مجله تحقیق در عملیات و کاربردهای آن، سال نهم، شماره دوم (پیاپی ۳۳)، تابستان ۹۱، ص ص ۱۴۳-۱۳۱

شاپا ۷۲۸۶-۲۲۵۱

مدل‌سازی مساله زمان‌بندی کارگاه باز با در نظر گرفتن زمان عدم دسترسی ماشین و پارامترهای بازه‌ای

سیدهادی ناصری[1*]، فرزانه خلیلی گودرزی[2]، نعمت‌الله تقی‌نژاد[3]، فاطمه طالشیان جلودار[4]

۱-استادیار، دانشکده‌ی علوم ریاضی، دانشگاه مازندران و مرکز پژوهشی ابرساختارهای جبری و ریاضیات فازی، بابلسر، ایران.

۲-دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشکده‌ی علوم ریاضی، دانشگاه مازندران و مرکز پژوهشی ابرساختارهای جبری و ریاضیات فازی، بابلسر، ایران.

۳- دانشجوی دکتری، دانشکده‌ی علوم ریاضی، دانشگاه مازندران و مرکز پژوهشی ابرساختارهای جبری و ریاضیات فازی، بابلسر، ایران.

۴-دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشکده‌ی علوم ریاضی، دانشگاه مازندران و مرکز پژوهشی ابرساختارهای جبری و ریاضیات فازی، بابلسر، ایران.

رسید مقاله: ۹ آبان ۱۳۹۰

پذیرش مقاله: ۲۵ اسفند ۱۳۹۰

چکیده

زمان‌بندی در واقع به تخصیص منابع در طول زمان برای اجرای مجموعه‌ای از کارها در وضعیت‌های مختلف می‌پردازد. از آن‌جا که محیط کارگاه باز در بسیاری از محیط‌های دنیای واقعی رخ می‌دهد، ارایه مدل مناسب و دقیق کمک بزرگی به مدیران و صنعتگران خواهد نمود. بیان داده‌های دقیق در مسایل زمان‌بندی عموماً دور از تصور است. رخدادهای پیش‌بینی نشده و خطاهای اندازه‌گیری موجب عدم قطعیت اطلاعات می‌شود. از آن‌جا که در مسایل تحقیق در عملیات، عدم قطعیت در بیان داده‌ها و اطلاعات از سوی تصمیم گیرنده، لزوم تجزیه و تحلیل مسایل با ضرایب غیر دقیق را موجب می‌شود، در این مقاله به بررسی و مدل‌سازی نوینی برای مساله کارگاه باز، با ضرایب و پارامترهای بازه‌ای پرداخته‌ایم. از مهم‌ترین ویژگی‌های مدل ارایه شده، می‌توان به زمان جداسازی وابسته به کار بعدی، زمان آماده‌سازی مستقل از زمان پردازش و نیز در نظر گرفتن زمان عدم دسترسی برای ماشین‌ها، به منظور تعمیر، زمان استراحت کارکنان و... اشاره نمود. هدف مدل پیشنهادی، کمینه‌سازی مجموع دیرکرد وزن‌دارکارها است. نتایج محاسباتی و پیاده‌سازی و اجرا گرفتن در نرم افزار AIMMS بیانگر کارایی مدل در به دست آوردن جواب‌های بهینه در زمان معقول است.

کلمات کلیدی: مساله‌ی کارگاه باز، مجموع دیرکرد وزن‌دار، برنامه‌ریزی خطی بازه‌ای، زمان عدم دسترسی به ماشین‌ها، زمان جداسازی وابسته به توالی، زمان آماده‌سازی مستقل از زمان پردازش.

