

الگوریتم فرآبتكاری برای اندازه‌گیری کارایی مسائل ابعاد بزرگ در تحلیل پوششی داده‌ها

علی محمدی راد^{*}، مسعود صانعی^۱، صابر ملاعلیزاده زوارده^۲

۱- دانشجوی دکترای، دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران مرکزی، گروه ریاضی، تهران، ایران

۲- دانشیار، دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران مرکزی، گروه ریاضی، تهران، ایران

۳- استادیار، دانشگاه آزاد اسلامی واحد مسجد سلیمان، گروه مهندسی صنایع، مسجد سلیمان، ایران

رسید مقاله: ۱۳۹۳ بهمن ۸
پذیرش مقاله: ۱۳۹۴ تیر ۵

چکیده

تحلیل پوششی داده‌ها، یکی از موفق‌ترین روش‌ها در ارزیابی اندازه‌گیری کارایی نسبی واحدهای تصمیم‌گیرنده است که از تکنیک برنامه‌ریزی خطی استفاده می‌کند. در مدل‌های تحلیل پوششی داده‌ها، برای اندازه‌گیری کارایی نسبی واحدهای تصمیم‌گیرنده، در حالی که واحدهای تصمیم‌گیرنده و خودکاری و خروجی بسیار زیاد هستند حتی با استفاده از کامپیوترهای با سرعت بالا، به محاسبات و زمان پردازش بسیار زیادی نیاز است. در این مقاله، برای رفع این مشکل، الگوریتم فرآبتكاری برای ارزیابی کارایی نسبی در ابعاد بسیار بزرگ را پیشنهاد می‌کیم. چون در ارزیابی مسائل با ابعاد بسیار بزرگ با استفاده از الگوریتم فرآبتكاری به زمان پردازش و حافظه کم تر نیاز است، لذا ابزار بسیار مناسبی برای ارزیابی کارایی واحدهای تصمیم‌گیرنده می‌باشد. همچنین از آنجایی که عملگرها نقش بسیار مهمی در همگرایی و کیفیت حل الگوریتم‌ها دارند، کلیه عملگرها و پارامترها به منظور بهبود عملکردشان، با روش طراحی آزمایش‌های تاگوچی تنظیم می‌شوند.

کلمات کلیدی: تحلیل پوششی داده‌ها، کارایی، الگوریتم فرآبتكاری، مسائل ابعاد بزرگ.

۱ مقدمه

تحلیل پوششی داده‌ها (DEA)، که اولین بار توسط چارنز، کوپر و رووز [۱] تحت عنوان مدل CCR معرفی شد، تکنیکی غیر پارامتری برای محاسبه کارایی نسبی مجموعه‌ای از واحدهای تصمیم‌گیرنده (DMUs) با ورودی و خروجی مشترک است که با استفاده از برنامه‌ریزی ریاضی انجام می‌گیرد. عبارت نسبی به این دلیل است که کارایی حاصل نتیجه مقایسه واحدها با یکدیگر است. در سال‌های اخیر در اغلب کشورهای جهان برای ارزیابی عملکرد نهادها و دیگر فعالیت‌های رایج در زمینه‌های مختلف، کاربردهای متفاوتی از DEA دیده شده است.

* عهده‌دار مکاتبات

آدرس الکترونیکی: alimahmoodirad@yahoo.com

علت مقبولیت گسترده‌تر این روش نسبت به سایر روش‌ها، امکان بررسی روابط پیچیده و اغلب نامعلوم بین چندین ورودی و چندین خروجی است که در این فعالیت‌ها وجود دارد.

با توسعه‌ی روش تحلیل پوششی داده‌ها، این روش در ارزیابی کارایی سازمان‌ها و صنایع گوناگون از جمله بانک‌ها، نیروگاه‌ها، دانشگاه‌ها و... استفاده می‌شود و به عنوان یک ابزار مدیریتی قوی در اندازه‌گیری کارایی، سودمندی قابل توجهی به‌دست آورده و به‌طور گسترده از آن استفاده شده است [۶-۲]. مدل‌های تحلیل پوششی داده‌ها، علاوه بر تعیین میزان کارایی نسبی، نقاط ضعف واحدهای تحت ارزیابی را در متغیرهای مختلف تعیین کرده، و با معرفی الگوهای کارا برای واحدهای ناکارا، به بهبود بهره‌وری و افزایش کارایی سازمان‌ها کمک می‌کنند. الگوهای کارا واحدهایی هستند که نسبت به یک واحد ناکارا، با بهره‌گیری از میزان ورودی مشابه، می‌توانند خروجی بیشتری را تولید کنند یا با استفاده از میزان ورودی کم‌تر، حداقل به همان اندازه خروجی داشته باشند.

در سال‌های اخیر به دلیل رشد و توسعه تکنولوژی و همچنین ارتباط بین علوم مختلف، روش‌های الهام گرفته از طبیعت، برای حل مسایل بهینه‌سازی توسعه یافته‌اند که تحت عنوان روش‌های فرایانکاری در علوم استفاده می‌شوند. رویکردهای فرایانکاری، امروزه کاربرد بسیاری در شاخه‌های مختلف علم بهینه‌سازی پیدا کرده‌اند. مبنای این رویکردها عمدهاً بر اساس نظم یا قواعد موجود در ارگانیسم‌های طبیعی یا برگرفته از دیگر شاخه‌های علوم است. رویکردهای فوق برخلاف روش‌های دقیق بهینه‌سازی، بدنبال نقاط تا حد ممکن نزدیک به بهینه سراسری می‌باشند به‌طوری که جواب‌های نزدیک به بهینه را با یک هزینه محاسباتی قابل قبول جستجو می‌کنند ولی تضمینی برای رسیدن به جواب بهینه نمی‌دهند. به روش‌های فرایانکاری اصطلاحاً روش‌های غیر دقیق نیز گفته می‌شود چرا که مکانیزم‌های تصادفی در ایجاد ساختار آن‌ها نقش مهمی را ایفا می‌کنند.

اخیراً برخی ارگان‌های بزرگ برای ارزیابی DMUs با داده‌های بسیار بزرگ، از مدل‌های DEA استفاده کرده‌اند [۴ و ۷]. در کاربردهایی از این نوع، به دلیل ابعاد بزرگ مساله مورد بررسی و تعداد زیاد DMU به محاسبات خیلی زیاد نیاز است، به طوری که سریع‌ترین کامپیوتر، برای رسیدن به جواب (نموده کارایی) به زمان خیلی زیاد نیاز دارند تا مدل‌های ایجاد شده برای هر DMU را حل کنند [۷]. لذا روشی که بتواند در زمان معقولی کارایی هر واحد را در اختیار تصمیم‌گیرنده قرار دهد، می‌تواند بسیار مفید و ارزنده باشد.

در خصوص به کارگیری و ترکیب روش تحلیل پوششی داده‌ها با روش‌های هوش مصنوعی، تلاش‌های انجام شده بسیار محدود و اندک است که نشان از سرنخ‌های جدید در گسترش این موضوع می‌دهد. در ادامه به برخی از کارهای انجام گرفته در این زمینه اشاره شده است.

