

## ارایه مدل و الگوریتم برای مساله زمان بندی ناوگان چند پایانه ای توسعه یافته با در نظر گرفتن محدودیت های توازن تعداد ناوگان

ملیحه نیک سیرت<sup>\*</sup>

۱- استادیار، گروه علوم کامپیوتر، دانشکده مهندسی صنایع و کامپیوتر، دانشگاه صنعتی بیرجند، بیرجند، ایران.

رسید مقاله: ۱۲ آبان ۱۳۹۷

پذیرش مقاله: ۲۹ اسفند ۱۳۹۸

### چکیده

هدف مساله زمان بندی ناوگان چند پایانه ای (MDVSP) انجام سفرهای برنامه ریزی شده با استفاده بهینه از منابع موجود می باشد. این مساله در مدیریت سیستم حمل و نقلی بسیار با اهمیت است. یکی از راهکارهای مفید برای مدیریت بهتر چنین سیستمی در نظر گرفتن محدودیت های شرایط واقعی مساله است. یکی از محدودیت هایی که در کاربردهای واقعی مساله MDVSP دیده می شود، محدودیت متوازن سازی پایانه ها می باشد. به منظور متوازن سازی تعداد ناوگان عزیمت شده از هر پایانه و همچنین تعداد رانندگان تخصیص یافته به هر پایانه، در این مقاله محدودیت جدیدی پیشنهاد شده است. این نرمال سازی از تجمع بیش از حد ناوگان در یک یا چند پایانه و ترافیک ناشی از آن جلوگیری کرده و باعث توازن منابع بین پایانه ها می شود. با افزودن این محدودیت به مدل مساله، یک مدل گسترش یافته برای مساله MDVSP پیشنهاد شده است که در آن محدودیت متوازن سازی به صورت یک محدودیت نرم مدل سازی شده است. با توجه به این که در کاربردهای واقعی این مساله با نمونه های بزرگ-مقیاس مواجه هستیم، برای حل مساله با در نظر گرفتن محدودیت جدید، از رویکرد تجزیه به همراه ایده های مزایده-محور استفاده شده است. برای ارزیابی مدل و روش حل ارائه شده از نرم افزار CPLEX به منظور مقایسه نتایج استفاده شده است. نتایج محاسباتی نشان می دهد که رویکرد پیشنهادی می تواند در زمان مطلوب مساله مورد نظر را با دقت مناسب حل کرده و همزمان محدودیت مورد نظر را برآورده سازد.

**کلمات کلیدی:** زمان بندی ناوگان چند پایانه ای، محدودیت های نرم، الگوریتم مزایده، سفرهای زمان بندی شده، سیستم حمل و نقل، مساله جریان چند کالایی.

### ۱ مقدمه و پیشینه تحقیق

مساله زمان بندی ناوگان چند پایانه ای<sup>۲</sup> (MDVSP) یکی از مسایل مهم بهینه سازی ترکیباتی است که نقش مهمی در مدیریت سیستم های حمل و نقل دارد. این مساله همچنین کاربردهای دیگری در زمینه هایی مانند برنامه ریزی

\* عهده دار مکاتبات

آدرس الکترونیکی: niksirat@birjandut.ac.ir

<sup>2</sup> Multi-depot vehicle scheduling problem

خطوط انتقال [۱] و کاهش تأخیرات ترافیکی [۲] دارد. مدل ریاضی این مساله قابل تبدیل به مساله جریان چندمحموله‌ای می‌باشد و بنابراین این مساله یکی از کاربردهای بسیار مهم مساله جریان چندمحموله‌ای نیز است. بررسی تحقیقات روی مساله نشان می‌دهد که در صورت وجود دو یا بیش از دو پایانه، این مساله NP-سخت بوده و هیچ الگوریتم زمان چندجمله‌ای برای آن وجود ندارد [۳]. هدف مساله تخصیص ناوگان حمل و نقل عمومی موجود در پایانه‌ها به سفرهای زمان‌بندی شده است به نحوی که یک مجموعه از سفرهای زمان‌بندی شده، انجام شود. به این منظور برای هر ناوگان یک برنامه زمان‌بندی ارایه خواهد شد. این برنامه زمان‌بندی به صورت دنباله‌ای از سفرهایی است که باید توسط ناوگان به صورت متوالی انجام شود به طوری که هزینه کلی انجام عملیات کمینه شود.

مساله زمان‌بندی ناوگان به طور وسیعی در تحقیقات مورد بررسی قرار گرفته است. به دلیل NP-سخت بودن مساله، الگوریتم‌های دقیق به تنهایی نمی‌تواند برای حل مساله در شرایط واقعی به کار روند. ایده‌های مختلف حل این مساله، شامل طیف وسیعی از روش‌ها مانند روش‌های تجزیه  $([4, 5])$ ، روش‌های بهینه‌سازی عدد صحیح  $([6, 7, 8])$ ، روش‌های فراابتکاری و جستجوی محلی  $([9, 10, 11])$  و الگوریتم‌های فراابتکاری  $([12, 13, 14, 15])$  می‌باشند. همچنین در تحقیقات قبلی مدل‌های ریاضی مختلفی برای مساله زمان‌بندی بیان شده است. انواع مدل‌های این مساله عبارتند از: مدل جریان چندمحموله‌ای  $([16])$ ، مدل افراز مجموعه‌ای  $([17])$ ، مدل جریان تک محموله‌ای با محدودیت‌های حذف دور  $([18])$  و مدل جریان تک محموله‌ای با متغیرهای تخصیص  $([19])$ . روش‌های تجزیه مانند روش تولید ستون و روش آزادسازی لاگرانژ جواب‌های نسبتاً دقیق در زمان محاسباتی زیاد تولید می‌کنند. از طرف دیگر الگوریتم‌های فراابتکاری مانند روش‌های جستجوی ممنوع در زمان محاسباتی کوتاهی یک جواب مناسب بدون تضمین بهینگی برای مساله تولید می‌کنند که در مسایل بزرگ - مقیاس قابل توجه می‌باشد.

تحقیقات اخیر در زمینه مسایل زمان‌بندی ناوگان چندپایانه‌ای بیشتر بر روی نسخه‌های مختلف مساله و ارایه راهکارهای جدید برای حل آن متمرکز شده است. برای ذکر چند نمونه، مساله زمان‌بندی ناوگان چندپایانه‌ای با در نظر گرفتن ناوگان الکتریکی، در [۲۰] بررسی شده است. در مقاله [۲۱] یک الگوریتم متاهوریستیک برای حل مساله زمان‌بندی و برنامه‌ریزی آمیخته وسایل نقلیه و الگوریتم‌های ابتکاری بر مبنای روش‌های تولید ستون در مقالات [۲۲، ۲۳، ۲۴] پیشنهاد شده‌اند.

در این مقاله مساله زمان‌بندی ناوگان با محدودیت توازن تعداد ناوگان در بین پایانه‌ها بررسی شده است. با بررسی ادبیات موجود یک نکته حایز اهمیت است که در زمان‌بندی ارایه شده، بار ترافیکی در یک یا چند پایانه افزایش یافته و این باعث توزیع نامناسب منابع در بین پایانه‌ها می‌شود. به این ترتیب، در نظر گرفتن راهکاری که بتواند ناوگان حمل و نقلی را به گونه‌ای مدیریت کند که ضمن ایجاد یک برنامه زمان‌بندی مناسب، توازن قابل قبولی برای جلوگیری از ایجاد این مشکل ارایه کند ضروری است. در این مقاله، محدودیت توازن ناوگان به عنوان یک محدودیت جدید به مساله اضافه شده و مدل مناسب مساله برای در نظر گرفتن محدودیت جدید پیشنهاد شده است.