* عهده دار مکاتبات

آدرس الکترونیکی: nasseri@umz.ac.ir

۱ مقدمه

رویکرد علمی به مساله‌ی زمان‌بندی و توالی عملیات، ریشه در انقلاب صنعتی و تلاش‌های هنری گانت دارد. امروزه یکی از مسایل مهم مورد بحث در علم تحقیق در عملیات در رابطه با موضوع زمان‌بندی است که به تخصیص منابع در طول زمان برای اجرای مجموعه‌ای از وظایف در شرایط مختلف می‌پردازد [۱]. عموماً در چنین مسایلی اهداف بر مبنای بهره‌برداری کارا از منابع، پاسخگویی سریع به تقاضا و انطباق دقیق زمان‌های تحویل و موعدهای مقرر است. یک برنامه‌ی زمان‌بندی کارا و مناسب، منجر به افزایش سوددهی، کاهش هزینه‌ها، کاهش زمان مورد نیاز برای تکمیل فعالیت‌ها و جلب اعتماد مشتری می‌شود. در اغلب کارخانجات تولیدی و شرکت‌های خدماتی، تامین به موقع سفارش مشتری یا خدمت‌رسانی به موقع حایز اهمیت است. هزینه‌های دیرکرد در این مسایل نه تنها مشتری را متضرر می‌سازد، بلکه باعث کاهش اعتبار شرکت‌های خدماتی یا کارخانجات تولیدی نیز می‌گردد. از این‌رو توجه به مسایل زمان‌بندی در بسیاری از مسایل مدیریتی و اصول برنامه‌ریزی اهمیت به‌سزایی یافته است. محیط‌های کارگاهی نظیر کار کارگاهی و جریان کارگاهی در بسیاری از فرایندهای صنعتی و خدماتی استفاده می‌گردد. محیط کارگاه باز یک محیط کارگاهی است که در آن هیچ توالی وابسته به عملیاتی وجود ندارد، بنابراین دارای فضای جواب گسترده‌تری نسبت به سایر محیط‌های کارگاهی است و در نتیجه توجه کمتری به مساله‌ی کارگاه باز نسبت به سایر محیط‌های کارگاهی، معطوف گشته است. بر اساس رده‌بندی گراهام [۲] در کارگاه باز، یک مجموعه‌ی n عضوی از کارها موجود است که باید بر روی مجموعه‌ی m عضوی از ماشین‌ها پردازش شود. هر کار حداکثر می‌تواند شامل m عملیات باشد و هر عملیات نیز دارای زمان پردازش معینی است. این عملیات می‌توانند با هر ترتیب دلخواهی پردازش شوند. بنابراین هیچ توالی وابسته به عملیاتی در این مساله وجود ندارد. مدل‌سازی مساله‌ی مورد نظر به صورت یک مدل برنامه‌ریزی خطی ارایه می‌شود، اما در عمل به خاطر ماهیت سیستم مورد بررسی، نمی‌توان ضرایب و متغیرهای تابع هدف و قیدها را به صورت اعداد صریح، قطعی و دقیق در نظر گرفت. بنابراین استفاده از یک نوع برنامه‌ریزی خطی یا بازه‌ای ضروری به نظر می‌رسد. در مدل ارایه شده در این مقاله، برخی از پارامترها به صورت بازه‌ای در نظر گرفته می‌شوند که با استفاده از تکنیک‌های ارایه شده به برنامه‌ریزی خطی آمیخته‌ی معمولی تبدیل می‌شوند. این مقاله متشکل از بخش‌های زیر است. در بخش ۲ به بیان ادبیات و پیشینه‌ی تحقیق مسایل زمان‌بندی کارگاه باز می‌پردازیم. بخش ۳ به بیان تعریف مساله و مفروضات مدل پیشنهادی، علایم و اصطلاحات مدل ریاضی ارایه شده اختصاص دارد. در بخش ۴ یک مدل ریاضی برای مساله‌ی مورد مطالعه ارایه می‌شود. در بخش ۵ نیز به بررسی رویکرد بازه‌ای مساله و مدل‌سازی معادل آن می‌پردازیم. در بخش ۶ با بیان مثال و ارایه‌ی نتایج محاسباتی و نمودارهای گانت، کارایی مدل پیشنهادی را مورد بررسی قرار می‌دهیم و در نهایت در فصل ۷ نتیجه‌گیری حاصل از مدل‌سازی مساله‌ی مورد نظر و پیاده‌سازی آن در محیط نرم‌افزاری AIMMS بیان خواهد شد.

۲ ادبیات و پیشینه‌ی مساله

در سال‌های اخیر، کاربرد مدل‌های ریاضی برای حل بهینه‌ی مسایل زمان‌بندی توجه بسیاری از محققین را به خود جلب کرده است. در این راستا، بسیاری از تحقیقات در زمینه‌ی مدل‌سازی کارکارگاهی و جریان کارگاهی بوده است و فرمول‌بندی مساله‌ی زمان‌بندی کارگاه باز کمتر مورد توجه محققین قرار گرفته است و بیشتر بر به‌کارگیری الگوریتم‌های ابتکاری و فرا ابتکاری برای این مساله متمرکز شده‌اند. در این راستا، لیا [۳]، یک مدل برنامه‌ریزی خطی آمیخته برای مساله‌ی زمان‌بندی کارگاه باز خاصی با در نظر گرفتن زمان جداسازی و زمان تنظیمات در نظر گرفت. نادری و همکاران [۴]، مدلی مبتنی بر زمان آماده‌سازی وابسته برای مساله‌ی کارگاه باز ارایه دادند. سراج و توکلی مقدم [۵]، یک الگوریتم جستجوی ممنوع چند هدفه جدید برای مساله کارگاه باز دوهدفه که بر مبنای رویکرد تصمیم‌گیری چند هدفه فازی است، ارایه نمودند. آن‌ها مساله پیشنهادی خود را با پارامترهای قطعی در نظر گرفته و در آن به حداقل سازی میانگین زمان‌های تکمیل و میانگین مقادیر دیرکرد کارها به طور هم‌زمان پرداختند. در مدل ارایه شده، زمان‌های آماده‌سازی به صورت مستقل از توالی در نظر گرفته شده است. لین و همکاران [۶]، نمونه‌ی دیگری از مساله‌ی کارگاه باز را فرموله کردند که در آن، کارها بدون معطلی هستند و ماشین‌های تخصیص یافته‌ی قابل تغییر وجود دارد. متاسفانه این مدل غیرخطی است و در نتیجه غیر موثر بوده است. لیا [۷]، الگوریتم ژنتیک ترکیبی را برای مساله‌ی زمان‌بندی کارگاه باز ارایه کرده است و سپس الگوریتم ژنتیک را با جستجوی ممنوع ترکیب نموده و کاربرد آن را بر روی مساله‌ی زمان‌بندی کارگاه باز مورد بررسی قرار داده است. اندرسون و همکاران [۸]، الگوریتمی بر مبنای شبیه‌سازی تبرید و الگوریتم ژنتیک برای کمینه سازی میانگین زمان جریان ساخت در مساله‌ی زمان‌بندی کارگاه باز ارایه نمودند. لیونگ و همکاران [۹] مساله کارگاه باز را با فرض کارهای متداخل مطالعه نمودند. آن‌ها مساله را در حالت دو ماشینه مورد بررسی قرار داده و فرض کردند که هر کار باید روی هر دو ماشین پردازش شوند. البته در تحقیق آنان برخلاف مساله کارگاه باز کلاسیک، هر دو عملیات مربوط به یک کار می‌توانند در یک زمان با یکدیگر تداخل داشته باشند. تابع هدفی که برای کمینه‌سازی انتخاب شده است، کل زمان اتمام کارها می‌باشد. در این مقاله با توجه به اهمیت تاخیر در سیستم، به کمینه‌سازی مجموع دیرکرد وزنی کارها با در نظر گرفتن زمان جداسازی وابسته به توالی کارها از ماشین‌ها و نیز در نظر گرفتن زمان عدم دسترسی برای ماشین‌ها پرداخته می‌شود.

