

رتبه بندی ورودی‌ها در تحلیل پوششی داده‌ها با استفاده از رای گیری ترجیحی

مجید ظرافت انگیز لنگرودی*^۱، سید محمود داودی^۲

۱- دانشگاه آزاد اسلامی واحد فیروزکوه، گروه ریاضی، فیروزکوه، ایران

۲- دانشگاه آزاد اسلامی واحد آباده، گروه ریاضی، آباده، ایران

رسید مقاله: ۸ بهمن ۱۳۹۰

پذیرش مقاله: ۲۸ اردیبهشت ۱۳۹۱

چکیده

در بسیاری از مسایل تحلیل پوششی داده‌ها واحدهای تصمیم‌گیری تحت نظر یک سیستم کل اداره می‌شوند. برای نمونه کل دانشگاه‌های یک کشور تحت نظر وزارت آموزش عالی آن کشور قرار دارند. لذا سرمایه‌گذاری در جهت گذار از یک وضعیت نامطلوب به وضعیتی مطلوب تحت کنترل چنین سیستم واحدی انجام می‌گیرد. در این شرایط مدیران مایل هستند بدانند که نزدیک‌ترین و اقتصادی‌ترین مسیر برای بهبود کل سیستم کدام است. هدف این مقاله ارائه راهکاری برای رسیدن واحدهای تصمیم‌گیری ناکارا به وضعیتی کارا با صرف کم‌ترین تغییرات ممکن می‌باشد. برای این منظور در یکی از مدل‌های تحلیل پوششی داده‌ها، به ارزیابی میزان کاهش در نهاده‌ها در جهت تبدیل واحد تصمیم‌گیری ناکارا به واحدی کارا می‌پردازیم. سپس در یک مساله تجمیعی، داده‌ها از نظر نزدیکی به مرز کارایی، رتبه‌بندی می‌گردند. اولویت یک داده به داده دیگر نشان‌گر آن است که تصمیم‌گیرنده می‌تواند در دستیابی به یک سیستم کارا روی داده‌ای با اولویت بالاتر سرمایه‌گذاری بیشتری نماید. به عبارت دیگر تغییر در این داده‌ها با هزینه کمتری کل واحدهای تصمیم‌گیری را به مرز کارایی هدایت می‌کند.

کلمات کلیدی: تحلیل پوششی داده‌ها، نهاده، رای گیری ترجیحی.

۱ مقدمه

یکی از ابزارهای مناسب و کارآمد در زمینه ارزیابی عملکرد سازمان‌ها در جهت تصمیم‌گیری برای آینده آن‌ها، تحلیل پوششی داده‌ها می‌باشد که به عنوان یک روش غیر پارامتری برای محاسبه کارایی واحدهای تصمیم‌گیرنده مورد استفاده قرار می‌گیرد. اولین مقاله تحلیل پوششی داده‌ها در سال ۱۹۷۸ توسط چارلز و همکاران [۱] به چاپ رسید و مدل ارائه شده در آن به مدل CCR معروف گردید. آن‌ها با استفاده از یک مدل برنامه‌ریزی

* عهده دار مکاتبات

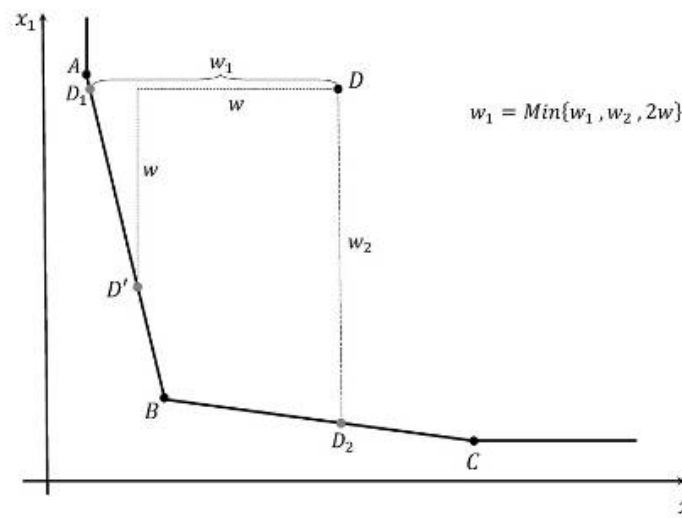
آدرس الکترونیکی: mzarafat24@iaufb.ac.ir

خطی، ورودی‌ها و خروجی‌های چندگانه را با تخصیص وزن‌هایی که از حل مدل به دست می‌آیند، به یک ورودی و یک خروجی تبدیل کرده و کار ارزیابی کارایی را انجام دادند. در سال ۱۹۸۴، بنکر و همکاران [۲] با ارائه اصول اولیه‌ای، علاوه بر این که مدل CCR را بر اساس این اصول مجدداً فرمول‌بندی کردند، مدل دیگری را نیز طراحی نمودند که به مدل BCC معروف گردید. تفاوت این دو مدل در نوع بازده نسبت به مقیاس تولید آن‌ها است. مدل CCR دارای بازده نسبت به مقیاس تولید ثابت و مدل BCC دارای بازده نسبت به مقیاس تولید متغیر است. مدل غیر شعاعی محرابیان و همکاران [۳] از مدل‌های دیگر تحلیل پوششی داده‌ها است که برای رتبه‌بندی کامل واحدهای تصمیم‌گیری طراحی شده است. به دنبال آن ساعتی و همکاران [۴] مدلی را ارائه کردند که به طور همزمان در هر دو ماهیت نهاده و ستاده به ارزیابی واحدهای تصمیم‌گیری می‌پردازد.