روش‌های ابتکاری و فراابتکاری از ابتدای امر برای حل مساله زمان‌بندی ناوگان مورد توجه محققین قرار گرفته است. این الگوریتم‌ها برای تولید یک زمان‌بندی در زمان اجرای کم موفق عمل می‌کنند. گروهی از محققین با توجه به قابلیت این روش‌ها در حل سریع مساله و امکان بهبود جواب‌های به‌دست آمده، بر استفاده از روش‌های ابتکاری تاکید می‌کنند [۱۵]. همچنین این افراد بر انعطاف‌پذیری روش‌های ابتکاری برای در نظر گرفتن محدودیت‌ها و هدف‌هایی که لازم است برای مدیریت سیستم به مدل اضافه شود تاکید می‌ورزند. در مقایسه با سایر الگوریتم‌ها، الگوریتم‌های ابتکاری قابلیت ترکیب با سایر روش‌ها را دارند و امکان بهبود نتایج الگوریتم به وسیله تحلیل‌هایی که از ترکیب آن با سایر الگوریتم‌ها به‌دست می‌آید فراهم است. به‌علاوه در اکثر الگوریتم‌های ابتکاری و فراابتکاری می‌توان از پردازش‌های موازی در تسریع الگوریتم استفاده کرد. اما از آنجایی که الگوریتم‌های ابتکاری بر اساس ویژگی‌های خاص مساله و شبکه مورد بررسی ساخته می‌شوند، پایداری الگوریتم برای حل مسایل مشابه پایین است و نیاز به تغییرات مناسب برای بومی‌سازی روش دارد. به‌طور کلی، با مقایسه روش‌های مختلف حل مساله در ادبیات موجود، مشخص می‌شود که روش‌های ابتکاری و فراابتکاری و الگوریتم‌های تجزیه‌بهترین‌کارایی را از دیدگاه زمان اجرا و کیفیت جواب برای حل این مساله داشته‌اند. بر این اساس، در این مقاله، از یک ایده ترکیبی بر اساس ترکیب الگوریتم ابتکاری مزایده و روش تجزیه برای حل مساله زمان‌بندی ناوگان تحت محدودیت توازن استفاده شده است.

الگوریتم مزایده یکی از الگوریتم‌های مشهور است که در ابتدا برای محاسبات موازی ارایه شد [۲۵]. همچنین این الگوریتم در محاسبات متوالی بسیار سریع عمل می‌کند. الگوریتم مزایده سه شکل اصلی پیشرو<sup>۱</sup>، معکوس<sup>۲</sup> و ترکیبی دارد. در این مقاله از رویکرد الگوریتم مزایده برای حل مساله MDVSP در حضور محدودیت توازن ناوگان استفاده شده است. با توجه به مزیت‌هایی که الگوریتم مزایده دارد و با توجه به نتایج محاسباتی به‌دست آمده به نظر می‌رسد که رویکرد پیشنهادی، قابلیت حل مساله با شرایط واقعی در نظر گرفته شده را دارد. از جمله مزیت‌های این الگوریتم می‌توان به موارد زیر اشاره کرد:

الگوریتم مزایده توسعه‌یافته، مساله را به دو فاز تجزیه می‌کند. با توجه به این که الگوریتم‌های تجزیه با شکست مساله اصلی و ادغام زیرمسایل آنها قابلیت حل مسایل بزرگ - مقیاس را دارند لذا این الگوریتم همان‌طور که نتایج عددی مقاله نشان خواهد داد در زمان کوتاهی قادر به تولید یک جواب تقریبی برای مساله گسترش‌یافته می‌باشد.

الگوریتم مزایده به‌ویژه در محاسبات موازی به خوبی عمل می‌کند و اگر در هر گام چند سفر تخصیص نیافته انتخاب شوند، می‌توانیم الگوریتم را به صورت موازی اجرا کنیم که این خود باعث کاهش زمان اجرای الگوریتم می‌شود. این الگوریتم به راحتی برای مساله زمان‌بندی ناوگان با محدودیت توازن بومی‌سازی می‌شود و می‌تواند به راحتی برای حل این مساله به کار رود. در ادامه این مقاله در بخش دوم تعریف مساله زمان‌بندی ناوگان چندپایانه‌ای با محدودیت متوازن‌سازی تعداد ناوگان، در بخش سوم رویکرد الگوریتم مزایده و ایده تجزیه برای

<sup>1</sup> Forward

<sup>2</sup> Reverse

حل مساله، در بخش چهارم نتایج محاسباتی مقاله و در بخش پنجم جمع بندی مقاله به همراه راهکارهای آتی ارایه شده اند.

## ۲ بیان مساله

در ابتدای این بخش تعریف مساله MDVSP آمده است. سپس مدل گسترش یافته مساله جهت مدل سازی محدودیت های متوازن سازی پیشنهاد شده است. موارد ذیل در مدل این مساله در نظر گرفته شده اند:

✓  $T$  مجموعه سفر زمان بندی شده است که باید توسط ناوگان حمل و نقلی موجود در  $K$  پایانه انجام شود. سفرهای متعلق به  $T$  بر اساس زمان شروع سفر مرتب شده اند.

✓ تعداد ناوگان موجود در پایانه  $(k=1, \dots, K)$ ،  $v_k$  می باشد.

✓ هر سفر  $i \in T$  با چهار ویژگی مکان شروع  $s_i$ ، مکان پایان  $e_i$ ، زمان شروع  $a_i$  و مدت زمان انتقال از مکان  $s_i$  به  $e_i$  مشخص می شود.

✓ در یک برنامه زمان بندی برای یک ناوگان هر سفر بایستی دقیقاً یک بار توسط یک وسیله نقلیه انجام شود.

✓ هر زمان بندی برای یک وسیله نقلیه بایستی از یک پایانه شروع شود و در نهایت به همان پایانه ختم شود. این زمان بندی شامل یک دنباله از سفرها است که برای هر دو سفر متوالی  $i$  و  $j$  رابطه  $a_i + \delta_i + t_{i,j} \leq a_j$  برقرار می باشد. جفت سفرهای  $(i, j)$  که در شرط فوق الذکر صدق می کنند سفرهای سازگار<sup>۱</sup> نامیده می شود.  $t_{i,j}$  زمان لازم برای انتقال از انتهای سفر  $i$  به ابتدای سفر  $j$  است. هر وسیله نقلیه باید دنباله ای از سفرها را انجام دهد به نحوی که هر دو سفر متوالی سازگار باشند.

✓ هر وسیله نقلیه سفر خود را از یک پایانه شروع می کند و در انتهای سفر به همان پایانه برمی گردد.

✓ تعداد ناوگان عزیمت شده از هر پایانه نباید بیشتر از ظرفیت آن پایانه باشد.

✓ هزینه زمان بندی برای یک وسیله نقلیه مجموع هزینه انتقال بین سفرهای متوالی و هزینه انتظار برای انجام سفرهای زمان بندی شده است. همچنین این هزینه شامل یک هزینه ثابت می باشد که همان هزینه راه اندازی یک وسیله نقلیه از پایانه می باشد. هدف مساله کمینه سازی مجموع هزینه زمان بندی و هزینه ناوگان است (استفاده از هر وسیله نقلیه یک هزینه ثابت به تابع هدف اضافه می کند).

✓ شبکه اتصال جهت دار بدون دور  $G = (V, A)$  به صورت زیر تعریف می شود.

$V = \{(o(k), d(k)) \mid k = 1, \dots, K\} \cup T$  که در آن  $o(k)$  و  $d(k)$  به ترتیب نشان دهنده شروع سفر و انتهای

سفر وسیله نقلیه مربوط به پایانه  $k$  است. برای هر سفر یک گره در نظر گرفته شده است. مجموعه  $A$

شامل کمان های انتقال از پایانه به سفرها، کمان های انتقال از سفرها به پایانه و کمان های اتصال سفرهای

سازگار می باشد. به عبارت دقیق تر

$$A = \{(o(k), i) \mid i \in T, k = 1, \dots, K\} \cup \{(i, d(k)) \mid i \in T, k = 1, \dots, K\}$$

<sup>1</sup> compatible trips

$$U\{(i, j) | i, j \in T, \text{ سفرهای سازگار هستند}\}$$

✓ هزینه کمان  $(i, j) \in A$  با  $c_{i,j}$  نشان داده می‌شود و هزینه کمان‌های  $(o(k), i)$  شامل هزینه ثابت وسیله نقلیه می‌باشد.

تعدادی از محققین مساله MDVSP را به صورت یک مساله جریان چند کالایی عدد صحیح مدل‌سازی کرده‌اند ([۱۹، ۱۵]). در این مدل هر پایانه به عنوان یک محموله در نظر گرفته شده است. مدل ریاضی یک مساله MDVSP بر اساس یک شبکه اتصال<sup>۱</sup> بیان می‌شود که سفرها و پایانه‌ها توسط گره‌های شبکه نمایش داده می‌شوند و اتصالات ممکن بین سفرها توسط کمان‌های شبکه مدل‌سازی می‌شود. در این صورت مسیر یک وسیله نقلیه توسط یک واحد جریان که از پایانه شروع می‌شود و به همان پایانه برمی‌گردد نشان داده می‌شود. بر این اساس متغیرهای تصمیم مساله به شکل زیر تعریف می‌شود:

✓ برای  $(i, j) \in A$  فرض کنید  $Y_{i,j}^k$  میزان جریان محموله  $k$  روی کمان  $(i, j)$  باشد.