۳ تعریف مساله و مدل پیشنهادی

همانند بسیاری از مسایل زمان‌بندی، مساله‌ی زمان‌بندی کارگاه باز شامل n کار است که باید روی حداکثر m ماشین پردازش شوند. هر کار شامل حداکثر m عملیات است که باید روی ماشین‌ها پردازش شود. کارگاه باز، بسیار شبیه کارکارگاهی است با این تفاوت که در کارگاه باز، هیچ‌گونه توالی از پیش تعیین‌شده‌ای وجود ندارد. یعنی کارها با هر توالی دلخواه می‌توانند روی ماشین‌ها پردازش شوند. همچنین ماشین‌ها نیز می‌توانند با هر ترتیب دلخواهی از کارها عمل پردازش را انجام دهند. در این مساله، تابع هدف کمینه‌کردن مجموع دیرکرد وزن‌دار

کارها است که معیاری برای سنجش تاخیر در تحویل به موقع کالا یا خدمت به مشتری از سوی کارخانه‌ها و مراکز خدماتی است.

۳-۱ مفروضات مدل

برخی ویژگی‌های مدل و مساله‌ی کارگاه باز به شرح زیر است:

- کارها با هر توالی دلخواه روی ماشین‌ها پردازش می‌شوند.
- هر کار در هر زمان می‌تواند حداکثر روی یک ماشین پردازش شود.
- هر ماشین در هر لحظه حداکثر یک کار را می‌تواند پردازش کند.
- زمان پردازش هر عملیات لزوماً برابر نیست.
- وقفه‌اندازی در کارها مجاز نمی‌باشد. بدین معنی که اگر کاری وارد ماشینی شد تا پایان پردازش در ماشین می‌ماند و جدا نمی‌شود.
- زمان آماده‌سازی کارها مستقل از زمان پردازش و وابسته به ماشین تخصیص داده شده است.
- زمان جداسازی کار از ماشین مستقل از زمان پردازش و وابسته به کار بعدی است که روی آن ماشین پردازش خواهد شد.
- عدم دسترسی به ماشین‌ها در یک یا چند بازه زمانی از قبل پیش‌بینی شده مجاز می‌باشد.
- تمامی زمان‌های پردازش، آماده‌سازی، موعد تحویل و اهمیت کارها به صورت بازه‌ای در نظر گرفته شده است.
- تمامی ماشین‌ها در ابتدا در دسترس می‌باشند.

۳-۲ اندیس‌ها، پارامترها و متغیرهای تصمیم مساله

اندیس‌های به کار رفته در مساله به صورت زیر بیان شده است:

l و i : اندیس کارها ($i, l \in \{0,1,2,\ldots,n\}$)

k : اندیس کارها ($k \in \{1,2,\ldots,n\}$)

h و j : اندیس ماشین‌ها ($h, j \in \{1,2,\ldots,m\}$)

t : اندیس عدم دسترسی ماشین ($t \in \{1,2,\ldots,T\}$)

O_{ij}: عملیات پردازش کار i روی ماشین j

پارامترهای مساله نیز به شرح زیر است:

p_{ij} : مدت زمان پردازش کار i، روی ماشین j

d_i : موعد تحویل کار i

w_i : وزن (اهمیت) کار i

s_{ij}: مدت زمان آماده‌سازی کار i روی ماشین j

R_{ikj}: زمان جداسازی کار i از ماشین j، اگر کار قبلی بر روی این ماشین، کار k باشد.

$Start_{t,j}$: ابتدای بازه‌ی زمانی t م عدم دسترسی به ماشین jام

$End_{t,j}$: انتهای بازه‌ی زمانی t م عدم دسترسی به ماشین jام

T: تعداد بازه‌های زمانی عدم دسترسی به ماشین‌ها

M: یک عدد به اندازه‌ی کافی بزرگ مثبت

متغیرهای تصمیم مساله نیز به صورت زیر تعریف می‌شوند:

St_{ij}: زمان شروع آماده‌سازی کار i روی ماشین j

C_{ij}: زمان تکمیل پردازش کار i روی ماشین j

T_i: زمان دیرکرد کار i

X_{ikj}: متغیر دودویی؛ اگر عملیات O_{ij} قبل از عملیات O_{kj} پردازش شود، یک و در غیر این‌صورت صفر است.

Y_{ijh}: متغیر دودویی؛ اگر عملیات O_{ij} قبل از عملیات O_{ih} پردازش شود، یک و در غیر این‌صورت صفر است.