نظام رأی‌گیری ترجیحی حالت خاصی از مسایل رتبه‌بندی تلقی می‌شود که هر یک از اعضای گروه تصمیم‌گیرنده، ترجیحات خود را به صورت رتبه‌بندی گزینه‌ها مشخص می‌نماید. سپس قضاوت فردی رأی‌دهندگان توسط یکی از توابع اجتماعی شمارش گردیده و رتبه‌بندی گزینه‌ها تعیین می‌شود. از میان مقالات متعددی که در خصوص به کارگیری مدل تحلیل پوششی داده‌ها برای مسایل رتبه‌بندی مطرح گردیده، مقالاتی در رابطه با نظام رأی‌گیری یافت شد [۵، ۶ و ۷]. از آنجایی که مدل کوک و کرس [۵] در این مقاله مورد استفاده قرار خواهد گرفت در بخش آتی به طور مفصل مورد تجزیه و تحلیل قرار می‌گیرد.

در این مقاله، با توجه به این که میزان نهاده‌ها در سطح کارایی آن‌ها بسیار تاثیرگذار می‌باشد، بررسی اثر هر یک از نهاده‌ها در میزان کارایی کل سیستم مورد مطالعه قرار می‌گیرد. با تمرکز روی واحدهای ناکارا، در یک برآیند کلی مشخص خواهد شد که کدام نهاده هزینه کمتری را در دستیابی واحدهای کارایی بیشتر به سیستم تحمیل می‌کند. یعنی با کاهش کمتر در آن نهاده در مقایسه با نهاده‌های دیگر به مرز کارایی برسیم. سوال اساسی این است که آیا ما مجبوریم جهت کارا نمودن واحدهای ناکارا تمام نهاده‌ها را کاهش دهیم یا کاهش در یک یا چند نهاده که هزینه کمتری را برای سیستم دارد می‌تواند مقبول باشد. برای نمونه برای دستیابی به یک کارایی کل قابل قبول در مورد واحدهای مورد اشاره در شکل ۱، سه استراتژی برای رسیدن به مرز کارایی در نظر گرفته می‌شود. اول کاهش همزمان در هر دو نهاده x_1 و x_2 که واحد مورد ارزیابی A را به نقطه A' در مرز کارایی هدایت می‌کند که در این صورت نهاده‌های x_1 و x_2 هر یک به اندازه w کاهش خواهند یافت. بنابراین مقدار کاهش کل در دو نهاده برابر $2w$ خواهد بود. گزینه دوم با کاهش در نهاده x_1 و به اندازه w_1 می‌باشد که مقدار آن از $2w$ کمتر به نظر می‌رسد. در این حالت نقطه A_1 نماینده واحد کارایی متناظر با واحد تصمیم‌گیری A روی مرز کارایی است. حالت دیگر کاهش در نهاده دوم را پیشنهاد می‌کند که واحد مورد ارزیابی را به نقطه A_2 هدایت می‌کند. در میان سه انتخاب مورد اشاره بالا، چنین به نظر می‌رسد که نقطه A_1 روی مرز کارایی نزدیک‌ترین نقطه به واحد تصمیم‌گیری A است. این بدان معنا است که کاهش تنها در نهاده x_1 (بدون توجه به ارزش اقتصادی داده‌ها) مقرون به صرفه می‌باشد. این مساله از جنبه‌ای دیگر نیز حایز اهمیت است بدان معنا که در مواقعی ممکن است مدیران به کاهش در بعضی از نهاده‌ها حساس باشند. برای نمونه فرض کنیم نیروی انسانی یک عامل نهاده‌ای در مساله است که کاهش در آن می‌تواند تبعاتی را در سازمان به دنبال داشته باشد که برای

جلوگیری از پیامدهای ناشی از اخراج کارکنان می‌توانیم آن را به عنوان یک عامل غیر قابل کنترل در نظر بگیریم. این موضوع در گذشته در مبحث عوامل غیر قابل کنترل مورد بررسی [۳] قرار گرفته است با این تفاوت که در این جا ما نزدیک‌ترین نهاده به مرز کارایی را پیدا نموده و تغییر را فقط در آن اعمال می‌کنیم. به عبارت دیگر، کاهش تنها در یک نهاده ما را به مرز کارایی می‌رساند. دستکاری در یک ستاده، به جای کل ستاده‌های یک واحد، نیز می‌تواند موجب صرفه‌جویی در هزینه‌ها گردد. زیرا برای افزایش یک ستاده نیاز به سرمایه‌گذاری داریم. توقع ما از یک واحد تصمیم‌گیری این است که کارا باشد و این که در یک ستاده یا بیشتر افزایش نشان دهد فرقی برای ما نخواهد داشت.



شکل ۱. مقایسه استراتژی‌های متفاوت در دستیابی به مرز کارایی

در این مقاله، به کمک مدل‌های مبتنی بر روش‌های تصمیم‌گیری گروهی، به اولویت‌بندی نهاده‌ها پرداخته خواهد شد. این مساله برای واحدهایی که زیرمجموعه یک سیستم کل هستند می‌تواند حائز اهمیت باشد. برای نمونه شعبه‌های یک بانک تحت نظارت یک مدیریت واحد اداره می‌شوند. لذا رسیدن به مرز کارایی با کمترین هزینه ممکن عاملی مهم برای تصمیم‌گیرندگان کلان می‌باشد. اولویت‌بندی داده‌ها از نظر نزدیکی آن‌ها به مرز کارایی، می‌تواند مدیران را در چگونگی تخصیص سرمایه در جهت کارا نمودن کل سیستم یاری نموده و به تحقق اهداف کلان سازمان کمک شایانی نماید. بدیهی است که هر چه ابعاد داده‌ها بزرگ‌تر باشد مساله پیشنهادی از کارایی بیشتر برخوردار خواهد بود.

در این مقاله از مدلی اصلاح شده استفاده می‌شود که در آن با تغییراتی در مدل کوک و کرس [۵] و با به کارگیری مقادیر نهاده‌ها و ستاده‌ها در یک ساختار ترتیبی به رتبه‌بندی آن‌ها پرداخته خواهد شد. برای این منظور و در ادامه به معرفی مدل‌های مورد نیاز برای دستیابی به اهداف این مقاله می‌پردازیم.