امروز نزد و شل [۷] به منظور ارزیابی کارایی نسبی DMUs با مجموعه داده‌های با مقیاس بزرگ از شبکه عصبی استفاده کردند. آن‌ها برای اندازه‌گیری کارایی، پنج دسته داده‌های تصادفی بزرگ را انتخاب نمودند و نتایج به‌دست آمده از شبکه عصبی را با مدل‌های DEA معمولی مقایسه کردند. تحلیل آن‌ها نشان داد که خطای

تخمین برای مجموعه داده‌های بسیار بزرگ کاهش می‌یابد. همچنین از شبکه عصبی برای تعیین نمرات کارایی DMUs در ابعاد بزرگ استفاده شده است [۱۱-۸].

لکزایی و همکاران [۱۲] برای تخمین کارایی DMUs در مجموعه داده‌های بسیار بزرگ، الگوریتم الکترومغناطیس را پیشنهاد کردند. با توجه به نقش پارامترها و عملکردها در همگرایی و کیفیت الگوریتم، روش طراحی آزمایشات تاگوچی را بکار گرفتند. رحیمیان و همکاران [۱۳] الگوریتم تفاضل تکاملی (DE) را برای ارزیابی کارایی DMUs با داده‌های ابعاد بزرگ، توسعه دادند و به منظور بهبود اجرای الگوریتم از روش طراحی آزمایشات تاگوچی استفاده کردند.

یودهایا کومار و همکاران [۱۴] مساله DEA را در یک بانک با ورودی‌ها و خروجی‌های تصادفی در نظر گرفتند. در الگوریتم ژنتیک (GA) ارایه شده تنها از یک عملکر تفاضل تک نقطه‌ای و یک عملکر جهش آشته برای حل مدل استفاده شده است. آن‌ها از تابع هدف تصادفی و محدودیت‌های شناسی استفاده کردند و شدنی بودن و محدودیت‌های شناسی با تکنیک شبیه سازی مورد بررسی قرار گرفت.

آزاده و همکاران [۱۵] یک الگوریتم ترکیبی GA-DEA برای ارزیابی ورودی‌های بحرانی از دو دیدگاه کارایی و هزینه در یک مرکز انتقال برق ارایه نمودند. آن‌ها از یک معیار خاص و مدل‌های ابرکارایی تخصیص هزینه‌ها، برای تحلیل حساسیت و تعیین ورودی‌های بحرانی بر اساس کارایی و هزینه استفاده نمودند.

طلوع و همکاران [۱۱] به منظور ارزیابی کارایی و بهره‌وری از مجموعه داده‌های بسیار بزرگ با مقادیر منفی، یک الگوریتم ترکیبی با استفاده از شبکه عصبی، پیشنهاد کردند.

در این مقاله، به منظور به دست آوردن کارایی با مجموعه داده‌های بسیار بزرگ، الگوریتم ژنتیک و شبیه سازی تبرید (SA) پیشنهاد می‌گردد. بدلیل عدم نیاز به حل مساله برنامه‌ریزی خطی برای هر DMU و زمان پردازش بسیار کمتر نسبت به مدل‌های کلاسیک DEA، الگوریتم ژنتیک ابزار بسیار مناسبی برای ارزیابی کارایی هر واحد تصمیم‌گیرنده با مسایل با ابعاد بسیار بزرگ می‌باشد.

ساختم مقاله به این شرح است که در ادامه بیان می‌گردد. در بخش دوم مدل DEA و مفاهیم مورد استفاده در این مقاله بیان می‌شود. الگوریتم ژنتیک و شبیه سازی تبرید همراه با جزئیات آن‌ها به ترتیب در بخش سوم و چهارم مورد بررسی قرار می‌گیرد. در بخش پنجم روش طراحی آزمایشات تاگوچی مورد استفاده را تشریح نموده و در بخش ششم نتیجه‌گیری و پیشنهادات ارایه می‌گردد.

۲ تحلیل پوششی داده‌ها

کارایی یک واحد عبارت از مقایسه‌ی ورودی‌ها و خروجی‌های آن با یکدیگر است. در ساده‌ترین حالت که واحدی یک ورودی را مصرف کرده و یک خروجی می‌دهد، کارایی به صورت خارج قسمت خروجی بر ورودی تعریف می‌شود. ولی اغلب، به خاطر پیچیدگی واحدهای تصمیم‌گیری و این که واحدهای یک سازمان اهداف متعددی را دنبال می‌کنند، در نظر گرفتن چندین ورودی و چندین خروجی اجتناب ناپذیر است. در چنین وضعیتی، کارایی را می‌توان به صورت حاصل تقسیم ترکیبی وزنی از خروجی‌ها بر ترکیبی وزنی از ورودی‌ها

تعریف کرد. به عبارت دیگر، برای هر کدام از خروجی ها و ورودی ها، وزنی به عنوان ارزش و قیمت آنها در نظر گرفته می شود و ارزش کل خروجی ها بر قیمت کل ورودی ها تقسیم می شود. مشکل اساسی، تعیین وزن ها (ارزش خروجی ها یا قیمت ورودی ها) به منظور ترکیب آنها می باشد. تحلیل پوششی داده ها روشی است که برای یافتن این وزن ها طراحی شده است. مدل های مبتنی بر تحلیل پوششی داده ها مدل های برنامه ریزی ریاضی هستند که برای اندازه گیری کارایی تکنیکی واحد های تصمیم گیری طراحی شده اند [۱].

فرض کنید $\{DMU_j\}_{j=1,2,\dots,n}$ واحد تصمیم گیرنده متজانس باشند که با به کار بردن بردار ورودی x_j بردار خروجی y_j را تولید می کند که $(x_{1j}, \dots, x_{mj})^T > 0$ و $(y_{1j}, \dots, y_{sj})^T > 0$. مدل تامسون و همکاران [۱۶] تحت عنوان مدل TDT برای ارزیابی نمره کارایی نسبی DMU_o به صورت زیر است:

$$\begin{aligned} \underset{(u,v)}{\text{Max}} \quad & \frac{\frac{u^T y_o}{v^T x_o}}{\underset{1 \leq j \leq n}{\text{Max}} \left\{ \frac{u^T y_j}{v^T x_j} \right\}} \\ \text{s.t.} \quad & u \geq 0, \quad v \geq 0. \end{aligned} \quad (1)$$

که در آن $S \in \mathbb{R}^{s \times 1}$ و $v \in \mathbb{R}^{m \times 1}$ به ترتیب بردارهای وزن ورودی و خروجی هستند.