Z_{ikj}: متغیر دودویی؛ اگر عملیات O_{ij} دقیقاً قبل از عملیات O_{kj} پردازش شود، یک و در غیر این‌صورت صفراست.

A_{ijt}: متغیر دودویی؛ اگر عملیات O_{ij} بعد از بازه‌ی عدم دسترسی t م پردازش شود، یک و در غیر این‌صورت صفر است.

۳-۳ حساب بازه‌ای

در این بخش، تعاریف و مقدمات حساب بازه‌ای را بیان می‌نماییم.

تعریف ۳-۱: R را مجموعه‌ی اعداد حقیقی در نظر بگیرید. آن‌گاه بازه‌ی بسته‌ی $[a^l, a^u]$ یک عدد بازه‌ای است که در آن $a^l, a^u \in R$ و $a^l \le a^u$.

تعریف ۳-۲: فرم کلی مسایل برنامه‌ریزی بازه‌ای به صورت زیر است:

$$\begin{aligned} & Min \quad Z = \sum_{j=1}^{n} [c_j^l, c_j^u] x_j \\ & s.t. \quad \begin{cases} \sum_{j=1}^{n} [a_{ij}^l, a_{ij}^u] x_j \ge [b_j^l, b_j^u], i = 1, \dots, m, \\ x_j \ge 0, j = 1, \dots, n. \end{cases} \end{aligned} \tag{1}$$

اگر g(R) مجموعه‌ی همه‌ی اعداد بازه‌ای در R باشد،

$$\left[a_j^l, a_j^u\right], \left[b_j^l, b_j^u\right], \left[c_j^l, c_j^u\right] \in g(R) \qquad i = 1, \dots, m, j = 1, \dots, n$$

٤ مدل ریاضی پیشنهادی

در این بخش مدل ریاضی پیشنهادی را با توجه به ویژگی‌ها، علایم و مفروضات ذکر شده بیان می‌داریم:

$$Min \quad Z = \sum_{i=1}^{n} \tilde{w}_i T_i \qquad (۲)$$

$$St_{ij} + \tilde{s}_{ij} + \tilde{p}_{ij} + \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^{n} R_{ikj} \times Z_{ikj} - \tilde{d}_i \leq T_i \qquad \forall i, j \qquad (۳)$$

$$St_{ij} + \tilde{s}_{ij} + \tilde{p}_{ij} + \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^{n} R_{ikj} \times Z_{ikj} - M\left(1 - X_{ilj}\right) \leq St_{lj} \qquad \forall i, l;\ i \neq l \qquad (۴)$$

$$St_{lj} + \tilde{s}_{lj} + \tilde{p}_{lj} + \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq l}}^{n} R_{lkj} \times Z_{lkj} - MX_{ilj} \leq St_{ij} \qquad \forall i, l;\ i \neq l \qquad (۵)$$

$$St_{ij} + \tilde{s}_{ij} + \tilde{p}_{ij} - M(1 - Y_{ijh}) \leq St_{ih} + \tilde{s}_{ih} \qquad \forall i, j, h;\ j \neq h \qquad (۶)$$

$$St_{ih} + \tilde{s}_{ih} + \tilde{p}_{ih} - MY_{ijh} \leq St_{ij} + \tilde{s}_{ij} \qquad \forall i, j, h;\ j \neq h \qquad (۷)$$

$$X_{ilj} + X_{lij} = 1 \qquad \forall i, l; i \neq l;\ i > l \qquad (۸)$$

$$Y_{ijh} + Y_{ihj} = 1 \qquad \forall i, j, h, h > j \qquad (۹)$$

$$\sum_{i=0}^{n} Z_{ikj} = 1 \qquad \forall k, j \qquad (۱۰)$$

$$\sum_{k=1}^{n} Z_{ikj} \leq 1 \qquad \forall i, j \qquad (۱۱)$$

$$X_{ilj} - Z_{ilj} \geq 0 \qquad \forall i, j, l;\ i \neq l \qquad (۱۲)$$

$$X_{ilj} - Z_{lij} \leq 1 \qquad \forall i, j, l;\ i \neq l \qquad (۱۳)$$

$$St_{ij} + \tilde{s}_{ij} + \tilde{p}_{ij} + \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^{n} R_{ikj} \times Z_{ikj} \leq Start_{t,j} + (M - Start_{t,j}) \times A_{ijt} \qquad \forall i, j, t \qquad (۱۴)$$

$$St_{ij} \geq A_{ijt} \times End_{t,j} \qquad \forall i, j, t \qquad (۱۵)$$

$$St_{ij} \geq 0 \qquad \forall i, j \qquad (۱۶)$$

$$A_{ijt}, Z_{ilj}, X_{ilj}, Y_{ijh} \in \{0, 1\} \qquad \forall i, l, j, h, t; i \neq l, \qquad (۱۷)$$

که در این‌جا $\tilde{s}_{ij}$ و $\tilde{p}_{ij}$ و $\tilde{d}_i$ و $\tilde{w}_i$ اعداد بازه‌ای هستند. (۲) تابع هدف مساله کمینه‌سازی مجموع دیرکرد وزن‌دار کارها است. قید (۳) به تعریف دیرکرد می‌پردازد که تفاضل زمان تکمیل کار از موعد تحویل کار است. قیود (۴) و (۵) توالی کارها بر روی هر ماشین را مشخص می‌کنند. قیود (۶) و (۷) نیز توالی ماشین‌ها را برای هر