۲ مقدمه‌ای بر تحلیل پوششی داده‌ها و رأی گیری ترجیحی

۲-۱ تحلیل پوششی داده‌ها

کارایی یک واحد عبارت از مقایسه‌ی ورودی‌ها و خروجی‌های آن با یکدیگر است. در ساده‌ترین حالت که واحدی یک ورودی را مصرف کرده و یک خروجی می‌دهد، کارایی به صورت خارج قسمت خروجی بر ورودی تعریف می‌شود. ولی اغلب، به خاطر پیچیدگی واحدهای تصمیم‌گیری و این که واحدهای یک سازمان اهداف متعددی را دنبال می‌کنند، در نظر گرفتن چندین ورودی و چندین خروجی اجتناب‌ناپذیر است. در چنین وضعیتی، کارایی را می‌توان به صورت حاصل تقسیم ترکیبی وزنی از خروجی‌ها بر ترکیبی وزنی از ورودی‌ها تعریف کرد. به عبارت دیگر، برای هر کدام از خروجی‌ها و ورودی‌ها، وزنی به عنوان ارزش و قیمت آن‌ها در نظر گرفته می‌شود و ارزش کل خروجی‌ها بر قیمت کل ورودی‌ها تقسیم می‌شود. مشکل اساسی، تعیین وزن‌ها (ارزش خروجی‌ها یا قیمت ورودی‌ها) به منظور ترکیب آن‌ها می‌باشد. تحلیل پوششی داده‌ها روشی است که برای یافتن این وزن‌ها طراحی شده است. مدل‌های مبتنی بر تحلیل پوششی داده‌ها مدل‌های برنامه‌ریزی ریاضی هستند که برای اندازه‌گیری کارایی تکنیکی واحدهای تصمیم‌گیری طراحی شده‌اند. مجموعه‌ای از n واحد تصمیم‌گیری p (DMU_p) با m ورودی $x_{ip}, i=1, 2, \dots, m$ و s خروجی $y_{rp}, r=1, 2, \dots, s$ را در نظر بگیرید. مساله برنامه‌ریزی خطی متناظر با DMU_p به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\text{Min } W_p = w_p + 1$$

s.t.

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} &\leq x_{ip} + w_p, & \forall i, \\ \sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj} &\geq y_{rp}, & \forall r, \\ \lambda_j &\geq 0, & \forall j, \\ w_p &\text{ free.} \end{aligned} \quad (1)$$

مدل فوق از جمله مدل‌های تحلیل پوششی داده‌ها است که ساختار غیر شعاعی دارد و توسط مهرایان و همکاران [۳] پیشنهاد گردید. در صورتی که مقدار بهینه مدل فوق ۱ باشد واحد مورد ارزیابی کارا بوده و مقادیر کوچک‌تر از ۱، متناظر با مقدار بهینه هر واحد تصمیم‌گیری، نشان از ناکارا بودن آن دارد. در صورتی که کلیه ورودی و خروجی‌های واحد تصمیم‌گیری p را به جز ورودی k غیراختیاری در نظر بگیریم مدل فوق به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\text{Min } W_p = w_{kp} + 1$$

s.t.

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{kj} &\leq x_{kp} + w_{kp}, \\ \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} &\leq x_{ip}, \quad \forall i \quad i \neq k, \\ \sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj} &\geq y_{rp}, \quad \forall r, \\ \lambda_j &\geq 0, \\ w_{kp} &\text{ free.} \end{aligned} \quad (2)$$

لازم به ذکر است که هدف از به کارگیری مدل فوق تعیین فاصله نهاده x_{kp} از مرز کارایی می باشد.

۲-۲ مدل کوک و کرس

در سال های اخیر مطالعات متعددی در حوزه تصمیم گیری گروهی صورت پذیرفته است که در این میان موضوع انتخاب گزینه برتر مورد توجه بسیاری از محققین تحقیق در عملیات بوده است. در سیستم رأی گیری ترجیحی گروهی، هدف انتخاب m گزینه از میان n گزینه می باشد $n \geq m$ که در آن هر تصمیم گیرنده یک رتبه بندی از گزینه ها را ارایه می دهد. به وضوح به سبب تفاوت در دیدگاه تصمیم گیرندگان، این رتبه بندی ها متفاوت خواهد بود. اولین بار کوک و کرس [۵] مدل تحلیل پوششی داده ها را در یک مساله رأی گیری ترجیحی به کار گرفتند. خروجی ها در این مدل را تعداد آراء در جایگاه های رتبه ای تشکیل می دهند و ورودی همه واحدهای تصمیم گیری، عدد ۱ می باشد. مدل پیشنهادی توسط کوک و کرس به صورت زیر است:

$$\begin{aligned} \text{Max } \sum_{j=1}^n u_j v_{pj} \\ \text{s.t.} \\ \sum_{j=1}^n u_j v_{ij} &\leq 1 \quad i = 1, 2, \dots, m, \\ u_j - u_{j+1} &\geq d(j, \varepsilon) \quad j = 1, 2, \dots, n-1, \\ u_n &\geq d(n, \varepsilon). \end{aligned} \quad (3)$$

در مدل فوق v_{ij} تعداد دفعاتی است که کاندیدای i در جایگاه رتبه ای j قرار می گیرد و u_j وزن جایگاه j را نشان می دهد. به وضوح $u_j > u_{j+1}$ و بنابراین قید $u_j - u_{j+1} \geq d(j, \varepsilon)$ ترجیح جایگاه رتبه ای j بر $j+1$ را نشان می دهد. نماد $d(j, \varepsilon)$ تابعی است غیرافزایشی از ε که تابع شدت تمایز نامیده می شود.

