۲۴۰۰,\\ \dfrac{۲۴۸۰-x}{۸۰}, & ۲۴۰۰\le x\le ۲۴۸۰,\\ ۰, & o.w.\end{cases}\qquad \mu_{\tilde{t}_{۲۱}}(x)=\begin{cases}\dfrac{x-۵۸۰}{۲۰}, & ۵۸۰\le x\le ۶۰۰,\\ \dfrac{۶۲۰-x}{۲۰}, & ۶۰۰\le x\le ۶۲۰,\\ ۰, & o.w.\end{cases}$$

$$\mu_{\tilde{t}_{۲۲}}(x)=\begin{cases}\dfrac{x-۵۷۰}{۳۰}, & ۵۷۰\le x\le ۶۰۰,\\ \dfrac{۶۳۰-x}{۳۰}, & ۶۰۰\le x\le ۶۳۰,\\ ۰, & o.w.\end{cases}\qquad \mu_{\tilde{t}_{۲۳}}(x)=\begin{cases}\dfrac{x-۸۸۰}{۲۰}, & ۸۸۰\le x\le ۹۰۰,\\ \dfrac{۹۲۰-x}{۲۰}, & ۹۰۰\le x\le ۹۲۰,\\ ۰, & o.w.\end{cases}$$

$$\mu_{\tilde{t}_{۲۴}}(x)=\begin{cases}\dfrac{x-۱۳۰۰}{۲۰}, & ۱۳۰۰\le x\le ۱۳۲۰,\\ \dfrac{۱۳۵۶-x}{۳۶}, & ۱۳۲۰\le x\le ۱۳۵۶,\\ ۰, & o.w.\end{cases}\qquad \mu_{\tilde{t}_{۲۵}}(x)=\begin{cases}\dfrac{x-۱۸۹۰}{۳۰}, & ۱۸۹۰\le x\le ۱۹۲۰,\\ \dfrac{۱۹۶۲-x}{۴۲}, & ۱۹۲۰\le x\le ۱۹۶۲,\\ ۰, & o.w.\end{cases}$$

$$\mu_{\tilde{t}_{۳۱}}(x)=\begin{cases}\dfrac{x-۷۱۰}{۱۰}, & ۷۱۰\le x\le ۷۲۰,\\ \dfrac{۷۳۸-x}{۱۸}, & ۷۲۰\le x\le ۷۳۸,\\ ۰, & o.w.\end{cases}\qquad \mu_{\tilde{t}_{۳۲}}(x)=\begin{cases}\dfrac{x-۹۵۵}{۵}, & ۹۵۵\le x\le ۹۶۰,\\ \dfrac{۹۷۷-x}{۱۷}, & ۹۶۰\le x\le ۹۷۷,\\ ۰, & o.w.\end{cases}$$

$$\mu_{\tilde{t}_{۳۳}}(x)=\begin{cases}\dfrac{x-۱۰۰۰}{۸۰}, & ۱۰۰۰\le x\le ۱۰۸۰,\\ \dfrac{۱۱۲۰-x}{۴۰}, & ۱۰۸۰\le x\le ۱۱۲۰,\\ ۰, & o.w.\end{cases}\qquad \mu_{\tilde{t}_{۳۴}}(x)=\begin{cases}\dfrac{x-۵۹۵}{۵}, & ۹۵۹\le x\le ۶۰۰,\\ \dfrac{۶۱۳-x}{۱۳}, & ۶۰۰\le x\le ۶۱۳,\\ ۰, & o.w.\end{cases}$$

$$\mu_{\tilde{t}_{۳۵}}(x)=\begin{cases}\dfrac{x-۱۷۷۰}{۳۰}, & ۱۷۷۰\le x\le ۱۸۰۰,\\ \dfrac{۱۸۶۲-x}{۶۲}, & ۱۸۰۰\le x\le ۱۸۶۲,\\ ۰, & o.w.\end{cases}$$

فرآیند حل:

گام اول: فرمول‌بندی مدل *FMOLP* برای مساله تصمیم‌گیری حمل و نقل مطابق با معادله‌های (۱۰) تا (۱۴).