کار تعیین می‌نمایند. محدودیت (۸) تضمین می‌کند که از هر جفت عملیات مربوط به ماشین j (بر روی هر جفت کار متفاوت) تنها یکی می‌تواند مقدم باشد (البته این تقدم و تاخر لزوماً بلافاصله نیست و در حالت کلی در نظر گرفته شده‌است). قید (۹) نیز تضمین‌کننده‌ی این نکته است که از هر جفت عملیات مربوط به کار i (بر روی هر جفت ماشین متفاوت) تنها یکی می‌تواند مقدم باشد (البته این تقدم و تاخر لزوماً بلافاصله نیست و در حالت کلی در نظر گرفته شده‌است). بنا به قید (۱۰) هر عملیات روی یک ماشین حداکثر یک ماقبل و بنا به قید (۱۱) حداکثر یک مابعد دارد. قیود (۱۲) و (۱۳) رابطه‌ی بین دو متغیر دودویی z و x را بیان می‌کند. قیود (۱۴) و (۱۵) تضمین کننده‌ی این نکته هستند که هر عملیات باید بعد یا قبل از بازه‌ی t ام پردازش شوند و هیچ پردازشی در طول بازه‌های زمانی عدم دسترسی انجام نمی‌شود.

۵ یک مدل برنامه‌ریزی خطی بازه‌ای برای مساله‌ی پیشنهادی

در این بخش به بررسی رویکرد بازه‌ای مساله و مدل‌سازی مرتبط با آن می‌پردازیم. با توجه به این‌که متغیرهای مساله (۱) نامنفی هستند، می‌توان از روش تانگ شوچنگ و قضیه‌ی زیر بهترین و بدترین جواب مساله را محاسبه نمود.

قضیه۵-۱. بهترین و بدترین جواب برای مساله‌ی (۱) به ترتیب با حل مسایل زیر حاصل می‌شوند.

$$(Max)\,Min\ z^{l}=\sum_{j=1}^{n}c_j^{l}x_j$$

$$s.t.\quad \begin{cases}\sum_{j=1}^{n}a_j^{u}x_j\geq b_j^{l},\ i=1,\ldots,m\\ x_j\geq 0,\ j=1,\ldots,n\end{cases}\tag{۱۸}$$

و

$$(Max)\,Min\ z^{u}=\sum_{j=1}^{n}c_j^{u}x_j$$

$$s.t.\quad \begin{cases}\sum_{j=1}^{n}a_j^{l}x_j\geq b_j^{u},\ i=1,\ldots,m\\ x_j\geq 0,\ j=1,\ldots,n\end{cases}\tag{۱۹}$$

مرجع [۱۰] ملاحظه شود.

۵-۱ روش تانگ شوچنگ

اکنون رویه‌ی تانگ شوچنگ [۱۱] را بر روی مدل پیشنهادی طرح شده در بالا پیاده‌سازی می‌کنیم. در این‌صورت دو مساله‌ی زیر با تابع هدف‌های Z^{l} و Z^{u} به ترتیب با قیود بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین ناحیه جواب مساله‌ی پیشنهادی در فرم متعارف با قیدهای $=$ و $\geq$ می‌باشند.

$$Min\ \ Z^{l}=\sum_{i=1}^{n} w_{i}^{l} T_{i}$$

$$T_{i}-St_{ij}-\sum_{\substack{k=1\\ k\neq i}}^{n} R_{ikj}\times Z_{ikj}\geq s_{ij}^{l}+p_{ij}^{l}-d_{i}^{l} \qquad \forall i,j$$

$$St_{lj}-St_{ij}-\sum_{\substack{k=1\\ k\neq i}}^{n} R_{ikj}\times Z_{ikj}+M\left(1-X_{ilj}\right)\geq s_{ij}^{l}+p_{ij}^{l} \qquad \forall i,l;i\neq l$$

$$St_{ij}-St_{lj}+MX_{ilj}-\sum_{\substack{k=1\\ k\neq l}}^{n} R_{lkj}\times Z_{lkj}\geq s_{lj}^{l}+p_{lj}^{l} \qquad \forall i,l;\ i\neq l$$

$$St_{ih}-St_{ij}+M\left(1-Y_{ijh}\right)\geq p_{ij}^{l}+s_{ij}^{l}-s_{ih}^{l} \qquad \forall i,j,h;\ j\neq h$$

$$St_{ij}-St_{ih}+MY_{ijh}\geq p_{ih}^{l}+s_{ih}^{l}-s_{ij}^{l} \qquad \forall i,j,h;\ j\neq h$$

$$X_{ilj}+X_{lij}=1 \qquad \forall i,l;\ i\neq l;\ i>l$$

$$Y_{ijh}+Y_{ihj}=1 \qquad \forall i,j,h,h>j$$

$$\sum_{i=0}^{n} Z_{ikj}=1 \qquad \forall k,j$$

$$-\sum_{k=1}^{n} Z_{ikj}\geq -1 \qquad \forall i,j$$

$$X_{ilj}-Z_{ilj}\geq 0 \qquad \forall i,j,l;\ i\neq l$$

$$-X_{ilj}+Z_{lij}\geq -1 \qquad \forall i,j,l;\ i\neq l$$

$$-St_{ij}-\sum_{\substack{k=1\\ k\neq i}}^{n} R_{ikj}\times Z_{ikj}+\left(M-Start_{t,j}\right)A_{ijt}\geq -Start_{t,j}+s_{ij}^{l}+p_{ij}^{l} \qquad \forall i,j,t$$

$$St_{ij}\geq A_{ijt}\times End_{t,j} \qquad \forall i,j,t$$

$$St_{ij}\geq 0 \qquad \forall i,j$$

$$A_{ijt},Z_{ilj},X_{ilj},Y_{ijh}\in\{0,1\} \qquad \forall i,l,j,h,t;\ i\neq l,j\neq h$$