در این صورت مساله MDVSP به صورت زیر فرمول‌بندی می‌شود که در آن تابع هدف مجموع هزینه پیمایش تمام سفرها را کمینه می‌کند [۱۶].

$$\min Z = \sum_{k=1}^K \sum_{(i,j) \in A} c_{i,j} Y_{i,j}^k \quad (1)$$

s.t.

$$\sum_{\{j:(j,i) \in A\}} Y_{j,i}^k - \sum_{\{j:(i,j) \in A\}} Y_{i,j}^k = 0 \quad \forall i \in T \quad (2)$$

$$\sum_{k \in K} \sum_{\{j:(i,j) \in A\}} Y_{i,j}^k = 1 \quad \forall i \in T \quad (3)$$

$$\sum_{\{j:(o(k),j) \in A\}} Y_{o(k),j}^k \leq v_k \quad \forall k = 1, \dots, K \quad (4)$$

$$Y_{i,j}^k \in \{0, 1\} \quad \forall (i, j) \in A, k = 1, \dots, K \quad (5)$$

در مساله بالا محدودیت (۲) قید توازن جریان در گره‌های شبکه است. محدودیت (۳) محدودیت پوشش‌دهی سفرها نامیده می‌شود و تضمین می‌کند که هر سفر دقیقاً یکبار پیمایش شود. محدودیت (۴) محدودیت ظرفیت پایانه است که در آن  $v_k$  ظرفیت ناوگان پایانه  $k$  است. همچنین قید (۵) محدودیت صفر و یک بودن متغیرهاست.

مساله زمان‌بندی ناوگان چند پایانه‌ای با محدودیت متوازن‌سازی ناوگان به صورت مساله (۶) - (۱۱) تعریف می‌شود. تفسیر تابع هدف و محدودیت‌های مساله (۶) - (۱۱) مشابه مساله (۱) - (۵) است؛ به جز این که محدودیت (۱۰)، قید توازن ناوگان را نشان می‌دهد که با توجه به کاربردهای عملی به صورت یک محدودیت نرم مدل‌سازی شده است. محدودیت متوازن‌سازی، ناوگان حمل‌ونقلی را به نسبت ظرفیت پایانه‌ها تقریباً به صورت

<sup>1</sup> Connection network

یکنواخت بین پایانه‌ها توزیع می‌کند. در نظر گرفتن این محدودیت، با توجه به ضرورت توازن بار ترافیکی پایانه‌ها و توازن رانندگان و امکانات تعمیر و نگهداری در بین پایانه‌ها ضروری به نظر می‌رسد.

$$\min Z = \sum_{k=1}^K \sum_{(i,j) \in A} c_{i,j} Y_{i,j}^k, \quad (6)$$

s.t.

$$\sum_{\{j:(j,i) \in A\}} Y_{j,i}^k - \sum_{\{j:(i,j) \in A\}} Y_{i,j}^k = 0, \quad \forall i \in T \quad (7)$$

$$\sum_{k=1}^K \sum_{(i,j) \in A} Y_{i,j}^k = 1, \quad \forall i \in T, \quad (8)$$

$$\sum_{\{j:(o(k),j) \in A\}} Y_{o(k),j}^k \leq v_k \quad \forall k = 1, \dots, K \quad (9)$$

$$\left| \frac{\sum_{\{j:(o(k),j) \in A\}} Y_{o(k),j}^k}{v_k} - \frac{\sum_{\{j:(o(k'),j) \in A\}} Y_{o(k'),j}^{k'}}{v_{k'}} \right| \leq \eta, \quad \forall k, k' \in \{1, \dots, K\}, k \neq k' \quad (10)$$

$$Y_{i,j}^k \in \{0, 1\}, \quad \forall (i, j) \in A, \forall k \in \{1, \dots, K\} \quad (11)$$

پارامتر  $\eta$  میزان انحراف از حالت توازن را برای هر جفت از پایانه‌های  $k$  و  $k'$  مشخص می‌کند. تعداد متغیرها در مدل گسترش یافته به اندازه تعداد متغیرها در مدل پایه است، در حالی که تعداد محدودیت‌ها به اندازه  $K'$  واحد افزایش می‌یابد. در ادامه از راهکارهای مزایده-محور برای حل مساله گسترش یافته استفاده کرده‌ایم. با توجه به مزیت‌هایی که الگوریتم مزایده دارد به نظر می‌رسد که این الگوریتم می‌تواند راهکار مناسبی برای حل مساله گسترش یافته باشد.

### ۳ روش حل

در این بخش ابتدا الگوریتم مزایده برای حالتی که تنها یک پایانه وجود دارد (SDVSP<sup>1</sup>) بیان شده است. سپس این الگوریتم برای حالت چند پایانه‌ای توسعه داده شده است. شبکه اتصال  $G = (V, A)$  که شامل یک پایانه است را در نظر بگیریم. یک مسیر از  $o$  به  $d$  در این شبکه نشان‌دهنده یک زمان‌بندی شدنی برای یک ناوگان است. از آنجایی که در مساله SDVSP تنها یک پایانه داریم، اندیس  $k$  از نمادهایی که مربوط به پایانه است مانند  $o(k)$  و  $d(k)$  حذف شده است. یک زمان‌بندی شدنی برای این شبکه، مجموعه مسیرهای شدنی از  $o$  به  $d$  است به طوری که همه سفرها را یک بار و تنها یک بار پوشش دهد. در الگوریتم مزایده فرض می‌شود همه هزینه‌ها عدد صحیح است. همچنین با تبدیل  $a_{i,j} = -c_{i,j}$ ، مساله SDVSP به یک مساله بیشینه‌سازی تبدیل می‌شود.

الگوریتم، از راهکار مزایده برای تخصیص سفرها استفاده می‌کند. برای بیان مفهوم تخصیص سفرها در شبکه  $G$ ، فرض کنید سفر  $j$  بلافاصله بعد از سفر  $i$  انجام شده است. در این صورت گفته می‌شود که سفر  $i$  به صورت پیشرو به سفر  $j$  و سفر  $j$  به صورت معکوس به سفر  $i$  تخصیص داده شده است. یک تخصیص در

<sup>1</sup> Single depot vehicle scheduling problem

شبکه شدنی است اگر هر سفر به صورت پیشرو به سفر دیگری یا  $d$  و به صورت معکوس به سفر دیگری یا  $o$  اختصاص یابد. فرض کنید  $\pi_i$  سود تخصیص پیشرو سفر  $i$  و  $p_j$  هزینه تخصیص معکوس سفر  $j$  باشد. همچنین فرض کنید  $S_o$  مجموعه سفرهایی است که به صورت معکوس به  $o$  و  $S_d$  مجموعه سفرهایی است که به صورت پیشرو به  $d$  تخصیص یافته، باشند.  $S_T$  مجموعه تخصیص های سفر به سفر است. مفهوم شرایط  $\varepsilon$ -مکمل زاید به صورت زیر تعریف شده است [۲۵]:

**تعریف:** تخصیص شدنی  $S = (S_o, S_d, S_T)$  و زوج سود-هزینه  $(\pi, p)$  در شرایط  $\varepsilon$ -مکمل زاید با  $\varepsilon > 0$  صدق می کند اگر شرایط زیر برقرار باشد:

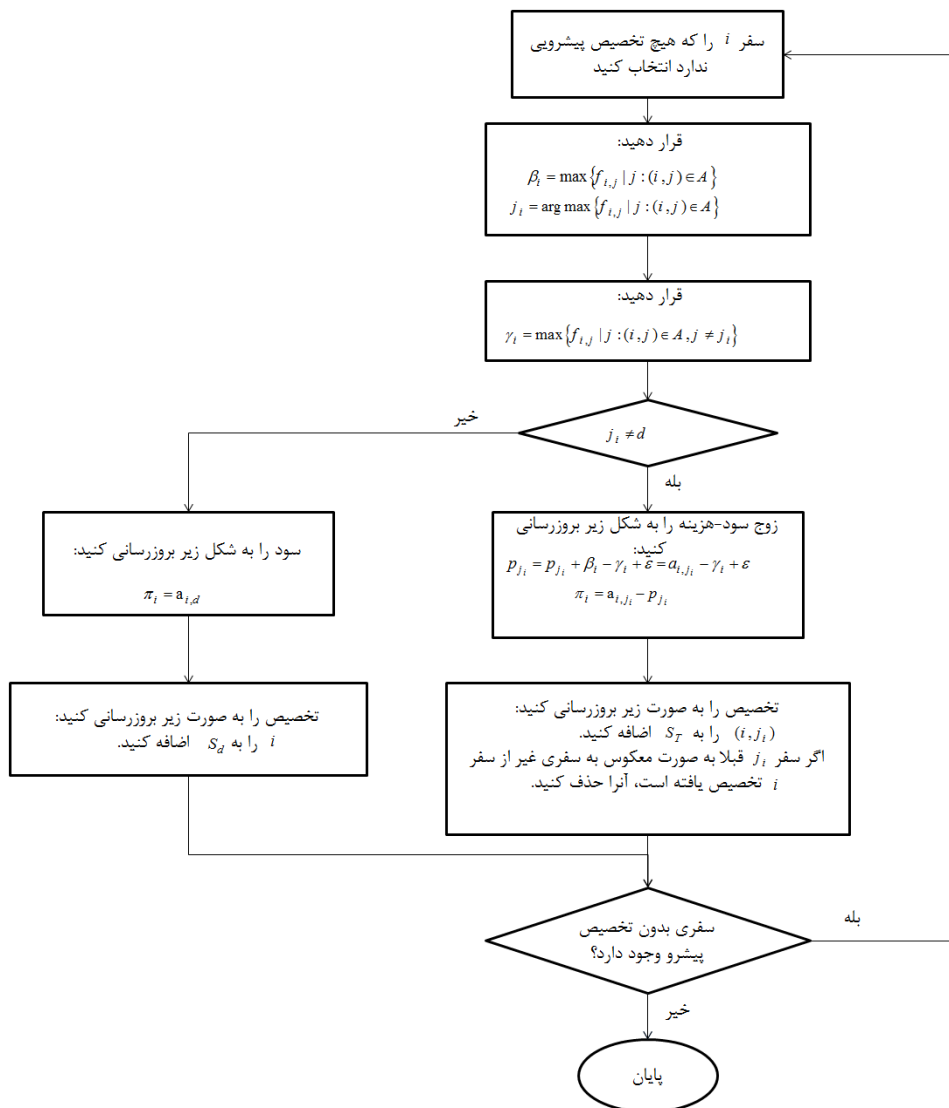
$$(12) \quad \begin{cases} \pi_i + p_j \geq a_{i,j} - \varepsilon & \forall (i, j) \in A \\ \pi_i + p_j = a_{i,j} & \forall (i, j) \in S_T \\ \pi_i \geq a_{i,d} & \forall i \in T \\ \pi_i = a_{i,d} & \forall i \in S_d \\ p_j \geq a_{o,j} & \forall j \in T \\ p_j = a_{o,j} & \forall j \in S_o \end{cases}$$

می توان ثابت کرد که اگر تخصیص  $S$  همراه با زوج سود-هزینه  $(\pi, p)$  در شرایط  $\varepsilon$ -مکمل زاید صدق کند، زمان بندی ایجاد شده  $\varepsilon - |T|$  بهینه است [۲۵]. بنابراین برای تضمین بهینگی کفایت  $\frac{1}{|T|} \varepsilon < \varepsilon$  انتخاب شود. مقدار پیشنهاد سفر  $i$  برای سفر  $j$  که یکی از تخصیص های پیشروی ممکن است به صورت  $f_{i,j} = a_{i,j} - p_j$  تعریف می شود. همچنین مقدار این پیشنهاد برای گره  $d$  برابر  $f_{i,d} = a_{i,d} + \varepsilon$  است. در هر تکرار الگوریتم مزایده به صورت پیشرو، مقادیر  $f_{i,j}$  محاسبه شده و بر اساس آن تخصیصی که بیشترین سود را داشته باشد به تخصیص های انتخاب شده قبلی اضافه می شود. در شکل ۱ فلوچارت الگوریتم مزایده به صورت پیشرو نشان داده شده است.

الگوریتم مزایده به صورت معکوس مشابه روش پیشرو است با این تفاوت که به جای تخصیص های پیشرو تخصیص های معکوس در نظر گرفته می شود. همچنین در روش ترکیبی، تخصیص های پیشرو در تکرارهای پیشرو و تخصیص های معکوس در تکرارهای معکوس صورت می گیرد. الگوریتم در ابتدا با یک تخصیص تهی و مقادیر دلخواه سود-هزینه شروع شده و به صورت تکراری روند پیشرو و معکوس را تکرار می کند تا زمانی که تخصیص همه سفرها به صورت پیشرو و معکوس انجام شود. در هر تکرار الگوریتم مزایده پیشرو یا معکوس یک سفر که هنوز تخصیص نیافته است برای سفرهای دیگر یا پایانه مقداری را پیشنهاد می کند و این پیشنهاد به مزایده گذاشته می شود. در مساله SDVSP الگوریتم ترکیبی بهترین انتخاب است زیرا لازم است مقادیر پیشنهادی برای تخصیص های پیشرو از سفرها به  $d$  و به صورت معکوس از سفرها به  $o$  محاسبه شود. برتسکاس [۲۵] نشان داد، در صورتی که پارامترهای مساله عدد صحیح باشند پیچیدگی بدترین حالت الگوریتم مزایده برابر  $C = \max\{c_{i,j} \mid (i, j) \in A\}$  است؛ که در آن  $O(|V| \|A\| \log(|V| |C|))$

<sup>1</sup> Profit-price pair

تاکنون از الگوریتم مزایده برای حل مساله زمان‌بندی ناوگان در حالتی که تنها یک پایانه وجود دارد، استفاده شده است. در این مقاله الگوریتم فوق برای مساله زمان‌بندی ناوگان چندپایانه ای توسعه داده شده است.



شکل ۱. فلوچارت الگوریتم پیشروی مزایده

### الگوریتم ابتکاری مزایده توسعه یافته

برای حل مساله (۶) - (۱۱) از الگوریتم ابتکاری مزایده توسعه یافته استفاده شده است. برای این منظور مساله (۶) - (۱۱) به دو زیرمساله تجزیه شده است. در زیرمساله اول، هدف زمان‌بندی سفرها با کمینه‌سازی هزینه انتقال بین سفرها بدون در نظر گرفتن محدودیت تخصیص سفر هر ناوگان به یک پایانه است که به صورت مساله (۱۳) - (۱۶) مدل‌سازی می‌شود. مقدار  $\gamma_{i,j}$  در صورتی که سفر  $j$  بلافاصله بعد از سفر  $i$  انجام شود یک و در غیر این صورت صفر است. در این مساله، کمان‌ها از مجموعه  $\{(o(k),i), (i,d(k)) \in A | i \in T, k = 1, \dots, K\}$  و  $c_{o(k),i} = c_{i,d(k)} = M$  یک عدد صحیح بزرگ است.



$$\min \sum_{(i,j) \in A} c_{i,j} Y_{i,j} \quad (13)$$

s.t.

$$\sum_{\{j:(i,j) \in A\}} Y_{i,j} = 1 \quad \forall i \in T \quad (14)$$

$$\sum_{\{j:(i,j) \in A\}} Y_{i,j} = 1 \quad \forall j \in T \quad (15)$$

$$X_{i,j} \in \{0,1\} \quad \forall (i,j) \in A \quad (16)$$

از محدودیت‌های این مساله این است که سفرها را در مسیرهای مجزا افزایش می‌کنند. اگر تمامی پایانه‌ها در مساله (۱۳)–(۱۶) را با یک پایانه جایگزین کنیم، مساله (۱۲)–(۱۵) یک مساله SDVSP است. الگوریتم مزایده در زمان چندجمله‌ای جواب بهینه مساله (۱۳)–(۱۶) را تولید می‌کند. با این وجود ممکن است دنباله‌ای از سفرها به دو پایانه تخصیص یابد. فرض کنید  $\Omega$  مجموعه همه مسیرهایی است که توسط الگوریتم مزایده با حل مساله (۱۳)–(۱۶) به دست آمده است. از تمامی مسیرهای متعلق به مجموعه  $\Omega$  گره ابتدایی  $o(k)$  و گره انتهایی  $d(k)$  را حذف کنید. در زیرمساله دوم (مساله (۱۷)–(۲۳))، هدف تخصیص مسیرهای متعلق به مجموعه  $\Omega$  به پایانه‌ها با کمترین هزینه ممکن است. زیرمساله دوم به شکل زیر تعریف می‌شود:

$$\min \sum_{k=1}^K \sum_{p \in \Omega} c_p^k x_p^k \quad (17)$$

s.t.