اگر قرار دهیم $\underset{1 \leq j \leq n}{\text{Max}} \left\{ \frac{u^T y_j}{v^T x_j} \right\} = \frac{1}{t}$ مدل (۱) به مدل برنامه ریزی کسری زیر تبدیل می شود:

$$\begin{aligned} \underset{(u,v)}{\text{Max}} \quad & \frac{u^T y_o}{v^T x_o} \\ \text{s.t.} \quad & u^T y_j - v^T x_j \leq 1 \quad j = 1, 2, \dots, n \\ & u \geq 0, \quad v \geq 0. \end{aligned} \quad (2)$$

مدل (۲) به مدل کسری CCR [۱] معروف است. برای تبدیل مدل (۲) به یک مدل برنامه ریزی خطی، با استفاده از تبدیلات چارنژ و کوپر [۱۷] به مدل زیر خواهیم رسید.

$$\begin{aligned} \underset{(u,v)}{\text{Max}} \quad & \theta = u^T y_o \\ \text{s.t.} \quad & v^T x_o = 1, \\ & u^T y_j - v^T x_j \leq 0, \quad j = 1, 2, \dots, n, \\ & u \geq 0, \quad v \geq 0. \end{aligned} \quad (3)$$

مدل (۳) همان مدل CCR برای به دست آوردن نمره کارایی DMU_o است که آن را فرم پوششی مدل CCR نیز می نامند [۱].

تعريف ۱ [۱۸]. اگر مقدار بهینه مدل (۳)، یعنی θ^* ، برابر یک باشد، و حداقل یک جواب بهینه (u^*, v^*) با $>^* u^*$ و $>^* v^*$ وجود داشته باشد، گوییم DMU کارایی CCR (کارایی قوی) است در غیر این صورت گوییم DMU ناکارایی CCR است.

در مدل‌های DEA کلاسیک برای به دست آوردن نمره کارایی DMU ‌ها از مدل (۳) استفاده می‌شود و کارا بودن یا نبودن یک واحد را با استفاده از تعریف ۱ به دست می‌آید. اما اگر تعداد DMU ‌ها بسیار زیاد باشند، به محاسبات و زمان بسیار زیادی نیاز است. همچنین در ارزیابی سازمان‌های بزرگ (در حدود میلیون) با استفاده از تحلیل پوششی داده‌ها، حتی با استفاده از کامپیوترهای با سرعت بالا، به محاسبات و زمان بسیار زیادی نیاز است، چون برای محاسبه کارایی هر واحد تصمیم‌گیرنده در هر بار باید یک مدل برنامه‌ریزی خطی حل شود [۷]. به عبارت دیگر، مدل‌های تحلیل پوششی داده‌های معمولی، قادر به به دست آوردن نمره کارایی این تعداد از واحدهای تصمیم‌گیرنده نیستند. برای رفع این مشکل (یعنی به دست آوردن نمره کارایی تعداد بسیار زیادی از واحدهای تصمیم‌گیرنده) الگوریتم‌های فرالبتکاری پیشنهاد شده که جزیيات آن در ادامه تشریح می‌شود.

۳ الگوریتم ژنتیک

از سال ۱۹۶۰ الگوریتم از پدیده‌های طبیعی برای استفاده در الگوریتم‌های قوی جهت ارایه حل مسائل پیچیده‌ی بهینه‌سازی مورد توجه قرار گرفت که تکنیک‌های محاسبات تکاملی نام گرفتند. یکی از این تکنیک‌ها، الگوریتم ژنتیک است که توسط جان هالند در سال ۱۹۷۵ پیشنهاد شده است [۱۹]. این روش که از روش‌های فرالبتکاری الهام گرفته از طبیعت می‌باشد، در واقع یکی از روش‌های جستجوی تصادفی است که بر اساس انتخاب طبیعی و نسل‌شناسی طبیعی کار می‌کند. این الگوریتم دارای تفاوت‌های اساسی با دیگر روش‌های متداول بهینه‌سازی است که گلدبُرگ [۲۰] این تفاوت‌ها را به صورت زیر بیان کرده است.

۱. الگوریتم ژنتیک با مجموعه‌ای از جواب‌های کدگذاری شده کار می‌کند نه با خود آن‌ها.
 ۲. الگوریتم ژنتیک در یک جمعیت از جواب‌ها و یا مجموعه‌ای از آن‌ها شروع به جستجو می‌کند نه با یک جواب و در واقع با کل جامعه کار می‌کند نه با یک فرد جامعه.
 ۳. الگوریتم ژنتیک از اطلاعات تابع برآش استفاده می‌کند نه از مشتق‌ها یا علوم کمکی دیگر.
 ۴. الگوریتم ژنتیک از قواعد مبتنی بر احتمال استفاده می‌کند نه از قواعد قطعی.
- الگوریتم ژنتیک، الگوریتمی است که با استفاده از الگوهای عملیاتی داروینی در مورد تکثیر بقای احسن و بر اساس فرآیند طبیعی ژنتیک مجموعه‌ای از اشیاء منفرد ریاضی را با میزان تطبیقی خاص به جمعیتی جدید تبدیل می‌کند. این الگوریتم به دلیل ساده و ارایه جوابی با کیفیت به عنوان تکنیکی برای بهینه‌سازی مسائل مهندسی به سرعت توسعه یافت [۲۱ و ۲۲].

برای راهاندازی یک الگوریتم ژنتیک، در ابتدا یک جمعیت اولیه به صورت تصادفی ایجاد شده و به الگوریتم داده می‌شود و در ادامه کار، جمعیت هر نسل جدید با توجه به نسل قبل تولید می‌شود. این کار با انجام سه عمل، تولید مجدد، تقاطع و جهش بر روی کروموزم‌های نسل قبل صورت می‌گیرد. در GA، فرآیند حرکت

به گونه‌ای است که جمعیت جدید را به سمت تولید نسل بهتر و حذف کروموزوم‌های ضعیفتر سوق داده می‌شود.

در پیوست ۱ مراحل اجرای الگوریتم ژنتیک ارایه شده در این مقاله، نشان داده شده است. با توجه به این الگوریتم‌ها، مراحل اجرای الگوریتم ژنتیک در بخش‌های زیر توضیح داده شده است.

۱-۳ نمایش جواب

یکی از مهم‌ترین تصمیمات در طراحی یک روش فرایانگاری، نحوه نمایش جواب است. نمایش جواب برای تبدیل به کد کردن باید ساده باشد تا زمان پردازش الگوریتم را کاهش دهد. در مساله DEA اندازه جمعیت برابر با تعداد کروموزوم‌ها است به‌طوری که وزن‌های ورودی‌ها و خروجی‌ها، ژن‌های هر کروموزوم را تشکیل می‌دهند. طول کروموزوم‌ها برابر با تعداد ورودی‌ها (m) به علاوه تعداد خروجی‌ها (s)، یعنی $m+s$ می‌باشد و نسل اولیه با این وزن‌های بین صفر و یک عددی مثبت به‌طور تصادفی انتخاب می‌شود.

۲-۳ مکانیسم انتخاب

با توجه به ماکریزم‌سازی تابع هدف کارایی نسبی در مساله DEA در مدل (۱)، جواب‌های بهتر در برآزندگی بالاتری قرار داشته، لذا مقدار برآزندگی به عنوان تابع هدف در نظر گرفته می‌شود. با استفاده از مکانیسم انتخاب چرخ رولت، جوابی با مقدار برآزندگی بالاتر (یعنی کارایی بهتر) شанс بیشتری برای انتخاب در نسل بعدی دارد.