و مساله‌ی دوم نیز به صورت زیر خواهد بود که بیشترین مقدار برای تابع هدف را خواهد داد.

$$Min\ \ Z^{u}=\sum_{i=1}^{n} w_{i}^{u} T_{i}$$

$$T_{i}-St_{ij}-\sum_{\substack{k=1\\ k\neq i}}^{n} R_{ikj}\times Z_{ikj}\geq s_{ij}^{U}+p_{ij}^{U}-d_{i}^{U} \qquad \forall i,j$$

$$St_{lj}-St_{ij}-\sum_{\substack{k=1\\ k\neq i}}^{n} R_{ikj}\times Z_{ikj}+M\left(1-X_{ilj}\right)\geq s_{ij}^{U}+p_{ij}^{U} \qquad \forall i,l;i\neq l$$

$$St_{ij} - St_{lj} + MX_{ilj} - \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq l}}^{n} R_{lkj} \times Z_{lkj} \geq s_{lj}^{U} + p_{lj}^{U} \qquad \forall i,l; i \neq l$$

$$St_{ih} - St_{ij} + M\left(1 - Y_{ijh}\right) \geq p_{ij}^{U} + s_{ij}^{U} - s_{ih}^{U} \qquad \forall i,j,h;\ j \neq h$$

$$St_{ij} - St_{ih} + MY_{ijh} \geq p_{ih}^{U} + s_{ih}^{U} - s_{ij}^{U} \qquad \forall i,j,h;\ j \neq h$$

$$X_{ilj} + X_{lij} = 1 \qquad \forall i,l;\ i \neq l;\ i > l$$

$$Y_{ijh} + Y_{ihj} = 1 \qquad \forall i,j,h, h > j$$

$$\sum_{i=0}^{n} Z_{ikj} = 1 \qquad \forall k,j$$

$$-\sum_{k=1}^{n} Z_{ikj} \geq -1 \qquad \forall i,j$$

$$X_{ilj} - Z_{ilj} \geq 0 \qquad \forall i,j,l;\ i \neq l$$

$$-X_{ilj} + Z_{lij} \geq -1 \qquad \forall i,j,l;\ i \neq l$$

$$-St_{ij} - \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^{n} R_{ikj} \times Z_{ikj} + \left(M - Start_{t,j}\right) A_{ijt} \geq -Start_{t,j} + s_{ij}^{U} + p_{ij}^{U} \qquad \forall i,j,t$$

$$St_{ij} \geq A_{ijt} \times End_{t,j} \qquad \forall i,j,t$$

$$St_{ij} \geq 0 \qquad \forall i,j$$

$$A_{ijt}, Z_{ilj}, X_{ilj}, Y_{ijh} \in \{0,1\} \qquad \forall i,l,j,h,t;\ i \neq l, j \neq h$$

با حل این مسایل مقدار تابع هدف برابر $\tilde{z} = [z_l^*, z_u^*]$ است که z_l^* و z_u^* مقادیر بهینه‌ی مسایل بالا هستند.

٦ پیاده‌سازی و نتایج محاسباتی

پس از ارایه مدل بازه‌ای و تبدیل آن به دو مساله‌ی برنامه‌ریزی آمیخته‌ی خطی قطعی، مثالی برای سنجش و نتیجه‌گیری لازم برای مدل ارایه می‌دهیم. مدل‌ها را در نرم‌افزار AIMMS ۳.۹ [۱۲] پیاده‌سازی و با CPLEX ۱۲.۳ حل کرده‌ایم. مثال‌ها بر روی رایانه‌ای با مشخصات زیر حل شده است:

Intel (R) Core(TM) i5-2430M CPU @ 2.40 GHz 2.40, 4.00GB of RAM

به عنوان مثال محیط کارگاه باز را با ۴ کار و ۴ ماشین با داده‌های زیر در نظر بگیرید. در جدول ۱و۲ زمان پردازش و موعد تحویل کارها بر حسب کران بالا و پایین بازه بیان شده است. جداول ۳ و ۴ زمان‌های آماده‌سازی و وزن کارها را بیان می‌دارند. از آن‌جا که زمان جداسازی وابسته در نظر گرفته شده است، این زمان‌ها در جداول ۸-۵ ذکر شده است. جدول ۹ شامل بازه‌های عدم دسترسی ماشین‌ها است.