۳ استفاده از مدل اصلاح شده کوک و کرس برای رتبه‌بندی داده‌ها در DEA

همان‌طور که بیان شد هدف این تحقیق بررسی میزان نزدیکی نهاده‌ها و ستاده‌ها به مرز کارایی و ارایه یک رتبه‌بندی از داده‌ها می‌باشد. اگر در یک برآیند کلی نهاده یا ستاده‌ای نزدیک‌تر به مرز کارایی باشد، تمرکز روی آن نهاده یا ستاده برای دستیابی به کارایی به صرفه‌تر خواهد بود. البته این دیدگاه زمانی مفید است که واحدهای تصمیم‌گیری زیرمجموعه‌ای از یک واحد کل باشند. در این حالت شناسایی نقاطی از مرز که کم‌ترین فاصله را از واحد تصمیم‌گیری مورد ارزیابی دارند می‌تواند مفید باشد. در این راستا با تغییراتی در مدل کوک و کرس آن را برای هدف مورد اشاره به کار می‌گیریم.

مجموعه‌ای از n واحد تصمیم‌گیری j (DMU_j) با m ورودی x_{ij} ، $i=1, 2, \dots, m$ و s خروجی y_{ij} ، $i=1, 2, \dots, s$ را در نظر بگیریم. الگوریتم زیر متدلوژی پیشنهادی در این مقاله را نشان می‌دهد:

گام ۱: در این گام تمام واحدهای تصمیم‌گیری با کمک مدل ارایه شده در (۱) ارزیابی شده و واحدهای کارا و ناکارا مشخص می‌گردند. در گام بعد واحدهای ناکارا جهت ارایه راهکار بهینه مورد تجزیه و تحلیل قرار می‌گیرند. فرض کنیم I مجموعه واحدهای تصمیم‌گیری ناکارا باشد که تعداد اعضای آن n_1 است.

گام ۲: به کمک مدل (۲) مجدداً به ارزیابی واحدهای ناکارا می‌پردازیم. در این مرحله، برای هر واحد تصمیم‌گیری غیرکارا به تعداد ورودی‌های مساله، مدل برنامه‌ریزی خطی حل خواهد شد. ماتریس $W = (w_{ij})_{(m+1) \times n_1}$ را تشکیل می‌دهیم. در این ماتریس درایه w_{ij}^* ($i=1, 2, \dots, m, j \in I$) مقدار به دست آمده از حل مدل (۲) متناظر با ورودی i م واحد تصمیم‌گیرنده j م می‌باشد که بیان‌گر فاصله ورودی i م واحد تصمیم‌گیرنده j م از مرز کارایی می‌باشد و درایه $(w_{ij}^*)_{(m+1)j}$ ($j \in I$) با استفاده از مدل (۱) به صورت زیر به دست می‌آید

$$w_{(m+1)p}^* = m \times w_p^*, \quad p \in I$$

که نشان دهنده فاصله طی شده توسط واحد تصمیم‌گیرنده j م تا مرز کارایی می‌باشد.

گام ۳: همان‌طور که اشاره شد، مقادیر کارایی در ماتریس گام ۲ نشان از نزدیکی ورودی‌های واحد مورد نظر به مرز کارایی دارد. لذا در این گام می‌خواهیم ورودی‌های هر واحد تصمیم‌گیری را بر اساس نزدیکی به مرز کارایی رتبه‌بندی نماییم. با توجه به ماتریس کارایی در گام ۲ و با در نظر گرفتن عدد کارایی، رتبه این اعداد را در مقایسه با عناصر ستون متناظر مشخص می‌کنیم. ابتدا با توجه به این که داده‌های مدل (۲) از جنس ستاده می‌باشد، با تبدیل زیر، داده ماتریس W را از ماهیت نهاده به ماهیت ستاده تبدیل می‌کنیم.

$$W' = (w'_{ij})_{(m+1) \times n_1}, \quad w'_{ij} = 1 - \frac{w_{ij}}{\max\{w_{ij}\}_{j \in I}} \quad (4)$$

گام ۴: فرض کنیم که $v_{kj}, k=1, 2, \dots, m+1$ رتبه ورودی k ام برای واحد تصمیم گیری z ام باشد. در این صورت ماتریس ترجیح $V = (v_{ij})_{(m+1) \times n_i}$ متناظر با ماتریس $W' = (w'_{ij})_{(m+1) \times n_i}$ تعریف می شود.

گام ۵: در این گام در ماتریس S را به صورت زیر تشکیل می دهیم.

$$S = (s_{ij})_{(m+1) \times n_i}, \quad s_{ij} = \sum_{\substack{k \in I \\ v_{ik}=j}} w'_{ik} \quad i = 1, 2, \dots, m+1, j = 1, 2, \dots, m+1$$

در این ماتریس درایه s_{ij} نشان دهنده مجموع مقادیر w'_{ik} ($k \in I$) از ماتریس W' می باشد با این شرط که مقدار متناظر درایه w'_{ik} ($k \in I$) در ماتریس V یعنی v_{ik} برابر با z باشند. به عبارت دیگر مولفه های هر سطر ماتریس W' به $m+1$ مجموعه افزاز می شوند که درایه متناظر با آنها در ماتریس ترجیح V مقادیر $1, 2, \dots, m+1$ را دارند و تعداد عناصر هر افزاز درایه s_{ij} را تولید می کند.

عناصر هر سطر در ماتریس S را به عنوان یک گزینه در نظر می گیریم که دارای ساختاری رده ای است، بنابراین برای ارزیابی آن نیاز به مدلی مناسب داریم. در ادامه و در گام بعدی مدل اصلاح شده ای از کوک و کرس ارائه خواهد شد.