$$\sum_{p \in \Omega} x_p^k \leq g_{\max} v_k \quad \forall k = 1, \dots, K \quad (18)$$

$$\sum_{p \in \Omega} x_p^k \geq g_{\min} v_k \quad \forall k = 1, \dots, K \quad (19)$$

$$g_{\max} - g_{\min} \leq \eta, \quad (20)$$

$$\sum_{k=1}^K x_p^k = 1 \quad \forall p \in \Omega \quad (21)$$

$$x_p^k \in \{0,1\} \quad \forall p \in \Omega, k = 1, \dots, K \quad (22)$$

$$0 \leq g_{\max}, g_{\min} \leq 1 \quad (23)$$

در این مساله،  $x_p^k = 1$  اگر و تنها اگر مسیر  $p$  به پایانه  $k$  تخصیص یابد. هزینه تخصیص مسیر  $p$  به پایانه  $k$  است که برابر مجموع هزینه ثابت وسیله نقلیه پایانه  $k$ ، هزینه انتقال از پایانه  $k$  به ایستگاه ابتدایی مسیر  $p$

نیک سیرت، ارایه مدل و الگوریتم برای مساله زمان بندی ناوگان چند پایانه ای توسعه یافته با در نظر گرفتن محدودیت های توازن تعداد ناوگان

و هزینه انتقال از ایستگاه انتهایی مسیر  $p$  به پایانه  $k$  است. توجه شود که محدودیت های (۱۸)، (۱۹) و (۲۰) از این مساله معادل محدودیت توازن ناوگان در مساله (۶)–(۱۱) است.  $g_{\min}$  و  $g_{\max}$  به ترتیب بیشترین و کمترین میزان انحراف از حالت توازن ناوگان است. برای حل مساله (۱۷)–(۲۳) به صورت زیر عمل می کنیم:

گام ۱: مقدار پارامتر  $\rho$  را از ورودی گرفته و  $g_{\max}$  را با یک مقداردهی اولیه کنید.

گام ۲: بر اساس مقدار در نظر گرفته شده برای  $g_{\max}$  مساله زیر را حل کرده و مقدار  $g_{\min}$  را حساب کنید.

$$\min \sum_{k=1}^K \sum_{p \in \Omega} c_p^k x_p^k \quad (24)$$

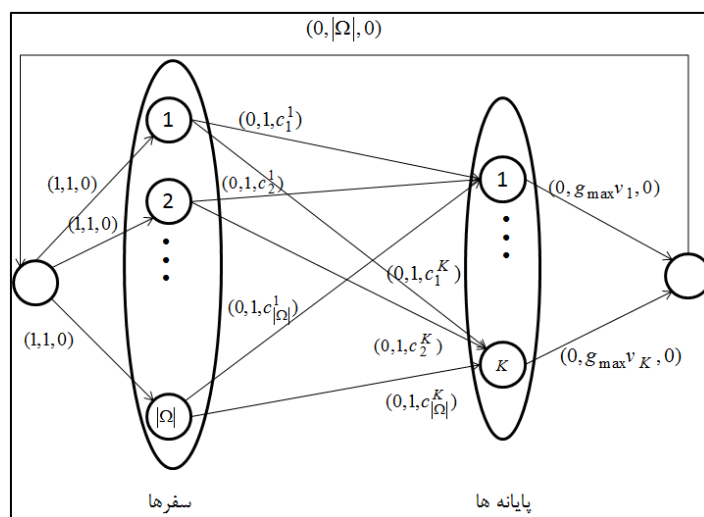
s.t.

$$\sum_{p \in \Omega} x_p^k \leq g_{\max} v_k \quad \forall k = 1, \dots, K \quad (25)$$

$$\sum_{k=1}^K x_p^k = 1 \quad \forall p \in \Omega \quad (26)$$

$$x_p^k \in \{0, 1\} \quad \forall p \in \Omega, k = 1, \dots, K \quad (27)$$

حل مساله جریان با کمترین هزینه در [۲۵] آمده است. همچنین روش تبدیل در شکل ۲ نشان داده شده است. در شکل ۲، سه تایی مرتب  $(\dots)$  روی هر یال نشان دهنده (کران پایین جریان، کران بالای جریان، هزینه انتقال) می باشد. همچنین برای هر گره  $i$ ،  $b(i) = 0$ .



شکل ۲. روش تبدیل مساله (۲۴)–(۲۷) به یک مساله جریان با کمترین هزینه

**قضیه ۱:** الگوریتم ابتکاری توسعه یافته مزایده مساله زمان بندی ناوگان گسترش یافته تحت محدودیت توازن ناوگان را در زمان متناهی حل می کند.

اثبات: الگوریتم پیشنهادی توسعه یافته، مساله (۶) - (۱۱) را به دو زیرمساله زمان بندی و تخصیص تجزیه می کند. با فرض  $C_i = \max\{c_{i,j} \mid (i, j) \in A\}$  مساله فاز اول با توجه به پیچیدگی زمانی الگوریتم مزایده در زمان شبه چند جمله ای  $O((|T+2|A|\log(|T+2|C_i)))$  قابل حل است [۲۵]. همچنین الگوریتم ابتکاری توسعه یافته جواب مساله فاز دوم را پس از حداکثر  $\log(\frac{g_{\max} - g_{\min}}{\rho})$  تکرار تولید می کند. ■

به عنوان حالت خاص، اگر در مساله (۶) - (۱۱) قرار دهیم  $\eta = 0$ ، الگوریتم ساده تر زیر را بر پایه الگوریتم مزایده پیشنهاد می دهیم. در این حالت نیز مساله (۶) - (۱۱) را به دو زیر مساله تجزیه می کنیم که زیرمساله اول و حل آن مشابه زیر مساله اول در حالت کلی است. زیرمساله دوم به شکل زیر بیان می شود.

$$\min \sum_{k=1}^K \sum_{p \in \Omega} c_p^k x_p^k \quad (28)$$

s.t.

$$\sum_{p \in \Omega} x_p^k \leq v_k \quad \forall k = 1, \dots, K \quad (29)$$

$$\frac{\sum_{p \in \Omega} x_p^k}{v_k} - \frac{\sum_{p \in \Omega} x_p^{k'}}{v_{k'}} = 0 \quad \forall k, k' = 1, \dots, K \quad (30)$$

$$\sum_{k=1}^K x_p^k = 1 \quad \forall p \in \Omega \quad (31)$$

$$x_p^k \in \{0, 1\} \quad \forall p \in \Omega, k = 1, \dots, K \quad (32)$$

برای حل زیرمساله (۲۸) - (۳۲) ابتدا قضیه زیر را اثبات می کنیم.

**قضیه ۲:** مساله تخصیص (۲۶) - (۳۰) معادل مساله حمل و نقل زیر است.

$$\min \sum_{k=1}^K \sum_{p \in \Omega} c_p^k x_p^k \quad (33)$$

s.t.

$$\sum_{p \in \Omega} x_p^k = \beta^k \quad \forall k = 1, \dots, K \quad (34)$$

$$\sum_{k=1}^K x_p^k = 1 \quad \forall p \in \Omega \quad (35)$$

$$x_p^k \in \{0, 1\} \quad \forall p \in \Omega, k = 1, \dots, K \quad (36)$$

که در آن  $\beta^k = v_k |\Omega| / \sum_{k'=1}^K v_{k'}$

اثبات: محدودیت توازن ناوگان (۳۰) معادل سیستم معادلات خطی زیر است:

$$\sum_{k=1}^K \sum_{p \in \Omega} x_p^k = |\Omega| \quad (37)$$

$$\frac{\sum_{p \in \Omega} x_p^1}{v_1} = \frac{\sum_{p \in \Omega} x_p^2}{v_2} = \dots = \frac{\sum_{p \in \Omega} x_p^K}{v_K} \quad (38)$$

با فرض اینکه  $t = \frac{\sum_{p \in \Omega} x_p^1}{v_1} = \frac{\sum_{p \in \Omega} x_p^2}{v_2} = \dots = \frac{\sum_{p \in \Omega} x_p^K}{v_K}$  در این صورت

$$\sum_{k=1}^K \sum_{p \in \Omega} x_p^k = \sum_{k=1}^K t v_k \Rightarrow t = \frac{|\Omega|}{\sum_{k=1}^K v_k} \Rightarrow \sum_{p \in \Omega} y_p^k = v_k |\Omega| / \sum_{k'=1}^K v_{k'}$$

از طرف دیگر از آنجایی که  $|\Omega| \leq \sum_{k=1}^K v_k$  داریم  $\beta^k = v_k |\Omega| / \sum_{k'=1}^K v_{k'} \leq v_k$ . بنابراین محدودیت (۲۹) با توجه به محدودیت (۳۴) یک محدودیت زاید است. اگر مقدار  $\beta^k$  صحیح نباشد، می توانیم به صورت تقریبی کران پایین  $\beta^k$  را در نظر بگیریم. ■

مساله (۳۳) - (۳۶) می تواند به صورت کارا توسط الگوریتم مزایده حل شود. برای حل مسایل حمل و نقل توسط الگوریتم مزایده به [۲۵] رجوع شود.