۳-۳ عملگرهای الگوریتم ژنتیک

۱-۳-۱ تولید مجدد

از آن جایی که والدین بهتر با احتمال بیشتری فرزندان بهتری تولید می‌کنند، بنابراین لازم است که بهترین جواب‌های هر نسل به نسل بعدی منتقل شوند، در نتیجه $pr\%$ از کروموزوم‌هایی با مقدار برآزندگی بهتر به نسل بعدی انتقال داده می‌شوند، که این عمل را تولید مجدد گویند.

۲-۳ عملگر تقاطع

هدف اصلی از انجام عملگر تقاطع، جستجو در فضای جواب است و مهم‌ترین عملگر در الگوریتم ژنتیک می‌باشد. این عملگر دو کروموزوم (دو والدین) را از جمعیت نسل قبل می‌گیرد و با نسل بعد معاوضه می‌کند تا فرزندان جدید تولید کند. انواع مختلفی از این عملگر وجود دارد [۲۱ و ۲۲] که برخی از آن‌ها عبارتند از: عملگر تک نقطه‌ای، عملگر دونقطه‌ای، عملگر یکنواخت و عملگر حسابی.

۳-۳-۳ عملگر جهش

در الگوریتم ژنتیک بعد از عملگر تقاطع، عملگر جهش انجام می‌گیرد. عملگر جهش را می‌توان شکل ساده‌ای از جستجوی محلی در نظر گرفت. هدف اصلی از انجام عملگر جهش، اجتناب از همگرایی بهینه محلی است. عملگرهای جهش فراوانی وجود دارد [۲۱ و ۲۲] که برخی از آن‌ها عبارتند از: عملگر جهش تعویض، عملگر جهش تعویض بزرگ، عملگر جهش جابجایی، عملگر جهش آشفته.

۴ ساختار الگوریتم شبیه‌سازی تبرید

الگوریتم شبیه‌سازی تبرید (SA) یک الگوریتم بهینه‌سازی فرآبتكاری ساده و اثربخش است که توسط کریک پاتریک و همکارانشان [۲۳] برای حل مسائل بهینه‌سازی پیشنهاد شد. این الگوریتم یک الگوریتم جستجوی محلی یا یک روش فرآبتكاری می‌باشد که قادر است خود را از دام بهینه موضعی رها کند. راحتی به کارگیری، همگرایی و استفاده از حرکات خاصی جهت دوری از قرارگیری در دام بهینه موضعی، از جمله خصوصیاتی هستند که باعث شده‌اند تا این روش در دو دهه اخیر مورد توجه قرار گیرد.

در SA ابتدا یک جواب آغازین (S) و یک دمای اولیه (T) به طور تصادفی تولید می‌شود و سپس جواب دیگری در همسایگی این جواب (S') انتخاب می‌شود. قرار می‌دهیم $T = T_0$ و مقدار تغییرات تابع هدف یعنی $(S') - f(S)$ محاسبه می‌گردد. اگر $\Delta_{S'} < \Delta_0$ باشد، جواب S' جایگزین جواب S می‌شود، در غیر این صورت، جواب S' ، به عنوان جواب جدید با احتمال $p = \exp(-\Delta_{S'}/T)$ به نسل بعد منتقل می‌شود. روند بیان شده برای هر درجه حرارتی تا تعداد تکرار از پیش تعیین شده ادامه می‌یابد تا زمانی که شرط توقف برقرار شود (رسیدن به دمای نهایی). پس از این که تعداد تکرارها به مقدار معین از پیش تعیین شده رسید، دمای سیستم کاهش می‌یابد و T تقریبی از جواب بهینه است. یک مزیت مهم روش شبیه‌سازی تبرید نسبت به روش‌های دیگر، قابلیت این روش در جلوگیری از گیرافتادن در بهینه موضعی می‌باشد. این الگوریتم از یک جستجوی تصادفی استفاده می‌کند که نه تنها تغییراتی که منجر به بهبود تابع هدف می‌شود را می‌پذیرد، بلکه برخی از تغییراتی را که منجر به عدم بهبود تابع هدف می‌شود را نیز شدندی می‌داند. گام‌های اصلی الگوریتم شبیه‌سازی تبرید در پیوست ۲ نشان داده شده است.

۵ طراحی آزمایشات

۵-۱ طراحی مسائل آزمایشی

برای ارزیابی کیفیت جواب روش‌های فرآبتكاری توسعه داده شده در این تحقیق، از یک طرح جدید برای تولید داده‌های آزمایشی استفاده می‌شود. داده‌های مورد نیاز شامل تعداد DMU ها، ورودی‌ها و خروجی‌ها است. برای اجرای الگوریتم ۳۲ مساله به تصادف تولید می‌شود که در آن هشت مساله برای آزمایش انتخاب شده‌اند. تعداد DMU ها اندازه مساله را تعیین می‌کند. برای هر اندازه مساله، چهار نوع زیر مساله، مانند A، B، C و D در نظر گرفته شده است. در هر اندازه مساله، زیر مسائل در تعداد ورودی‌ها و خروجی‌ها متفاوتند که به ترتیب، زیر

مسائل افزایش می‌یابند. مقادیر ورودی‌ها و خروجی‌ها از توزیع یکنواخت بین بازه [۱۰ و ۵۰] انتخاب می‌شوند. اندازه مسائل و تعداد $DMUs$ ، تعداد ورودی‌ها، تعداد خروجی‌ها و محدوده‌ی مقادیر ورودی‌ها و خروجی‌ها در جدول ۱ نشان داده شده است.

با توجه به زمان حل زیاد روش‌های دقیق در سطوح متوسط و بزرگ، حل مساله با نرم افزارهای دقیق امکان‌پذیر نبوده لذا روش فرالبتکاری مورد استفاده قرار می‌گیرد. برای اجرای روش فرالبتکاری بکار گرفته شده در این پژوهش، از نرم‌افزار MATLAB استفاده شده است. پردازشگر اجرا کننده الگوریتم، یک کامپیوتر با مشخصات دو هسته‌ای 2.8 GHz و 4 GB RAM می‌باشد.

جدول ۱. تولید مسائل آزمایشی

اندازه مساله	$DMUs$	نوع مساله (تعداد خروجی و تعداد ورودی)			
		A	B	C	D
۱	۵۰	(۴ و ۴)	(۸ و ۴)	(۸ و ۴)	(۸ و ۸)
۲	۱۰۰	(۵ و ۵)	(۱۰ و ۵)	(۱۰ و ۵)	(۱۰ و ۱۰)
۳	۱۵۰	(۵ و ۵)	(۱۰ و ۵)	(۱۰ و ۵)	(۱۰ و ۱۰)
۴	۲۰۰	(۱۰ و ۲۰)	(۲۰ و ۱۰)	(۱۰ و ۲۰)	(۲۰ و ۲۰)
۵	۴۰۰	(۱۰ و ۲۰)	(۲۰ و ۱۰)	(۱۰ و ۲۰)	(۲۰ و ۲۰)
۶	۶۰۰	(۱۵ و ۳۰)	(۳۰ و ۱۵)	(۱۵ و ۱۵)	(۳۰ و ۳۰)
۷	۸۰۰	(۱۵ و ۳۰)	(۳۰ و ۱۵)	(۱۵ و ۱۵)	(۳۰ و ۳۰)
۸	۱۰۰۰	(۴۰ و ۴۰)	(۲۰ و ۴۰)	(۲۰ و ۴۰)	(۴۰ و ۴۰)

به منظور نمایش کیفیت جواب الگوریتم پیشنهادی، یک راه برای حل مساله استفاده از داده‌های آزمایشی است.