گام ۶: در این مرحله با ایجاد تغییراتی در نحوه پردازش داده ها در مدل کوک و کرس [۵] و استفاده از داده های گام ۵ نهاده های مساله را که در غالب واحدهای تصمیم گیری آرایش داده شده اند، رتبه بندی می نمایم. برای این منظور مدل برنامه ریزی خطی زیر پیشنهاد می گردد:

$$\begin{aligned} \text{Max } \beta_d &= \sum_{k=1}^m \mu_k p_{kd} \\ \text{s.t.} \quad & \sum_{k=1}^m \mu_k p_{ki} \leq 1, \quad i = 1, 2, \dots, m, \\ & \mu_k - \mu_{k+1} \geq d(k, \varepsilon), \quad k = 1, 2, \dots, m-1, \\ & \mu_m \geq d(n, \varepsilon). \end{aligned} \quad (5)$$

در این مدل d ورودی یا همان واحد تصمیم گیری مورد ارزیابی می باشد. مقدار ε به همان روش ارائه شده در مقاله کوک و کرس [۵] به دست می آید.

۴ مطالعه موردی

مثال ۱: در این قسمت مدل ارائه شده با یک مثال عملی تشریح می شود. داده های جدول A [۸] اطلاعات ۷۹ شعبه از یک بانک با ۳ نهاده و ۴ ستاده را نشان می دهد. در این جا هدف یافتن مناسب ترین نهاده ای می باشد

که با کاهش آن بتوان تمام شعب تحت پوشش را به مرز کارایی رساند بدون آن که مجبور باشیم تمام نهاده‌ها را کاهش دهیم.

در گام اول ابتدا واحدهای تصمیم‌گیرنده را با مدل (۱) مورد ارزیابی قرار داده و واحدهای ناکارا را مشخص می‌کنیم. در این حالت ۵۵ واحد تصمیم‌گیرنده کارا و ۲۴ واحد تصمیم‌گیرنده ناکارا می‌باشند. در گام دوم واحدهای ناکارا را با مدل (۲) به ازای هر نهاد، جداگانه مورد ارزیابی قرار داده و w_{ij} ($i = 1, 2, 3, 4, j = 1, 2, \dots, 78$) را محاسبه می‌کنیم. که مقادیر به دست آمده در جدول B نمایش داده شده است. در گام ۳ با توجه به رابطه (۴) مدل مقادیر به دست آمده را از ماهیت نهاد به ستاده تبدیل کرده و درایه‌های ماتریس w'_{ij} را محاسبه می‌کنیم که نتایج آن در جدول C نشان داده شده است. در گام ۴ ماتریس ترجیحی با درایه‌های v_{ij} (جدول C) با توجه به مقادیر ماتریس w'_{ij} را به دست می‌آوریم. هم‌چنین در جدول ۱ تعداد آراء هر نهاد با توجه به مقادیر ماتریس V شمارش شده‌اند.

جدول ۱. ماتریس رتبه‌های به دست آمده برای هر ورودی مثال ۱

| | رتبه ۱ | رتبه ۲ | رتبه ۳ | رتبه ۴ |
|-----------------------|--------|--------|--------|--------|
| تعداد آراء نهاد ۱ | ۲ | ۱ | ۳ | ۱۸ |
| تعداد آراء نهاد ۲ | ۱۰ | ۴ | ۹ | ۱ |
| تعداد آراء نهاد ۳ | ۱۱ | ۴ | ۵ | ۴ |
| تعداد آراء مجموع نهاد | ۱ | ۱۷ | ۶ | ۰ |

درایه‌های s_{ij} ($i, j = 1, 2, 3, 4$) از ماتریس S را با توجه به گام ۵ محاسبه می‌نماییم که نتایج آن در جدول ۲ قرار داده شده است. گزینه ۴ نماینده مدل (۱) است که نتایج داده‌های آن در فرآیند گام‌های ۲ تا ۵ به صورت عناصر داده شده در سطر آخر جدول ۲ دیده می‌شود. به عبارت دیگر این گزینه اثر تغییر همزمان در نهاده‌ها را در مقایسه با تغییر مستقل هر نهاد بررسی می‌کند.

جدول ۲. ماتریس S مثال ۱ و جواب‌های بهینه

| | | $j = 1$ | $j = 2$ | $j = 3$ | $j = 4$ | β_i^* |
|---------|---------|----------|----------|---------|---------|-------------|
| | | رتبه ۱ | رتبه ۲ | رتبه ۳ | رتبه ۴ | |
| $i = 1$ | گزینه ۱ | ۱/۵۲۱۴۴ | ۰ | ۲/۸۰۱۸۹ | ۱۳/۲۸۲ | ۰/۴۰۳۰۰۴ |
| $i = 2$ | گزینه ۲ | ۸/۷۶۲۵۴ | ۳/۴۶۰۵۳ | ۸/۲۶۵۹۴ | ۰ | ۱ |
| $i = 3$ | گزینه ۳ | ۱۰/۳۷۴۴۹ | ۲/۷۲۸۱۵ | ۳/۸۹۵۹۷ | ۳/۶۰۱۹۴ | ۰/۹۸۵۶۸ |
| $i = 4$ | گزینه ۴ | ۰/۹۸۰۱۵ | ۱۴/۸۲۴۲۴ | ۴/۷۴۰۷۳ | ۰ | ۰/۹۳۴۰۱۲ |

به عنوان مثال برای محاسبه درایه‌های ماتریس S ، ۳ واحد تصمیم‌گیرنده به شماره‌های ۱۹، ۵۲ و ۵۳ ستاده (نهاده تبدیل شده) اول آن‌ها در رتبه سوم قرار می‌گیرند (جدول C). در نتیجه S_{13} به صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$S_{13} = \sum_{\substack{k \in I \\ v_{1k}=3}} W'_{1k} = W'_{1,19} + W'_{1,52} + W'_{1,53} \\ = 0/96814 + 0/95482 + 0/87893 = 2/80189$$

در گام آخر درایه‌های ماتریس S را با مدل (۴) حل نموده و جواب‌های مدل ارایه شده در ستون آخر جدول (۲) آورده شده است که نشان دهنده آن است نهاد سوم بهترین رتبه را در بین سایر نهادها مستقل و نهاد کل می‌باشد که برای کارا کردن تمام شعب با کاهش در ورودی سوم کمترین هزینه را متحمل می‌شویم. این در حالی است که کاهش در تمام نهادها به میزان یکسان در رتبه دوم قرار گرفته است و ورودی‌های دوم و اول به ترتیب در رتبه‌های سوم و چهارم قرار می‌گیرند.