گام دوم: تبدیل پارامترهای فازی به پارامترهای قطعی طبق(۵).

گام سوم: فرمول‌بندی مدل *MOLP* برای مساله تصمیم‌گیری حمل و نقل مطابق با معادله (۱۵).

گام چهارم: تعیین تابع عضویت خطی متناظر با همه‌ی توابع هدف. ابتدا یک جواب آغازین برای هر یک از توابع هدف با استفاده از حل کلاسیک برنامه‌ریزی تک هدفه به‌دست می‌آوریم.

نتیجه‌ی به‌دست آمده در این مثال برابر است با:

$$Z_۱=۷۲۰\$ \quad Z_۲=۴۲۱۷۸\,\text{min}$$

سپس تابع عضویت خطی برای هر یک از توابع هدف با استفاده از معادله (۱۹) به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\mu_{Z_1}(x)=\begin{cases} 1 & , \quad Z_1 \le 720, \\ \dfrac{754-x}{34} & , \quad 720 \le Z_1 \le 754, \\ 0 & , \quad Z_1 \le 754. \end{cases}$$

$$\mu_{Z_2}(x)=\begin{cases} 1 & , \quad Z_2 \le 42178, \\ \dfrac{46412-x}{4234} & , \quad 42178 \le Z_2 \le 46412, \\ 0 & , \quad Z_2 \le 46412. \end{cases}$$

گام پنجم: مساله چند هدفه را از روش عملگر مینیمم به یک مساله تک هدفه معادل تبدیل می‌کنیم:

$$\begin{aligned} &Max \quad \lambda_1+\lambda_2 \\ &s.t. \\ &\qquad \lambda_1 \le \frac{754-x}{34}, \\ &\qquad \lambda_2 \le \frac{46412-x}{4234}, \\ &\qquad \sum_{j=1}^{n} Q_{ij} = S_i, \\ &\qquad \sum_{i=1}^{m} Q_{ij} = D_j, \\ &\qquad Q_{ij} \ge 0, \\ &\qquad 0 \le \lambda_g \le 1, \\ &\qquad i=1,2,\dots,m, \quad j=1,2,\dots,n, \quad g=1,2. \end{aligned} \tag{27}$$

گام ششم: با حل مساله (۲۷) خواهیم داشت:

جدول ۲. جواب مساله(۲۷)

Q_{ij}	$Q_{11}=10 \quad Q_{14}=6 \quad Q_{15}=2$ $Q_{22}=8 \quad Q_{23}=12 \quad Q_{25}=4$ $Q_{34}=10$
مقادیر تابع هدف	$Z_1=736\$$ $Z_2=43508\,\min$ $\lambda_1=0.5294118$ $\lambda_2=0.6858762$

جدول زیر به مقایسه جواب‌های به‌دست آمده اختصاص دارد:

جدول ۳. مقایسه‌ی جواب‌های به‌دست آمده

مدل اجرایی این مقاله	مساله برنامه‌ریزی خطی شماره ۲	مساله برنامه‌ریزی خطی شماره ۱	
$Max\ \lambda_۱+\lambda_۲$	$Min\ Z_۲$	$Min\ Z_۱$	تابع هدف
$\lambda_۱=۵۳\%$	٪۱۰۰	٪۱۰۰	میزان رضایت‌مندی
$\lambda_۲=۶۸\%$			
۷۳۶	۷۵۴	۷۲۰	تابع هدف $Z_۱$
۴۳۵۰۸	۴۲۱۷۸	۴۶۴۱۲	تابع هدف $Z_۲$