جدول ۱. کران پایین زمان پردازش و موعد تحویل کارها

کارها	ماشین ۱	ماشین ۲	ماشین ۳	ماشین ۴	زمان تحویل کارها
کار ۱	۱	۲	۵	۲	۲
کار ۲	۳	۴	۶	۱	۸
کار ۳	۲	۴	۴	۴	۱۷
کار ۴	۶	۸	۲	۳	۱۹

جدول۲. کران بالای زمان پردازش و موعد تحویل کارها

کارها	ماشین ۱	ماشین ۲	ماشین ۳	ماشین ۴	زمان تحویل کارها
کار ۱	۳	۵	۹	۴	۹
کار ۲	۴	۶	۷	۲	۱۳
کار ۳	۵	۷	۵	۵	۲۰
کار ۴	۸	۹	۴	۵	۳۰

جدول۳. کران بالای زمان آماده‌سازی و وزن کارها

کارها	ماشین ۱	ماشین ۲	ماشین ۳	ماشین ۴	وزن
کار ۱	۷	۶	۳	۶	۱
کار ۲	۴	۳	۶	۶	۲.۱
کار ۳	۶	۹	۴	۵	۱.۱
کار ۴	۵	۷	۶	۳	۲.۱

جدول٤. کران پایین زمان آماده‌سازی کارها و وزن کارها

کارها	ماشین ۱	ماشین ۲	ماشین ۳	ماشین ۴	وزن
کار ۱	۵	۲	۱	۴	۱
کار ۲	۲	۱	۵	۲	۲
کار ۳	۵	۷	۲	۳	۱
کار ۴	۳	۵	۴	۲	۲

جدول ۵. زمان جداسازی کارها، اگر کار قبلی کار یک باشد

ماشین ۴	ماشین ۳	ماشین ۲	ماشین ۱	کارها
۲	۱	۱	۳	کار ۲
۲	۱	۳	۱	کار ۳
۲	۴	۲	۲	کار ۴

جدول ٦. زمان جداسازی کارها، اگر کار قبلی کار دو باشد

ماشین ۴	ماشین ۳	ماشین ۲	ماشین ۱	کارها
۳	۲	۴	۴	کار ۱
۳	۲	۲	۲	کار ۳
۱	۳	۳	۴	کار ۴

جدول ۷. زمان جداسازی کارها، اگر کار قبلی کار سه باشد

ماشین ۴	ماشین ۳	ماشین ۲	ماشین ۱	کارها
۲	۲	۱	۳	کار ۱
۲	۲	۲	۱	کار ۲
۱	۱	۱	۱	کار ۴

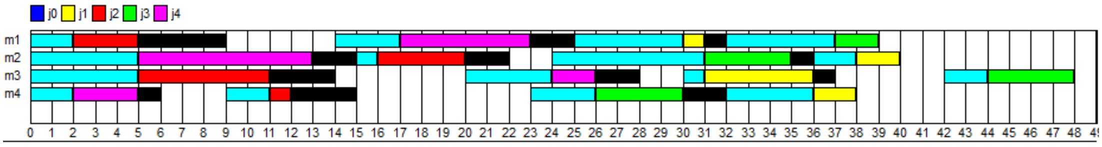
جدول ۸. زمان جداسازی کارها، اگر کار قبلی کار چهار باشد

ماشین ۴	ماشین ۳	ماشین ۲	ماشین ۱	کارها
۱	۲	۲	۲	کار ۱
۱	۲	۲	۲	کار ۲
۲	۳	۳	۲	کار ۳

جدول ۹. زمان عدم دسترسی ماشین‌ها

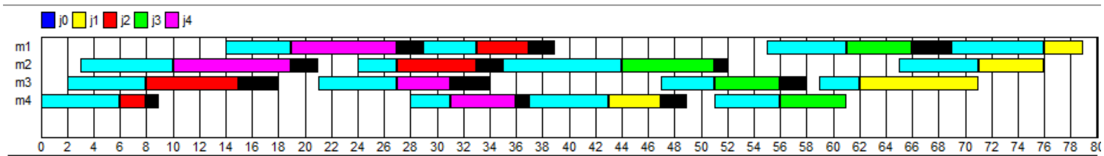
ماشین ۴	ماشین ۳	ماشین ۲	ماشین ۱	بازه‌ها
[۱۵ ,۱۷]	[۱۸ ,۲۰]	[۲۲ ,۲۴]	[۱۰ ,۱۴]	بازه‌ی ۱
[۲۰ ,۲۳]	[۴۰ ,۴۲]	–	[۴۰ ,۴۲]	بازه‌ی ۲
[۷۵ ,۸۰]	–	–	[۵۰ ,۵۵]	بازه‌ی ۳

با توجه به داده‌های بالا، شکل ۱، نمودار گانت مساله‌ی Z_1 است. این مساله در ۱/۶۹ ثانیه به جواب بهینه رسیده است. مقدار بهینه‌ی آن برابر ۱۱۵ است.



شکل ۱. نمودار گانت مثال برای کران پایین

شکل ۲، نمودار گانت برای مساله‌ی Z_2 است. این مساله نیز در ۲/۱۱ ثانیه به جواب رسیده است. مقدار بهین آن برابر با ۱۹۳/۲ است.