مثال ۲: در این قسمت مدل ارایه شده با مثال دیگری مورد بررسی قرار می‌گیرد. داده‌های جدول D اطلاعات ۵۰ واحد تصمیم با ۴ نهاد و ۴ ستاده را نشان می‌دهد. در این جا گام‌های اول و دوم را اعمال کرده و نتایج گام دوم در جدول E نشان داده شده است. با تبدیل داده‌های جدول E که ماهیت نهادی دارند به ماهیت ستاده‌ای ماتریس W' به دست آمده است (جدول F) و پس از آن ماتریس ترجیحی V را محاسبه نموده‌ایم (جدول F). با توجه به ماتریس V جدول ۳ که از شمارش تعداد آراء هر ورودی حاصل شده است را به دست می‌آوریم.

جدول ۳. ماتریس رتبه‌های به دست آمده برای هر ورودی مثال ۲

| | رتبه ۱ | رتبه ۲ | رتبه ۳ | رتبه ۴ | رتبه ۵ |
|---------|--------|--------|--------|--------|--------|
| گزینه ۱ | ۵ | ۳ | ۵ | ۹ | ۲ |
| گزینه ۲ | ۶ | ۸ | ۲ | ۲ | ۶ |
| گزینه ۳ | ۶ | ۵ | ۳ | ۷ | ۳ |
| گزینه ۴ | ۷ | ۴ | ۱ | ۲ | ۱۰ |
| گزینه ۵ | ۰ | ۴ | ۱۳ | ۵ | ۲ |

در مثال ۱ شاید بتوان بدون ادامه گام‌های معرفی شده، بهترین نهاد را با توجه به جدول ۱ حدس زد اما در این مثال نمی‌توان این کار را انجام داد و ناگزیر باید برای یافتن جواب بهینه الگوریتم را ادامه داد تا جواب مناسب (نهاد مناسب) مشخص شود. با ادامه مراحل الگوریتم و محاسبه ماتریس S (جدول ۴)، جواب‌های بهینه به دست می‌آید (ستون آخر جدول ۴). با توجه به جواب‌های به دست آمده مشاهده می‌شود که ورودی دوم بهترین گزینه می‌باشد که به این معنی است کاهش ورودی دوم به تنهایی کم‌ترین هزینه ممکن برای کارا کردن واحدهای تصمیم‌گیرنده ناکارا را برای کل سیستم دارد. و کاهش در ورودی‌های سوم، چهارم، اول و کاهش یکسان همه ورودی‌ها به ترتیب در رتبه‌های دوم، سوم، چهارم و پنجم قرار دارند.

| i | گزینه | $j = 1$ | $j = 2$ | $j = 3$ | $j = 4$ | $j = 5$ | β^* |
|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|-----------|
| | | رتبه ۱ | رتبه ۲ | رتبه ۳ | رتبه ۴ | رتبه ۵ | |
| $i = 1$ | گزینه ۱ | ۳/۵۹۵۵۶ | ۲/۱۹۱۹۵ | ۲/۸۲۹۷۵ | ۳/۵۶۷۳۹ | ۱/۱۱۷۰۱ | ۰/۸۴۶۱۴۹ |
| $i = 2$ | گزینه ۲ | ۴/۷۹۸۱۳ | ۵/۴۹۷۰۸ | ۰/۴۶۶۳۲ | ۱/۳۳۴۱۵ | ۱/۳۴۷۳۵ | ۱ |
| $i = 3$ | گزینه ۳ | ۴/۷۴۳۶۲ | ۳/۲۸۳۲ | ۱/۳۹۷۳۵ | ۴/۱۸۴۵۶ | ۰/۷۳۶۲۵ | ۰/۹۷۵۷۷ |
| $i = 4$ | گزینه ۴ | ۵/۶۵۳۸۶ | ۲/۴۴۵۵۲ | ۰/۳۵۴۶۹ | ۱/۲۸۱۰۲ | ۲/۳۶۲۲۳ | ۰/۸۵۶۹۱۱ |
| $i = 5$ | گزینه ۵ | ۰ | ۲/۹۷۵۶۶ | ۹/۰۴۱۷۴ | ۰/۷۱۸۷۳ | ۰/۷۲۸۸ | ۰/۸۰۱۵۴۲ |

۵ نتیجه‌گیری

در سال‌های اخیر گروهی از تحلیل‌گران مسایل رتبه‌بندی از مدل تحلیل پوششی داده‌ها برای تبیین دیدگاه‌های خود استفاده نموده‌اند. آنچه در این تحقیق مورد نظر است، این است که تمرکز در کاهش داده‌ها یا افزایش ستاده‌ها برای تبدیل یک واحد ناکار به کارا، به جای تمام نهاده‌ها یا ستاده‌ها، روی نهاده یا ستاده کمتری صورت پذیرد. به عبارت دیگر نزدیک‌ترین نقطه به مرز کارایی را به عنوان مرجع واحد مورد ارزیابی هدف قرار دهیم. این کار با وارد نمودن فاکتور هزینه به مساله از نظر اقتصادی می‌تواند مفید فایده باشد. از طرفی دیگر دستکاری در همه نهاده‌ها و یا ستاده‌ها می‌تواند ما را با محدودیت‌هایی مواجه نماید. برای نمونه اخراج نیروی انسانی یک فاکتور درد سر ساز در سازمان می‌باشد. در جهت تحقق اهداف مورد اشاره تجمیعی از وضعیت نهاده‌ها و ستاده‌ها هدف قرار گرفت. مزیت این کار در این است که تصمیم‌گیرندگان کلان، که تعیین‌کننده استراتژی آینده واحدهای تصمیم‌گیری می‌باشند، می‌توانند با آگاهی بیشتری به سرمایه‌گذاری روی یک یا چند نهاده یا ستاده بپردازند.