**قضیه ۳:** فرض کنید  $C_1 = \max\{c_{i,j} \mid (i,j) \in A\}$  و  $C_p = \max\{c_p^k \mid k = 1, \dots, K, p \in \Omega\}$ . پیچیدگی زمانی الگوریتم توسعه یافته در حالت خاص  $\rho = 0$  برابر  $O\left(\left(T + \tau |A| \log(T + \tau C_1) + (|\Omega| + K) |\Omega| \times \{1, \dots, K\} \log((|\Omega| + K) C_p)\right)\right)$  است. بنابراین این الگوریتم دارای پیچیدگی زمانی شبه چندجمله ای است.

اثبات: الگوریتم پیشنهادی، مساله (۶) - (۱۱) را به دو زیرمساله زمان بندی و تخصیص تجزیه می کند. همچنین هر دو زیرمساله توسط الگوریتم مزایده حل شده است. با توجه به پیچیدگی زمانی الگوریتم مزایده، پیچیدگی زیرمساله اول برابر  $O\left(\left(T + \tau |A| \log(T + \tau C_1) + (|\Omega| + K) |\Omega| \times \{1, \dots, K\} \log((|\Omega| + K) C_p)\right)\right)$  و پیچیدگی زمانی زیرمساله دوم برابر  $O\left(\left(T + \tau |A| \log(T + \tau C_1) + (|\Omega| + K) |\Omega| \times \{1, \dots, K\} \log((|\Omega| + K) C_p)\right)\right)$  است [۲۵]. بنابراین قضیه ثابت می شود.

#### ۴ نتایج محاسباتی

در این بخش از دو دسته از مسایل استاندارد برای ارزیابی مدل و الگوریتم پیشنهادی و مقایسه نتایج با الگوریتم های دقیق و سایر الگوریتم های موجود در ادبیات مساله استفاده شده است. دسته اول مسایل استاندارد شامل ۱۲۰ مثال است که از سایت <http://www.di.unipi.it/di/groups/optimize/Data/MMCF.html> قابل دانلود است. جدول ۲ مشخصات مثال های این دسته را نمایش می دهد. دسته دوم دربرگیرنده مجموعه ای از مسایل استاندارد که شامل شبکه های اتصال با  $K \in \{4, 8\}$  و  $|T| = \{500, 1000, 1500\}$  هستند، می باشد. این شبکه ها برای مقایسه الگوریتم های متفاوت ارایه شده برای مساله MDVSP استفاده شده اند ([۹، ۵]) و داده های مربوطه در سایت <http://www.few.eur.nl/few/people/huisman/instances.htm> موجود است.

برای مقایسه روش پیشنهادی با الگوریتم‌های دقیق، دسته اول مسایل استاندارد در نظر گرفته شده و برای محاسبه جواب دقیق از بهینه‌یاب CPLEX استفاده شده است. در جدول ۱، تعداد سفرها، تعداد پایانه‌ها، تعداد خطوط و مقدار جواب تقریبی از الگوریتم پیشنهادی مزایده به دست آمده است و همچنین مقدار جواب بهینه در مثال‌هایی که الگوریتم‌های دقیق قادر به حل مساله بوده‌اند، گزارش شده است. در جدول ۲ نتایج مشابه برای مسایل استاندارد از نوع B آمده است.

همان‌طور که در جدول ۱ و جدول ۲ مشخص است، بهینه‌یاب CPLEX در مسایلی که اندازه مساله بزرگ شده، یعنی زمانی که مساله شامل بیش از ۲۰۰ سفر بوده به دلیل زمان اجرای زیاد قادر به حل مساله نبوده است. در حالی که روش پیشنهادی مقاله در زمان بسیار کمتر در مقایسه با بهینه‌یاب CPLEX جواب تقریبی را تولید می‌کند. با توجه به این که مساله مدنظر مقاله به ویژه در کاربردهای واقعی بزرگ-مقیاس می‌باشد، از الگوریتم‌های دقیق نمی‌توان برای حل آن استفاده کرد و باید از روش‌های ابتکاری که قادر به تولید جواب تقریبی مساله در زمان مناسب است استفاده کرد. همچنین برای مثال‌هایی که این بهینه‌یاب قادر به تولید جواب بوده، نتایج گزارش شده نشان می‌دهد که شکاف بهینگی قابل توجه نیست. بنابراین الگوریتم مزایده توسعه یافته قادر به تولید یک جواب تقریبی مناسب در زمان اجرای کم برای مساله زمان بندی ناوگان چندپایانه‌ای در حضور محدودیت‌های توازن می‌باشد.

جدول ۱. مقایسه جواب تقریبی الگوریتم مزایده توسعه یافته با جواب دقیق برای مسایل استاندارد نوع A

شماره مساله	مشخصات مساله			الگوریتم پیشنهاد شده		جواب دقیق		شکاف بهینگی
	تعداد سفرها	تعداد پایانه ها	تعداد خطوط	هزینه جواب	زمان اجرا	هزینه جواب	زمان اجرا	
۱	۸۰	۲	۴	۴۹۸/۲	۱/۵۱	۴۹۸/۲	۷۸	۰/۰۰
۲	۸۰	۴	۴	۶۲۳/۳۴	۲/۹	۶۱۹	۱۸۴	۰/۷۰
۳	۱۰۰	۲	۵	۴۱۰/۹۵	۲/۰۲	۴۰۹/۸	۵۵۶	۰/۲۸
۴	۱۰۰	۴	۵	۳۹۵	۲/۵	۳۹۳/۹	۱۲۵۴	۰/۲۸
۵	۱۶۰	۲	۴	۷۵۰	۴/۵۳	۷۳۰/۳	۳۵۶۴۲	۲/۷۰
۶	۱۶۰	۴	۴	۷۲۵/۵۶	۷/۶۶	-	-	-
۷	۲۰۰	۲	۵	۶۳۴/۴۵	۵/۳۷	۶۲۲/۳	۳۴۲۱۲۳	۱/۹۵
۸	۲۰۰	۴	۵	۱۳۵۶	۶/۳۶	-	-	-
۹	۳۲۰	۲	۴	۱۳۵۳/۴	۱۵/۸۲	-	-	-
۱۰	۳۲۰	۴	۴	۱۲۸۶	۲۷/۸۶	-	-	-
۱۱	۴۰۰	۲	۵	۱۱۴۱۵/۲	۲۳/۷	-	-	-
۱۲	۴۰۰	۴	۵	۱۱۶۵۴/۵	۳۴/۹۸	-	-	-

**جدول ۲.** مقایسه جواب تقریبی الگوریتم مزایده توسعه یافته با جواب دقیق برای مسایل استاندارد نوع B

شکاف بهینگی	جواب دقیق		الگوریتم پیشنهاد شده		شماره مساله
	زمان اجرا	هزینه جواب	زمان اجرا	هزینه جواب	
۰/۰۰	۶۷	۵۴۵/۷	۱/۷۷	۵۴۵/۷	۱
۰/۴۴	۱۹۳	۵۸۹/۸	۳/۱۱	۵۹۲/۴	۲
۰/۵۰	۴۶۰	۴۹۵/۵	۱/۸	۴۹۳	۳
۰/۲۱	۱۱۲۱	۴۷۲	۳/۵	۴۷۱	۴
۰/۷۷	۳۴۲۱۳۲	۷۵۱/۴	۵/۴۸	۷۴۵/۶	۵
-	-	-	۸/۰۴	۶۰۲/۴	۶
۵/۸۲	۳۷۶۵۸۱	۸۲۵/۹	۶/۰۲	۷۸۴	۷
-	-	-	۷/۵	۱۲۲۴/۴	۸
-	-	-	۱۸/۲۸	۱۴۳۲/۵	۹
-	-	-	۳۰/۴۵	۱۰۶۹	۱۰
-	-	-	۱۹/۶۸	۱۱۳۷۵/۹	۱۱
-	-	-	۳۲/۸۸	۱۱۵۴۷/۱	۱۲