۲-۵ بهینه سازی به روش تاگوچی (تحلیل نسبت S/N)

منظور از بهینه‌سازی به روش تاگوچی، استفاده از تحلیل نسبت سیگنال به نویز (S/N) است. جهت تشخیص و به دست آوردن شرایط بهینه از بین اجراهای آزمایشی از تحلیل S/N استفاده می‌شود. بعد از انجام این تحلیل برای هر فاکتور بهترین سطح معرفی می‌گردد. ایده اصلی پنهان در تحلیل S/N این است که در شرایط بهینه، که در مسائل کنترل کیفی و طراحی مطمین بسیار مطلوب است، شرایطی است که در آن حساسیت عملکرد و یا خروجی نسبت به اختشاش‌ها کم‌ترین مقدار باشد. به عبارت دیگر، می‌توان گفت که در یک آزمایش زمانی شرایط بهینه را داریم که ایجاد تغییرات در خروجی بیشتر بر تغییرات مقادیر پاسخ که تحت کنترل هستند، استوار باشد تا بر مقادیر اختشاش. لذا تحلیل نسبت S/N مشخص می‌کند که شرایط بهینه مربوط به جایی است که در آنجا، نسبت پاسخ به اختشاش ماقزیم باشد. تحلیل نسبت S/N بسته به اینکه نوع مساله از کدام دسته فوق باشد، متفاوت است. در ادامه تحلیل نسبت S/N در سه قسمت بررسی می‌شود.

قسمت اول مربوط به شرایطی است که در آن هر چه مقدار خروجی کمتر باشد بیشتر مورد پسند است. پارامتر تحلیل نسبت N/S را با η نشان می‌دهیم که برای شرایط هر چه کمتر بهتر، به صورت رابطه زیر است.

$$\eta_i = -10 \log_{10} \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i \right) \quad (4)$$

که در آن y مقدار خروجی به ازای i امین اجرای آزمایش و n تعداد تکرار آزمایش است. از بین مقادیر η ، هر کدام که مقدار عددی بزرگ‌تری را نشان دهد، بیانگر شرایط بهینه است.

قسمت دوم مربوط به شرایطی است که در آن مقدار اسمی بهترین شرایط را ایجاد می‌کند. برای بهدست آوردن پارامتر η در این دسته مسایل از رابطه زیر استفاده می‌کنیم.

$$\eta_i = 10 \log_{10} \left(\frac{\mu}{\delta^*} \right) \quad (5)$$

$$\mu = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i \quad (6)$$

$$\delta^* = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (y_i - \mu)^2} \quad (7)$$

که در آن η مقدار میانگین و δ^* مقدار واریانس است.

قسمت سوم مربوط به مسایلی است که در آن هر چه مقدار خروجی بیشتر باشد، بهتر است. در چنین مسایلی پارامتر η از رابطه زیر بهدست می‌آید.

$$\eta_i = -10 \log_{10} \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{y_i} \right) \right) \quad (8)$$

در کلیه شرایط فوق بزرگ‌ترین مقدار η بهترین شرایط را نشان می‌دهد.

زمانی که از طراحی آزمایش کسری استفاده می‌کنیم، بهدلیل این که تعدادی از اجراهای آزمایش از مقدار کل حذف شده‌اند، ممکن است این اشکال وارد باشد که نتوان از بین فاکتورها و سطوح، شرایط بهینه واقعی را استخراج کرد. برای حل این مشکل به جای تمرکز بر تحلیل η ‌های بهدست آمده برای هر اجرا بر روی η مربوط به یک سطح متتمرکز می‌شویم. هر سطحی که η بزرگ‌تری بهدست دهد، مربوط به شرایط بهینه است. η برای یک سطح از میانگین η ‌های اجرایی بهدست می‌آید که فاکتور مطلوب در سطح مورد نظر بوده است.

۳-۵ تنظیم پارامتر

کیفیت یک الگوریتم فرالبتکاری تا حدود زیادی به تعیین مناسب پارامترهای آن بستگی دارد. بنابراین اگر پارامترها به طور صحیح تنظیم نشوند، ممکن است که الگوریتم به جواب بهینه همگرا نشود. روش‌های متعددی برای تعیین پارامترها در الگوریتم‌های فرالبتکاری وجود دارد. جهت تنظیم پارامترهای الگوریتم‌های توسعه داده شده در این تحقیق، از روش طراحی آزمایش‌های تاگوچی استفاده شده است.

در روش تاگوچی از یک آرایه عمودی برای سازماندهی نتایج آزمایشی استفاده می‌شود. روش کار به این گونه است که یک سری از سطوح مختلف پارامترهای مؤثر بر الگوریتم، بر مبنای شاخص‌های ورودی که معمولاً از مقدار تابع هدف استفاده می‌شود، مورد بررسی قرار گرفته و بهترین ترکیب پارامترها، بر اساس نتایج حاصل از آزمایش‌های صورت گرفته بر مبنای آرایه عمودی انتخابی، به عنوان مقادیر مطلوب جهت تنظیم پارامترها پیشنهاد می‌شود.

در روش تاگوچی نسبت N/S در حکم متغیر نسبت است که تابع هدف در هر اجرا به این نسبت تبدیل می‌شود تا بر طبق آن تصمیم گیری شود. در این تحقیق با توجه به نسبت N/S انتخاب شده مناسب ماهیت مسایل این تحقیق، بیشترین نسبت N/S برای هر فاکتور در هر الگوریتم، به عنوان فاکتور بهینه انتخاب می‌شود.

در الگوریتم ژنتیک ارایه شده، فاکتورهای کنترلی عبارتند از: اندازه جمعیت، درصد تقاطع، احتمال جهش، نوع عملگر تقاطع و نوع عملگر جهش. برای الگوریتم شیوه‌سازی تبرید، درجه حرارت اولیه (T_0)، تعداد جستجوی همسایگی در هر درجه حرارت (n_{max}) و نرخ کاهش درجه حرارت (α) فاکتورهای کنترلی هستند. جدول ۲ پارامترهای مؤثر بر دو الگوریتم پیشنهادی به همراه سطوح و عملگرهای در نظر گرفته شده برای آن‌ها را ارایه می‌دهد.