منابع

- [1] Charnes, W. W., Cooper, E., (1978). Rhodes, Measuring the efficiency of decision making unit. *European Journal Operation Research*, 2, 429–444.
- [2] Banker, R. D., Charnes, A., Cooper, W. W., (1984). Some model for estimating technical and scale inefficiencies in data envelopment analysis. *Management Science*, 30, 1078–1092.
- [3] Mehrabian, S., Alirezaee, M., Jahnsahloo, G., (1999). A Com-plete Efficiency Ranking of Decision Making Units in Data Envelopment Analysis. *Computational Optimization and Applications*, 14, 261-266.
- [4] Saati, S., Zarafat Angiz, M., Memariani, A., Jahanshahloo, G. R., (2001). A model for ranking decision making units in data envelopment analysis, *Ricerca Operativa*, 31(97), 47-59.
- [5] Cook, M., Kress, A., (1990). A data envelopment model for aggregating preference rankings. *Management Science*, 36, 1302–1310.
- [6] Hashimoto, A., 1997. A ranked voting system using a DEA/AR exclusion model: A note, *European Journal of Operational Research*, 97(3), 600–604.
- [7] Zerafat Angiz, L. M., Emrouznejad, A., Mustafa, A., Rashidi Komijan, A., (2009). Selecting the most preferable alternatives in a group decision making problem using DEA. *Expert Systems with Applications*, 36, 9599–9602.

- [8] Alirezaee, M. R., Afsharian, M., (2007). Model improvement for computational difficulties of DEA technique in the presence of special DMUs. Applied Mathematics and Computation 186, 1600–1611.

ضمیمه

جدول A: داده‌های مثال ۱

| DMU | نهاد | | | ستاد | | | |
|-----|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| | x_1 | x_2 | x_3 | y_1 | y_2 | y_3 | y_4 |
| ۱ | ۴۵/۳۴ | ۴۰/۹۳ | ۵/۰۹ | ۲۶۳ | ۱۳۷ | ۹۳۵ | ۴۲۹ |
| ۲ | ۹/۰۲ | ۱/۳۴ | ۰/۱ | ۴۲ | ۶ | ۱۷۶ | ۳۲ |
| ۳ | ۲۶/۱۲ | ۸/۲۴ | ۱/۰۱ | ۱۳۰ | ۲۰ | ۶۷۹ | ۱۰۱ |
| ۴ | ۱۰/۹۴ | ۴/۸۷ | ۱/۰۳ | ۱۳۴ | ۳۷ | ۴۳۷ | ۸۰ |
| ۵ | ۴۹/۵۲ | ۳۲/۲۸ | ۷/۲۱ | ۳۰۸ | ۴۶ | ۷۲۶ | ۲۲۷ |
| ۶ | ۱۰/۸۲ | ۱/۰۹ | ۰ | ۲۷ | ۲ | ۱۸۱ | ۳۶ |
| ۷ | ۱۱/۵۲ | ۱/۹۸ | ۰ | ۴۴ | ۵ | ۳۳۷ | ۴۷ |
| ۸ | ۸/۱۱ | ۳/۹۱ | ۰ | ۳۴ | ۱ | ۲۴۵ | ۳۳ |
| ۹ | ۵/۰۸ | ۰ | ۰ | ۲۰ | ۲ | ۱۴۲ | ۴۰ |
| ۱۰ | ۹/۹۶ | ۵/۲۶ | ۰ | ۲۹ | ۲ | ۲۰۲ | ۴۹ |
| ۱۱ | ۹/۸۶ | ۱/۰۱ | ۰ | ۶۷ | ۱۰ | ۱۶۱ | ۵۲ |
| ۱۲ | ۷/۴۹ | ۱ | ۰ | ۳۴ | ۰ | ۲۴۹ | ۳۶ |
| ۱۳ | ۴ | ۱/۵۸ | ۰ | ۴۲ | ۲ | ۱۵۹ | ۱۷ |
| ۱۴ | ۵/۷۸ | ۱/۵۲ | ۰/۲۶ | ۸۵ | ۱ | ۱۹۶ | ۷۸ |
| ۱۵ | ۴/۸۷ | ۱/۰۵ | ۰ | ۵۲ | ۴ | ۲۳۷ | ۵۲ |
| ۱۶ | ۲/۹۳ | ۱/۹۷ | ۰ | ۶ | ۲ | ۱۲۷ | ۱۸ |
| ۱۷ | ۳/۳۴ | ۰ | ۰ | ۹ | ۵ | ۶۰ | ۳۱ |
| ۱۸ | ۵/۹۹ | ۰/۹۷ | ۰ | ۶۱ | ۰ | ۱۳۳ | ۲۴ |
| ۱۹ | ۶/۶۱ | ۰/۸۷ | ۰/۷۹ | ۲۸ | ۰ | ۳۷۵ | ۳۷ |
| ۲۰ | ۲/۹۶ | ۱/۵۸ | ۰ | ۲۱ | ۲ | ۱۰۳ | ۲۳ |
| ۲۱ | ۵/۳ | ۰ | ۰ | ۲۵ | ۴ | ۱۶۸ | ۳۸ |
| ۲۲ | ۹/۸۴ | ۵/۰۲ | ۰ | ۵۵ | ۱ | ۳۰۱ | ۵۰ |
| ۲۳ | ۱۶/۰۶ | ۱/۹۹ | ۰/۶۷ | ۱۴۳ | ۷ | ۵۵۱ | ۱۸۷ |
| ۲۴ | ۲۵/۰۶ | ۷/۷۶ | ۰/۰۵ | ۱۵۱ | ۱۳ | ۸۰۸ | ۲۱۱ |
| ۲۵ | ۵/۳۱ | ۱/۰۶ | ۰/۰۶ | ۳۵ | ۳ | ۲۵۰ | ۴۰ |
| ۲۶ | ۶/۴۶ | ۱/۵۹ | ۰ | ۳۷ | ۳ | ۳۲۳ | ۳۵ |
| ۲۷ | ۴/۴ | ۰/۹۱ | ۰/۳۳ | ۲۸ | ۲ | ۱۷۸ | ۴۲ |
| ۲۸ | ۳/۶۳ | ۰ | ۱/۲۳ | ۲۱ | ۱ | ۱۶۱ | ۲۴ |
| ۲۹ | ۶/۱۶ | ۰/۷۵ | ۰ | ۳۴ | ۶ | ۲۲۷ | ۱۴۲ |
| ۳۰ | ۲۹/۲۲ | ۶/۶۶ | ۱/۲۹ | ۱۳۵ | ۱۳ | ۷۶۰ | ۱۶۱ |
| ۳۱ | ۸/۴۶ | ۰/۶۷ | ۰/۸۷ | ۴۸ | ۱ | ۲۹۳ | ۵۰ |
| ۳۲ | ۴/۸۷ | ۲/۶۵ | ۰/۳۵ | ۴۱ | ۶ | ۳۱۳ | ۳۰ |
| ۳۳ | ۱۰/۶۹ | ۳/۱۷ | ۰ | ۹۳ | ۳ | ۳۹۳ | ۷۷ |