۵ نتیجه‌گیری

در جهان واقعی مسایل تصمیم‌گیری برنامه‌ریزی حمل و نقل عموماً با داده‌های نادقیق سروکار دارد که ناشی از عدم کامل بودن اطلاعات و یا غیرقابل دسترس بودن داده‌هاست. در این مقاله، مدل حمل و نقل دارای دو تابع هدف کمینه‌سازی هزینه و زمان است به‌طوری‌که تقاضای مشتریان و میزان عرضه‌ی عرضه‌کنندگان برآورده شود. به‌وضوح تکنیک‌ها و روابط برنامه‌ریزی ریاضی نمی‌تواند مسایل تصمیم‌گیری حمل و نقل را با ضرایب تابع هدف فازی حل کند. این کار یک مدل برنامه‌ریزی خطی چندهدفه فازی تعاملی را برای حل مسایل تصمیم‌گیری حمل و نقل با ضرایب تابع هدف فازی نشان می‌دهد. روش ارایه شده در این مقاله از انعطاف‌پذیری محاسباتی و کارایی خوبی برخوردار است.

منابع

[1] Hitchcock, F. L., (1941). The distribution of a product from several sources to numerous localities. Journal of Mathematical Physics, 20, 224-230.

[2] Kantorovich, L. V., (1960). Mathematical methods of organizing and planning production (in Russian). English Translation in Management Science, 6, 366-422.

[3] Haley, K. B., (1962). The solid transportation problem. Operations Research, 10, 448-463.

[4] Haley, K. B., (1963). The multi index problem. Operations Research, 11, 368-379.

[5] Arsham, H., Khan, A. B., (1989). A simplex type algorithm for general transportation problems: An alternative to stepping-stone. Journal of Operation Research Society, 40, 581-590.

[6] Chanas, S., Cuchta, D., (1996). A concept of the optimal solution of the transportation problem with fuzzy cost coefficients. Fuzzy Sets and Systems, 82, 299-305.

[7] Chanas, S., Kolodziejczyk, W., Machaj, A., (1984). A fuzzy approach to the transportation problem. Fuzzy Sets and Systems, 13, 211-221.

[8] Bit, A. K., Biswal, M. P., Alam, S. S., (1993). Fuzzy programming approach to multi objective solid transportation problem. Fuzzy Sets and Systems, 57, 183-194.

[9] Verma, R., Biswal, M., (1997). Fuzzy programming technique to solve multiple objective transportation problems with some nonlinear membership functions. Fuzzy Sets and Systems, 91, 37-43.

[10] Jimenez, F., Verdegay, J. L., (1998). Uncertain solid transportation problems, Fuzzy Sets and Systems, 100, 45-57.

[11] Chanas, S., Delgado, M., Verdegay, J. L., Vila, M. A., (1993). Interval and fuzzy extension of classical transportation problems. Transportation Planning and Technology, 17, 203-218.

[12] Hussein, M. L., (1998). Complete solution of multiple objective transportation problem with possibilistic coefficients. Fuzzy Sets and Systems, 93(3), 293-299.

[13] Kasana, H. S., Kumar, K. D., (2000). An efficient algorithm for multi-objective transportation problems. Asia-Pacific Operational Research, 17, 27-40.

[14] Liang, T. F., (2008). Interactive multi objective transportation planning decisions using fuzzy linear programming. Asia-Pacific Journal of Operational Research, 25, 11-31.
[15] Nasseri, S. H., Attari, H., Ebrahimnejad, E., (2012). Revised simplex method and its application for solving fuzzy linear programming problems. European Journal of Industrial Engineering, 6(3), 259-280.
[16] Fortemps, F., Roubens, F., (1996). Ranking and defuzzification methods based on area compensation, Fuzzy Sets and Systems, 823, 19-330.
[17] Mishmas Nehi, H., Hajmohamadi, H., (2012). A ranking function method for solving fuzzy muli-objective linear programming problem. Annals of Fuzzy Mathematics Informatics, 331-38.
[18] Zimmermann, H. J., (1978). Fuzzy programming and linear programming with several objective function. Fuzzy Sets and Systems, 1, 45-55.
[19] Amid, A., Ghodsypour, S. H., O' Brien, C., (2006). Fuzzy multi-objective linear model for supplier selection in supply chain. International Journal of Production economics, 104, 394-407.
[20] Bellman, R. E., Zadeh, A., (1970). Decision-making in a fuzzy environment. Management Science, 17, 141-164.