جدول ۲. فاکتورها و سطوح الگوریتم‌های پیشنهادی

سطوح GA	فاکتورهای GA	سطوح SA	فاکتورهای SA	سطوح
اندازه جمعیت	A(۱) - ۵۰ A(۲) - ۶۰ A(۳) - ۷۰	T_0	A(۱) - ۳۰۰ A(۲) - ۳۵۰ A(۳) - ۴۰۰	
نرخ تقاطع	B (۱) - ۶۰ B (۲) - ۷۰ B (۳) - ۸۰	n_{max}	B (۱) - ۵۰۰ B (۲) - ۵۵۰ B (۳) - ۶۰۰	
نرخ جهش	C (۱) - ۰/۰۱ C (۲) - ۰/۰۲ C (۳) - ۰/۰۳	α	C (۱) - ۰/۹۲ C (۲) - ۰/۹۱ C (۳) - ۰/۹	
نوع تقاطع	D (۱) - تک نقطه‌ای D (۲) - دو نقطه‌ای D (۳) - یکنواخت			
نوع جهش	E (۱) - تعویض E (۲) - تعویض بزرگ E (۳) - آشفته			

سطوح SA	فاکتورهای GA	سطوح GA
تغییر مکان - E (۴)		
وارونگی - E (۵)		

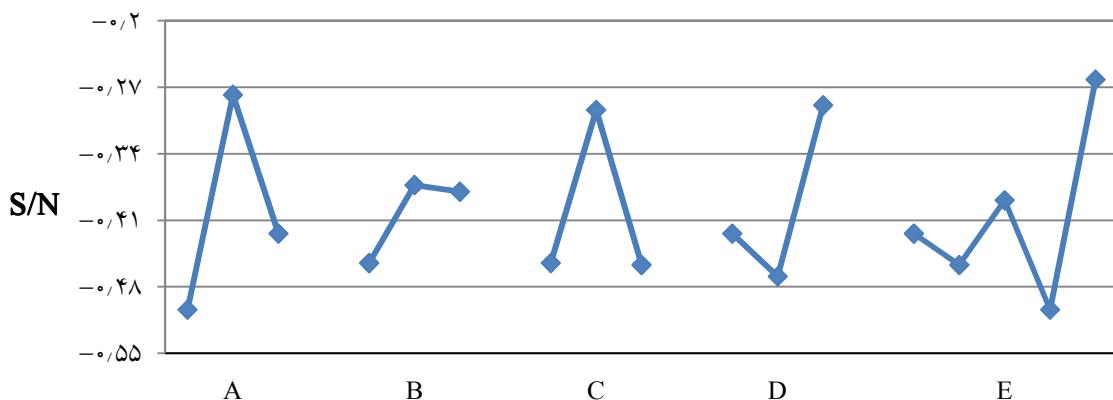
همچنین جهت تحقیق بیشتر و اثبات درستی نتایج اجرای روش تاگوچی، برای نتایج الگوریتم‌های هر مدل، درصد میانگین انحرافات نسبی (RPD) نیز محاسبه شده است.

$$RPD = \frac{\max_{sol} - A \lg_{sol}}{\max_{sol}} \times 100 \quad (8)$$

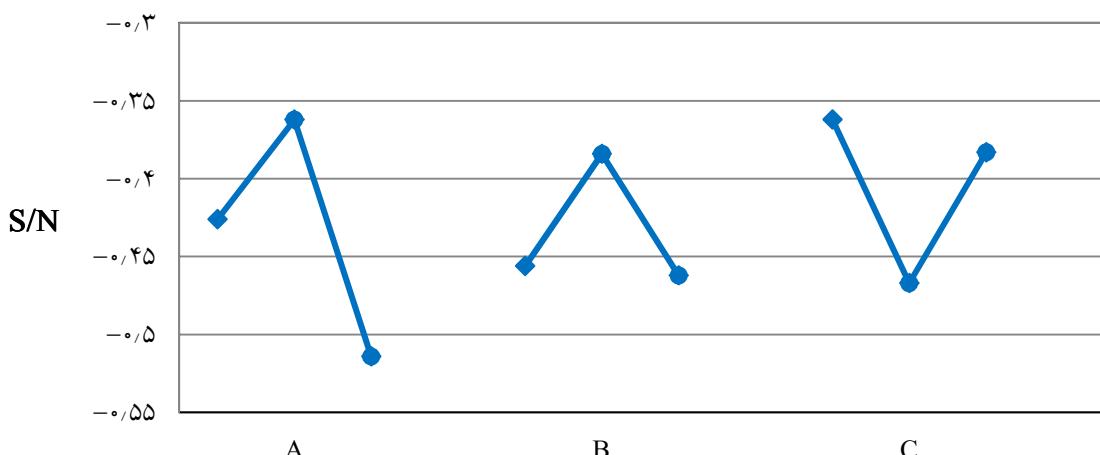
که جواب حاصل از الگوریتم $A \lg_{sol}$ ماکریم مقدار جواب‌ها است. در این نسبت نیز، بیشترین مقدار RPD برای هر فاکتور در هر الگوریتم به عنوان فاکتور بهینه انتخاب می‌شود.

۴-۴ انتخاب فاکتورهای بهینه الگوریتم‌های حل مساله

پس از به دست آوردن نتایج از اجرای آزمایشات در اندازه‌های مختلف، برای تجزیه و تحلیل نتایج الگوریتم‌ها و جهت تعیین پارامترهایی که بهترین جواب را ارایه می‌دهند، نتایج هر آزمایش به نسبت S/N تبدیل می‌شود. هر چقدر مقدار میانگین S/N بیشتر باشد، جواب بهینه‌تر است. نسبت S/N از آزمایشات در هر سطح به طور متوسط، و مقادیر آن‌ها در برابر هر فاکتور کنترلی برای الگوریتم ژنتیک در شکل ۱ و برای الگوریتم شبیه‌سازی تبرید در شکل ۲ رسم شده است. نتایج به دست آمده از آزمایشات با استفاده از نسبت S/N و درصد انحراف نسبی RPD نشان می‌دهد که برای الگوریتم ژنتیک مقادیر بهینه اندازه جمعیت، نرخ تقاطع و نرخ جهش به ترتیب برابر با ۶۰، ۰/۷ و ۰/۰۲ و عملگرهای تقاطع و جهش بهینه به ترتیب عملگر تقاطع یکنواخت و وارونگی می‌باشند. برای الگوریتم شبیه‌سازی تبرید فاکتورهای بهینه درجه حرارت اولیه (T_0)، تعداد جستجوی همسایگی در هر درجه حرارت (n_{max}) و نرخ کاهش درجه حرارت (α) مقادیر بهینه پارامترها به ترتیب برابر ۳۵۰، ۵۵۰ و ۰/۹۲ است.