به منظور بررسی کارایی الگوریتم‌های ابتکاری توسعه یافته و حالت خاص آن برای  $\rho = 0$  دو الگوریتم مزایده توسعه یافته و حالت خاص آن برای  $\rho = 0$  برای حل این مسایل استاندارد به کار رفته است. در جدول ۱ برای هر الگوریتم میزان هزینه، میزان انحراف از حالت توازن ناوگان و زمان لازم برای حل هر مساله استاندارد گزارش شده است. توجه کنید که هر دسته از مسایل استاندارد با تعداد  $K$  پایانه و مجموعه  $T$  سفر شامل ۵ مساله استاندارد است که در جدول ۱ مقدار میانگین هر ویژگی نشان داده شده است. همچنین در جدول ۱، میزان انحراف از حالت توازن ناوگان را به صورت زیر تعریف کرده ایم:

$$\text{var} = \sum_{k=1}^K \left( \frac{g_k - \bar{g}}{\bar{g}} \right)^2$$

که در آن  $g_k$ ، نسبت بلوک‌های وسایل نقلیه تخصیص یافته به پایانه  $k$  به کل وسایل نقلیه موجود در پایانه  $k$  و  $\bar{g}$  میانگین  $g_k$  روی  $k$  است. همچنین در این آزمایش مقدار  $\eta = 0.3$  در نظر گرفته شده است. در جدول ۱، بهترین جواب با توجه به نتایج گزارش شده در [۱۰] استخراج شده است و برابر بهترین جواب به دست آمده برای هر دسته از مسایل بدون در نظر گرفتن محدودیت توازن ناوگان است. همچنین زمان اجرایی که در ستون آخر جدول ۱، گزارش شده است، زمان اجرای الگوریتم LNS<sup>۱</sup> برای حل مسایل استاندارد بدون در نظر گرفتن محدودیت توازن ناوگان است که برای مقایسه زمان اجرای الگوریتم‌های پیشنهادی با روش‌های موجود به کار رفته است. جدول ۱ نشان می‌دهد که در حالت  $\rho = 0$  میزان هزینه جواب افزایش می‌یابد. این نتیجه با توجه به این که در الگوریتم مزایده توسعه یافته، اولویت بر هزینه گذاشته شده است و محدودیت توازن ناوگان به صورت یک قید نرم مدل‌سازی شده است، واضح است. همچنین نتایج جدول ۱ نشان می‌دهد که الگوریتم

<sup>۱</sup> Large neighborhood search

پیشنهادی در زمان مناسبی قادر به حل مساله زمان بندی ناوگان چندپایانه‌ای تحت شرایط توازن ناوگان می‌باشند.

جدول ۳. نتایج محاسباتی الگوریتم ابتکاری مزایده

مستله	الگوریتم مزایده توسعه یافته			الگوریتم مزایده توسعه یافته در حالت خاص $\rho = 0$			بهترین جواب	
	هزینه	var	زمان اجرا (S)	هزینه	var	زمان اجرا (S)	هزینه	زمان اجرا (S)
m4n500	۱۲۹۳۶۴۳,۰۲	۰,۰۷۹۱	۲۵	۱۲۹۶۲۱۱,۹	۰,۰۰۰۰	۴۵	۱۲۷۸۰۵۰,۸	۸۵
m4n1000	۲۵۱۹۱۱۵,۳۱	۰,۰۵۱۹	۱۹۱	۲۵۲۱۷۹۲,۱	۰,۰۰۰۰	۲۹۵	۲۴۷۸۵۱۷,۲	۷۰۰
m4n1500	۳۶۵۷۵۱۸,۳۰	۰,۱۴۹۷	۵۷۰	۳۶۷۱۶۰۵,۱	۰,۰۰۰۰	۷۷۸	۳۶۰۲۷۵۶,۴	۲۳۰۰
m8n500	۱۳۰۹۵۱۱,۵۳	۰,۲۷۶۳	۷۴	۱۳۱۴۳۴۵	۰,۰۰۰۱	۸۴	۱۲۸۵۴۸۵,۸	۱۲۵
m8n1000	۲۵۶۷۴۸۲,۲۱	۰,۲۳۶۰	۱۴۸	۲۵۷۷۵۹۰,۶	۰,۰۰۰۰	۲۵۱	۲۴۹۵۸۹۹,۸	۹۰۰
m8n1500	۳۷۱۶۱۵۷,۵۵	۰,۳۲۱۵	۴۶۹	۳۷۳۰۸۴۱,۸	۰,۰۰۰۰	۵۷۳	۳۶۲۵۷۳۱,۸	۳۲۰۰

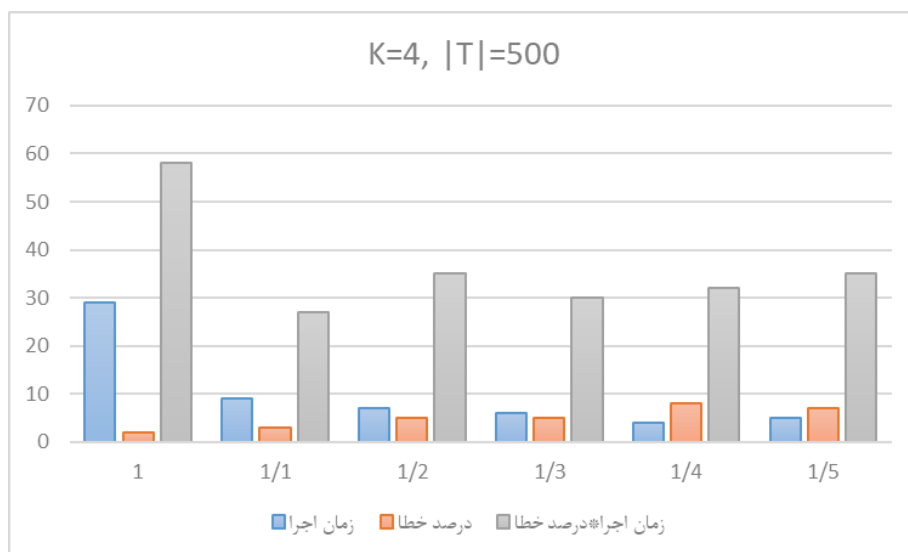
در الگوریتم مزایده نحوه انتخاب پارامتر  $\varepsilon$  نقش بسیار مهمی در زمان اجرای الگوریتم دارد. معمولاً در ابتدا الگوریتم مشابه آنچه در الگوریتم‌های فراابتکاری اتفاق می‌افتد به منظور گسترش فضای جستجو مقدار پارامتر  $\varepsilon$  بزرگ انتخاب شده و در طول اجرای الگوریتم با یک تابع کاهش، مقدار این پارامتر کاهش داده می‌شود تا الگوریتم بتواند در نزدیکی جواب بهینه جستجوی عمیق‌تری انجام دهد. در الگوریتم‌های مزایده پیشنهادی، تابع زیر برای کاهش پارامتر  $\varepsilon$  تعریف شده است.

$$\varepsilon(t) = \begin{cases} 1, & \text{اگر تعداد تخصیص‌ها در تکرار } t \text{ یک واحد افزایش یابد} \\ t^{\tau-t}, & \text{اگر تعداد تخصیص‌ها از تکرار } t, \text{ افزایش نیابد} \end{cases}$$

که در آن  $\varepsilon(t)$ ، مقدار پارامتر  $\varepsilon$  در تکرار  $t$  است و  $\tau > 1$  یک پارامتر است.

در شکل ۳ تحلیل حساسیت روی پارامتر  $\tau$  انجام شده است. مقدار پارامتر مورد نظر در بازه  $[1, 1/5]$  با طول گام  $0.1$  تغییر داده شده است و برای هر مقدار  $\tau$  درصد خطا و زمان اجرا گزارش شده است. اگر چه تحلیل انجام شده برای مساله استاندارد با  $K=4$  و  $|T|=500$  انجام شده است، بررسی‌ها نشان داد که برای سایر مسایل استاندارد نیز نتایج مشابهی به دست می‌آید. همان‌طور که شکل ۳ نشان می‌دهد با افزایش پارامتر  $\tau$ ، زمان اجرای الگوریتم مزایده کاهش می‌یابد در حالی که به طور هم‌زمان این افزایش باعث افزایش هزینه جواب خواهد شد. بنابراین انتخاب مقادیر بزرگ برای پارامتر  $\tau$  بهینگی الگوریتم را تحت تاثیر قرار می‌دهد. در حالی که در موقعیت‌هایی که تصمیم‌گیرنده نیاز به یک جواب فوری زیربهین دارد می‌توان از مقادیر بزرگ برای پارامتر  $\tau$  استفاده کرد. با این همه، برای تعیین مقدار مناسب برای پارامتر  $\tau$  می‌توان از معیارهایی که به صورت ترکیبی زمان اجرا و میزان خطا را با یکدیگر مدنظر قرار می‌دهند، استفاده کرد. به عنوان مثال می‌توان از حاصلضرب دو معیار استفاده کرد. همچنین در این تحلیل حساسیت یک معیار ترکیبی به صورت حاصلضرب زمان اجرا در

درصد خطا در نظر گرفته شده است که برای این معیار ترکیبی، مقدار  $\tau = 1/1$  مناسب ترین مقدار است.