شکل ۲. نمودار گانت مثال برای کران بالا

در نمودارهای بالا، رنگ آبی روشن نشان‌دهنده‌ی زمان آماده‌سازی کارها است. رنگ سیاه بیان‌گر زمان جداسازی کارها از ماشین‌ها است که وابسته به کار بعدی روی آن ماشین است. در نتیجه برای کار آخر روی هر ماشین زمان جداسازی نداریم. رنگ زرد کار یک، رنگ قرمز کار دو، سبز کار سه و رنگ بنفش پردازش کار چهار را نشان می‌دهند. محور عمودی ماشین‌ها را نمایش می‌دهند ($m1, m2, m3, m4$). محور افقی زمان را برحسب ثانیه محاسبه می‌کند. بازه‌های پردازش، جداسازی و آماده‌سازی در نمودارهای گانت به وضوح قابل رویت است. با توجه به زمان‌بندی‌های انجام شده، در بهترین و بدترین حالت می‌توان به بازه‌ی مناسبی برای زمان شروع و پردازش برای کارها برسیم. همچنین با استفاده از این روش می‌توان به جواب‌های بهینه در بهترین و بدترین حالت رسید. لذا این روش کران مناسبی برای مقدار بهینه به ما خواهد داد.

۷ نتیجه‌گیری

در این مقاله به بررسی و مدل‌سازی مساله‌ی کارگاه باز پرداخته‌ایم. در ابتدا ضرورت زمان‌بندی و مدل‌سازی کارگاه باز به عنوان یک محیط کارگاهی مورد بررسی قرار گرفت. در ادامه ادبیات و پیشینه و نیز صورت مساله‌ی کارگاه باز را بیان نمودیم. سپس مدل نوینی را ارایه دادیم که از جمله ویژگی‌های این مدل، در نظر گرفتن زمان آماده‌سازی مستقل از زمان پردازش، زمان جداسازی کارها از ماشین‌ها به صورت وابسته به توالی کارها و نیز در نظر گرفتن زمان عدم دسترسی ماشین‌ها بوده است. از آن‌جا که بیان داده‌های دقیق در مسایل

زمان‌بندی عموماً دور از تصور است و رخدادهای پیش‌بینی نشده و خطاهای اندازه‌گیری موجب عدم قطعیت اطلاعات می‌شود و چون در مسایل تحقیق در عملیات، عدم قطعیت در بیان داده‌ها و اطلاعات از سوی تصمیم گیرنده، لزوم تجزیه و تحلیل مسایل با ضرایب غیر دقیق را موجب می‌شود، در این مقاله به بررسی مدل غیر دقیق مساله، با ضرایب و پارامترهای بازه‌ای پرداخته‌ایم. مساله را با پارامترهای بازه‌ای در نظر گرفته و روش تانگ شوچنگ را بر روی آن پیاده‌سازی نمودیم. در ادامه مساله را در نرم افزار AIMMS پیاده‌سازی کردیم و در زمان معقول به کران بالا و کران پایین مطلوب رسیده‌ایم. با توجه به زمان‌بندی‌های انجام شده، در بهترین و بدترین حالت، می‌توان به بازه‌ی مناسبی برای زمان شروع و پردازش برای کارها برسیم. همچنین با استفاده ازاین روش می‌توان به جواب‌های بهینه در بهترین و بدترین حالت رسید. بنابراین این روش کران مناسبی برای مقدار بهینه به ما خواهد داد و از این‌رو بازه‌ی مناسبی از هزینه‌ی دیرکرد در اختیار مدیر قرار خواهد گرفت. نمودارهای گانت، مبین کارایی و صحت مدل ارایه شده در به دست آوردن جواب بهینه برای مساله است.

منابع

[1] Pinedo, M., (1995). Scheduling: theory, algorithms and systems, Prentice Hall.

[2] Graham, R. L., Lawler, E. L., Lenstra, J. K., Rinnooy Kan, A. H. G., (1979). Optimization and approximation in deterministic sequencing and scheduling: a survey. Annals of Discrete Mathematics, 5, 287-326.

[3] Liaw, C. F., (2003). An efficient tabu search approach for the two machine preemptive open shop scheduling problem. Computer Operation Research, 30, 2081–2095.

[4] Naderi, B., Fatemi GHomi, S. M. T., Amin Nayeri, M., Zandieh, M., (2011). Modeling and scheduling open shops with sequence-dependent setup times to minimize total completion time. Int. J. Manuf. Technol. 53, 751-760.

[5] Seraj, O., Tavakkoli-Moghaddam, R., (2009). A tabu search method for a new bi-objective open shop scheduling problem by a fuzzy multi-objective decision making approach. International Journal of Engineering, Transactions A: Basics, 22, 1-14.

[6] Lin, H. T., Lee, H. T., Pan, W. J., (2008). Heuristics for scheduling in a no wait open shop with movable dedicated machines. Int. J. Prod. Econ., 111, 368–377.

[7] Liaw, C. F., (2000). A hybrid genetic algorithm for the open shop scheduling problem. European Journal of Operational Research, 124(1), 28–42.

[8] Andresen, M., Bräsel, H., Tusch, J., Werner, F., Willenius, P., (2008). Simulated annealing and genetic algorithms for minimizing mean flow time in an open shop. Mathematical and Computer Modeling, 48 (7-8), 1279–1293.

[9] Leung, J. Y. T., Li, H., Pinedo, M., Sriskandarajah, C., (2005). Open shops with jobs overlap revisited. European Journal of Operational Research, 163, 569-571.

[10] Chinneck, J. W., Ramadan, K., (2002). Linear programming with interval coefficient. Journal of the Operational Research Society, 51, 209-220.

[11] Shocheng, T., (1994). Interval number and fuzzy number linear programming. Fuzzy sets and systems, 66, 301-306.

[12] AIMMS. version 3.9. In: B.V. Haarlem, Editor, Paragon decision technology (2009) The Netherlands. www.aimms.com.