شکل ۱. انتخاب فاکتورهای بهینه الگوریتم ژنتیک

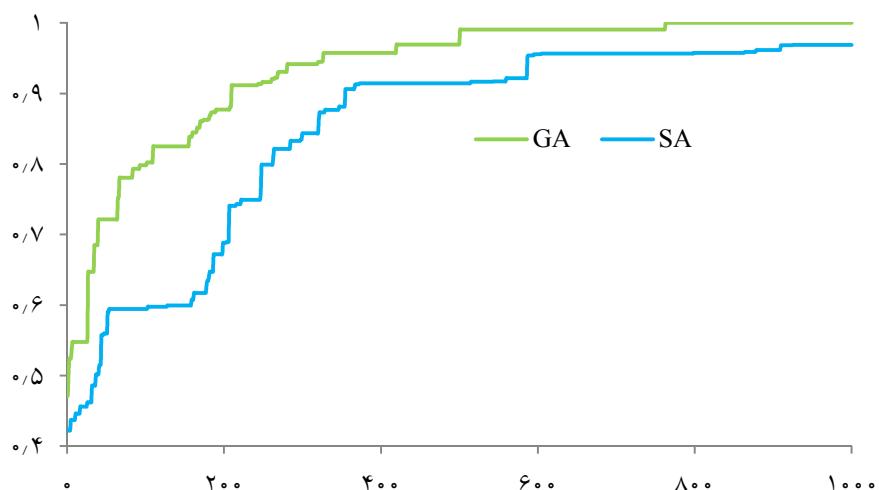


شکل ۲. انتخاب فاکتورهای بهینه الگوریتم شبیه سازی تبرید

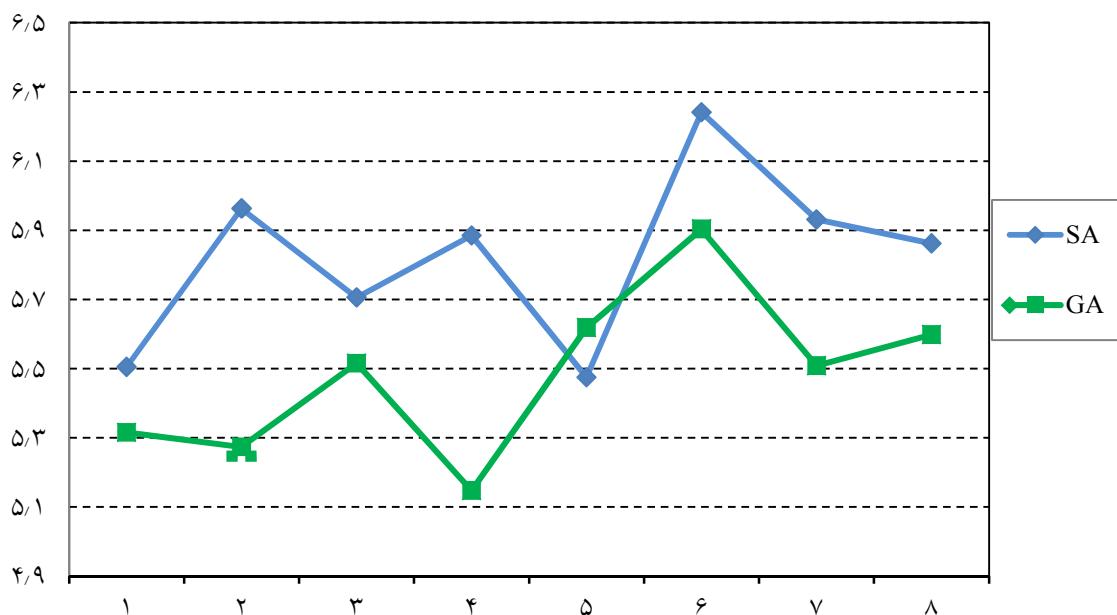
۵-۵ همگرایی الگوریتم‌ها و مقایسه نهایی

پس از تعیین بهترین حالت عملکردی هر الگوریتم با توجه به مقادیر به دست آمده، مقایسه بین دو الگوریتم پیشنهادی، انجام خواهد شد. برای منصفانه بودن مقایسه، از معیار زمان یکسان به عنوان شرط توقف در هر دو الگوریتم استفاده می‌شود. برای اطمینان از همگرایی هر الگوریتم به بهترین جواب خود از نمودار همگرایی استفاده شد. نتایج از شکل ۳ نشان می‌دهد که هر دو الگوریتم ژنتیک و شبیه‌سازی تبرید به همگرایی خود رسیدند. لذا افزایش زمان حل تأثیری در بهبود دیگر آن‌ها نخواهد داشت. همان‌گونه که از شکل ۳ مشخص است الگوریتم ژنتیک هم در زمان همگرایی و هم در کیفیت جواب، بهتر از الگوریتم شبیه‌سازی تبرید است.

همان‌طور که از شکل ۴ مشاهده می‌شود، الگوریتم ژنتیک دارای عملکرد بهتری است، زیرا RPD مربوط به این الگوریتم در سطح پایین‌تری قرار دارد. در نتیجه الگوریتم شبیه‌سازی تبرید عملکرد ضعیف‌تری در مقایسه با الگوریتم ژنتیک در این مساله از خود نشان داده است.



شکل ۳. نمودار همگرایی دو الگوریتم ارایه شده در زمان یکسان



شکل ۴. میانگین RPD برای اثر مقابلین بین هر الگوریتم و اندازه مسئله

۶ نتیجه‌گیری و ارایه پیشنهادات

تحلیل پوششی داده‌ها یکی از شاخه‌های مهم در تحقیق در عملیات است که اخیراً برای ارزیابی واحد‌های تصمیم‌گیرنده با مجموعه داده‌های بسیار بزرگ از مدل‌های DEA استفاده شده است. در کاربردهایی از این نوع، به دلیل ابعاد بزرگ مسئله مورد بررسی و تعداد زیاد DMU‌ها، به محاسبات خیلی زیاد نیاز است، لذا روشی که نیاز به حل مسئله برای هر DMU که ابعاد و تعداد آن‌ها زیاد می‌باشد نداشته و در زمان معقولی کارایی هر واحد را در اختیار قرار دهد، می‌تواند بسیار حائز اهمیت باشد. برای این منظور، در ابتدا یک طرح تولید داده‌های آزمایشی برای نخستین بار ایجاد گردیده است. با توجه به پیچیدگی حل این مسائل، مدل با روش فراابتکاری الگوریتم ژنتیک و شیوه سازی تبرید حل شده و با بکارگیری تحلیل داده‌ها بر اساس روش‌های ریاضی و آماری و تحلیل آزمایشات عملکرد الگوریتم‌ها و کیفیت جواب‌های به‌دست آمده در عملکردها و پارامترهای متفاوت مورد مقایسه قرار گرفته و بهترین آن‌ها تعیین گردیده است. سپس همگرایی آن‌ها در محور زمان مورد بررسی قرار گرفت که حاکی از همگرایی هر دو الگوریتم به سمت بهترین جواب‌های خود بود. برای بررسی بیشتر عملکرد دو الگوریتم، آن‌ها در اندازه مسائل مختلف با هم مقایسه شدند که الگوریتم ژنتیک نسبت به الگوریتم شیوه‌سازی تبرید برتری داشت.

برخی از موضوعاتی که برای تحقیقات بعدی می‌توان بر شمرد، عبارتند از:

۱. توسعه دیگر روش‌های فراابتکاری مانند الگوریتم بهینه‌سازی گروهی ذرات، الگوریتم ممتیک، الگوریتم زنبور عسل و الگوریتم پرنده‌گان و مقایسه آن‌ها با یکدیگر.
۲. تنظیم پارامترها با دیگر روش‌های طراحی آزمایشات مانند RSM.