شکل ۳. تحلیل حساسیت پارامتر T در الگوریتم ابتکاری مزایده توسعه یافته

## ۵ نتیجه گیری و پیشنهادها

در این مقاله مساله زمان‌بندی ناوگان تحت محدودیت توازن ناوگان مورد بررسی قرار گرفته است. مدل گسترش یافته برای مساله زمان‌بندی ناوگان با محدودیت توازن ناوگان بر اساس مدل جریان چند کالایی پیشنهاد شد. همچنین از راهکارهای ابتکاری مزایده-محور به همراه ایده‌های تجزیه مساله، برای حل این مدل در زمان چندجمله‌ای استفاده شد. مطالعه مساله جدید نشان می‌دهد که در نظر گرفتن محدودیت توازن ناوگان به صورت سخت در شرایط واقعی غیرضروری است، لذا این محدودیت به صورت یک قید نرم مدل‌سازی شده است. البته همان‌طور که در مقاله آمده، محدودیت سخت را می‌توان به عنوان حالت خاصی از محدودیت نرم در نظر گرفت و راهکار ساده شده‌ای برای این حالت نیز پیشنهاد شده است. از آنجا که مساله جدید قابلیت تجزیه به زیرمسایل کوچک‌تر و ادغام آنها در قالب یک طرح کلی برای مساله اصلی را دارد و با توجه به بزرگ-مقیاس بودن مساله، به نظر می‌رسد راهکار پیشنهادی می‌تواند روش مناسبی برای حل مساله باشد. نتایج محاسباتی نشان می‌دهد که الگوریتم ارایه شده در زمان مناسبی قادر به حل مساله با در نظر گرفتن شرایط واقعی می‌باشد. بنابراین می‌توان از الگوریتم پیشنهاد شده برای حل مساله در شرایط واقعی استفاده کرد. ارایه راهکارهای موازی‌سازی جهت سرعت بخشیدن به الگوریتم پیشنهادی و ارایه راهکارهای کاهش جهت کوچک کردن فضای جواب مساله در مسایل حمل و نقل بزرگ-مقیاس به عنوان جهت‌گیری‌های آتی این پژوهش پیشنهاد می‌شود.



## منابع

- [۱] تقی نژاد، ن.، ناصری، س. ه.، مرادی، س.، (۱۳۹۱). برنامه ریزی خط لوله چند فرآورده ای در شرایط عدم قطعیت تقاضای روزانه مشتری ها. مجله تحقیق در عملیات و کاربردهای آن، ۱ (۳۲)، ۶۱-۳۵.
- [۲] ابراهیم نژاد، ع.، ناصری، س. ه.، (۱۳۸۹). کاهش هزینه‌ی تاخیرات ترافیک هوایی با بکارگیری شبکه‌ی جریان پویا با ظرفیت تصادفی. مجله تحقیق در عملیات و کاربردهای آن، ۲ (۲۵)، ۲۲-۱.
- [3] Bertossi, A. A., Carraresi, P., Gallo, G., (1983). On some matching problems arising in vehicle scheduling models. *Networks*, 17, 271–281.
- [4] Domínguez-Martín, B., Rodríguez-Martín, I., Salazar-González, J. J., (2017). An exact algorithm for a Vehicle-and-Driver Scheduling Problem. *Computers & Operations Research*, 81, 247-256.
- [5] Guedes, P. C., Lopes, W. P., Rohde, L. R., Borenstein, D., (2016). Simple and efficient heuristic approach for the multiple-depot vehicle scheduling problem. *Optimization Letters*, 10, 1449-1461.
- [6] Borenstein, D., Campoverde, J. C., Naula-Sigua, F. B., (2017). Towards integrating retiming in vehicle type scheduling problem. *Revista economía y política*, 25, 70-85.
- [7] Tang, J., Yu, Y., Li, J., (2015). An exact algorithm for the multi-trip vehicle routing and scheduling problem of pickup and delivery of customers to the airport. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, 73, 114-132.
- [8] Kulkarni, S., Ernst, A. T., Ranade, A., Krishnamoorthy, M., (2016). A linear programming based iterative heuristic for the recreational vehicle scheduling problem. *Industrial Engineering and Engineering Management (IEEM)*, 2016 IEEE International Conference on, 784-788.
- [9] Shen, Y., Xu, J., Li, J., (2016). A probabilistic model for vehicle scheduling based on stochastic trip times. *Transportation Research Part B: Methodological*, 85, 19-31.
- [10] Casalinho, G. D. A. O., Braido, G. M., Borenstein, D., (2014). A tabu-search heuristic for solving the multi-depot vehicle scheduling problem. *Revista Produção Online*, 14, 862-889.
- [11] Laurent, B., Hao, J.-K., (2009). Iterated local search for the multiple depot vehicle scheduling problem. *Computers and Industrial Engineering*, 57, 277-286.
- [12] Zuo, X., Chen, C., Tan, W., Zhou, M., (2015). Vehicle scheduling of an urban bus line via an improved multiobjective genetic algorithm. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 16, 1030-1041.
- [13] Nie, J., (2015). Research on Multi-Vehicle Scheduling Problem Based on Dynamic Demand. *Intelligent Transportation, Big Data and Smart City (ICITBS)*, 2015 International Conference on, 657-660, IEEE.
- [14] Fonseca, J. F. P., Larsen, A., van der Hurk, E., Roberti, R., Røpke, S., (2016). The Simultaneous Vehicle Scheduling and Passenger Service Problem with Flexible Dwell Times. *28th European Conference on Operational Research*.
- [15] Pepin, A.-S., Desaulniers, G., Hertz, A., Huisman, D., (2009). A comparison of five heuristics for the multiple depot vehicle scheduling problems. *Journal of Scheduling*, 12, 17–30.
- [16] Freling, R., Wagelmans, A. P. M., Paixao, J. M. P., (2001). Models and algorithms for single-depot vehicle scheduling. *Transportation Science*, 35, 165–180.
- [17] Ribeiro, C., Soumis, F., (1994). A column generation approach to the multiple-depot vehicle scheduling problem. *Operations Research*, 42, 41-52.
- [18] Hadjar, A., Marcotte, O., Soumis, F., (2006). A branch-and-cut algorithm for the multiple depot vehicle scheduling problem. *Operations Research*, 54, 130-149.
- [29] Bunte, S., Kliwer, N., (2009). An overview on vehicle scheduling models, *Public Transport*, 1, 299-317.
- [20] Yao, E., Liu, T., Lu, T., Yang Y., (2019). Optimization of Electric Vehicle Scheduling with Multiple Vehicle Types in Public Transport. *Sustainable Cities and Society*, In press, 2019.
- [21] Carosi, S., Frangioni, A., Galli, L., Girardi, L., Vallese, G., (2019). A matheuristic for integrated timetabling and vehicle scheduling. *Transportation Research Part B: Methodological*, 127, 99-124.
- [22] Guedes, P. C., Borenstein, D., Visentini, M. S., Araújo S., Neto, A., (2019). Vehicle scheduling problem with loss in bus ridership. *Computers & Operations Research*, 111, 230-242.
- [23] Kulkarni, S., Krishnamoorthy, M., Ranade A., Ernst, A. T., Patil, R., (2018). A new formulation and a column generation-based heuristic for the multiple depot vehicle scheduling problem. *Transportation Research Part B: Methodological*, 118, 457-487.

نیک سیرت، ارایه مدل و الگوریتم برای مساله زمان‌بندی ناوگان چندپایانه ای توسعه یافته با در نظر گرفتن محدودیت های توازن تعداد ناوگان

- [24] Faiz, T. I., Vogiatzis, C., Noor-E-Alam, Md., (2019). A column generation algorithm for vehicle scheduling and routing problems. *Computers & Industrial Engineering*, 130, 222-236.
- [25] Bertsekas, D. P., (1991). *Linear network optimization: algorithms and codes*. MIT Press, Cambridge, MA.