منابع

- [۱] علیرضایی، م، ر، باغفرم شارک، ن، (۱۳۹۳). بهبود رویکرد تحلیل پوششی داده‌ها برای اندازه‌گیری شاخص توسعه‌ی انسانی مطالعه‌ی موردی بر روی کشورهای منطقه‌ی آسیا و آقیانوس آرام. مجله تحقیق در عملیات و کاربردهای آن، ۱۱(۴)، ۱-۱۳.
- [۲] یوسفی، ش، داریوش محمدی زنجیرانی، د، عبد‌الله زاده، ع، ا، بررسی عملکرد شعب بانک ملت با تکنیک ترکیبی (مطالعه‌ی موردی: شعب بانک ملت استان بوشهر). مجله تحقیق در عملیات و کاربردهای آن، ۱۱(۳)، ۱۲۳-۱۱۱.

.۱۰۹

- [1] Charnes, A., Cooper, W.W., Rhodes, E., (1978). Measuring the efficiency of decision making units, European journal of operational research, 2: 429-444.
- [4] Toloo, M., Emrouznejad, A., Moreno, P., (2015). A linear relational DEA model to evaluate two-stage processes with shared inputs. Computational and Applied Mathematics, DOI 10.1007/s40314-014-0211-2.
- [5] Kim, K.T., Lee, D.J., Park, S. J., Zhang, Y., Sultanov, A., (2015). Measuring the efficiency of the investment for renewable energy in Korea using data envelopment analysis. Renewable and Sustainable Energy Reviews, 47: 694-702.
- [6] Costa, A., Markellos, R. N., (1997). Evaluating public transport efficiency with neural network models. Transportation Research Part C: Emerging Technologies, 301-312.
- [7] Emrouznejad, A., Shle, E., (2009). A combined neural network and DEA for measuring efficiency of large scale datasets, Computers & Industrial Engineering, 56: 249-254.
- [8] Pendharkar, P., Rodger, J., (2003). Technical efficiency-based selection of learning cases to improve forecasting accuracy of neural networks under monotonicity assumption. Decision Support Systems, 36: 117-136.
- [9] Wang, S., (2003). Adaptive non-parametric efficiency frontier analysis: A neural network- based model. Computers and Operations Researchm, 30: 279-295.
- [10] Samoilenco, S., Osei-Bryson, K. M., (2010). Determining sources of relative inefficiency in heterogeneous samples: Methodology using Cluster Analysis, DEA and Neural Networks. European Journal of Operational Research, 206: 479-487.
- [11] Toloo, M., Zandi, A., Emrouznejad, A., (2015). Evaluation efficiency of large-scale data set with negative data: an artificial neural network approach. Journal of Supercomputing, 71: 2397-2411.
- [12] Lagzaie, L., Sanei, M., Molla-Alizadeh-Zavardehi, S., Mahmoodirad, A., (2013). The Measuring Efficiency of Large Scale Datasets in DEA with Metaheuristic Algorithm Approach. Journal of Data Envelopment Analysis and Decision Science, Volume 2013: 1-9.
- [13] Rahimian, M., Mahmoodirad, A., Molla-Alizadeh-Zavardehi, S., (2013). Differential evolution Algorithm for Measuring Efficiency in DEA. Scientific Journal of Mechanical and Industrial Engineering, 2(3): 57-60.
- [14] Udhayakumar, A., Charles, V., Kumar, M., (2012). Stochastic simulation based genetic algorithm for chance constrained data envelopment analysis problems Original Research Article. Omega, 39: 387-397.
- [15] Azadeh, A., Ghaderi, S.F., Tarverdian, S., Saberi, M., (2007). Forecasting electrical consumption by integration of neural network, time series and ANOVA. Applied Mathematics and Computation, 186: 1753-1761.
- [16] Thompson, R.G., Dharmapala, E. S., Thrall, R. M., (1995). Linked-cone DEA profit ratios and technical efficiency with application to Illinois coal mines. International Journal of Production Economics, 39: 99-115.
- [17] Charnes, A., Cooper, W. W., (1962). Programming with linear fractional functional. Naval Research Logistics Quarterly, 9:181-186.
- [18] Cooper, W. W., Seiford, L. M., Tone, K., (2007). Introduction to Data Envelopment Analysis, Springer.
- [19] Holland, J., (1975). Adaptation in natural and artificial systems. Ann Arbor: University of Michigan Press.
- [20] Goldberg, D.E., (1989). Genetic Algorithms in Search, Optimization & Machine Learning. Addison-Wesley, Reading, MA.
- [21] Hajiaghaei-Keshteli, M., (2011). The allocation of customers to potential distribution centers in supply chain networks: GA and AIA approaches. Applied Soft Computing, 11: 2069-2078.

- [22] Mahmoodi-Rad, A., Molla-Alizadeh-Zavardehi, S., Dehghan, R., Sanei, M., Niroomand, S., (2014). Genetic and differential evolution algorithms for the allocation of customers to potential distribution centers in a fuzzy environment. International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 70: 1939–1954.
- [23] Kirkpatrick, S., Gelatt, C. D., Vecchi, M. P., (1983). Optimization by simulated annealing. Science, 220: 671–680.

پیوست ۱

Procedure Genetic Algorithm

Initialization
Fitness evaluation
 $X_{best} = \text{Update}$
Counter = 0

While stopping criterion is not met **do**

 Reproduction ($p_r\%$)
 Crossover ($1 - p_r\%$)
 Mutation (All offspring produced by crossover, p_m)
 Fitness evaluation
 $X_{best} = \text{Update}$
 $X_{best} = \text{Local search}$
 If X_{best} is not improved **do**
 Counter = Counter + 1
 If Counter > no_change **do**
 Population = restart phase
 Counter = 0
 End if
 Else
 Counter = 0
 End if

End while

مراحل اجرای الگوریتم ژنتیک

Procedure Local Search

$k = 1$

While $k < n + 1$ **do**

$v = \text{mutated solution}$
 If $f(v) < f(x)$ **do**
 $x = v$
 $k = n$
 If $f(v) < f(x_{best})$ **then**
 $x_{best} = v$
 End if
 End if
 $k = k + 1$

End while

مراحل اجرای جستجوی محلی

پیوست ۲

۱. شروع

۲. مقدار دهی اولیه:

۱. یک جواب اولیه انتخاب کنید، (S_0).

۲. یک دمای اولیه را انتخاب کنید (T_0).

۳. نرخ کاهش درجه حرارت (α) را انتخاب کنید.

۴. یک جواب جدید به طور تصادفی انتخاب نمایید، (S) و قرار دهید: $S \in N(S_0)$

۵. اگر $\Delta < 0$ ، آنگاه قرار دهید: $s_0 = s$ ، در غیر اینصورت یک عدد تصادفی $r \in (0,1)$ انتخاب نمایید.

۶. اگر $e^{-\Delta/T} < r$ آنگاه قرار دهید: $s_0 = s$.

۷. زمانی که تعداد تکرارها در هر دما برابر nt شود، درجه حرارت ($T = T \times \alpha$) را کاهش دهید.

.پایان.

گام‌های الگوریتم شبیه‌سازی تبرید