| DMU | هتاده | | | ستاده | | | |
|-----|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| | X_1 | X_2 | X_3 | Y_1 | Y_2 | Y_3 | Y_4 |
| ۳۴ | ۳/۸۷ | ۰ | ۰ | ۳۴ | ۱ | ۲۲۷ | ۴۷ |
| ۳۵ | ۲/۶۹ | ۰/۴۵ | ۰ | ۲۲ | ۰ | ۱۱۲ | ۳۰ |
| ۳۶ | ۷/۶۵ | ۰/۵۲ | ۰ | ۱۱۹ | ۸ | ۳۶۶ | ۴۱ |
| ۳۷ | ۴/۸۱ | ۱/۰۵ | ۰ | ۱۶ | ۲ | ۱۴۲ | ۱۸ |
| ۳۸ | ۷/۵۴ | ۱/۱۷ | ۰ | ۲۹ | ۱ | ۱۶۴ | ۳۶ |
| ۳۹ | ۱۷/۱۱ | ۵/۸۶ | ۰ | ۹۳ | ۲۴ | ۶۸۴ | ۱۶۲ |
| ۴۰ | ۵/۹۱ | ۰/۶۶ | ۰ | ۴۰ | ۳ | ۱۷۷ | ۴۲ |
| ۴۱ | ۴/۲۴ | ۱/۰۸ | ۰ | ۲۱ | ۰ | ۱۰۷ | ۴۲ |
| ۴۲ | ۳/۶۷ | ۰ | ۰ | ۵۵ | ۲ | ۱۶۲ | ۲۲ |
| ۴۳ | ۸/۳۳ | ۲/۳۹ | ۰ | ۵۴ | ۴ | ۳۴۷ | ۵۳ |
| ۴۴ | ۲/۲۱ | ۰/۰۶ | ۰ | ۵ | ۰ | ۷۴ | ۱۳ |
| ۴۵ | ۳ | ۰ | ۰ | ۱۸ | ۱ | ۷۷ | ۲۱ |
| ۴۶ | ۳/۷۱ | ۱/۱۷ | ۰/۱۲ | ۱۲ | ۲ | ۱۴۸ | ۵۲ |
| ۴۷ | ۱۰/۱ | ۳/۵۳ | ۰/۶۴ | ۷۶ | ۷ | ۳۲۹ | ۵۴ |
| ۴۸ | ۷/۷۹ | ۲/۳۳ | ۰/۰۹ | ۳۹ | ۱ | ۲۰۷ | ۵۵ |
| ۴۹ | ۱ | ۰/۴۲ | ۰ | ۶ | ۱ | ۶۲ | ۶۵ |
| ۵۰ | ۳/۲ | ۰/۹۷ | ۰ | ۱۳ | ۱ | ۱۴۰ | ۳۹ |
| ۵۱ | ۱۲/۰۵ | ۰/۹ | ۰/۰۸ | ۶۹ | ۲ | ۴۱۰ | ۱۸۶ |
| ۵۲ | ۴/۵۵ | ۰/۱۷ | ۰/۷۳ | ۳۶ | ۵ | ۱۷۱ | ۴۲ |
| ۵۳ | ۹/۴۲ | ۱/۸۸ | ۱ | ۵۹ | ۳ | ۴۲۰ | ۹۷ |
| ۵۴ | ۰/۷۶ | ۰ | ۰ | ۱ | ۴ | ۳۱ | ۲۳ |
| ۵۵ | ۷/۹۵ | ۱/۴۵ | ۰ | ۵۲ | ۲ | ۴۳۲ | ۷۷ |
| ۵۶ | ۳/۵۲ | ۰/۴ | ۰ | ۱۲ | ۲ | ۵۷ | ۳۹ |
| ۵۷ | ۳ | ۰ | ۰ | ۸ | ۱ | ۱۳۴ | ۲۰ |
| ۵۸ | ۶/۲۲ | ۰/۹۵ | ۰ | ۳۷ | ۰ | ۱۳۵ | ۵۹ |
| ۵۹ | ۳۵/۳۵ | ۱۱/۸ | ۲/۰۷ | ۲۱۴ | ۲۷ | ۱۰۹۰ | ۲۲۵ |
| ۶۰ | ۱۴/۷۷ | ۲/۶۶ | ۰/۰۱ | ۳۶ | ۹ | ۴۲۵ | ۷۳ |
| ۶۱ | ۶/۱۲ | ۰ | ۰/۱۴ | ۲۸ | ۱ | ۱۷۶ | ۳۸ |
| ۶۲ | ۳/۸۱ | ۰/۰۲ | ۰ | ۴۹ | ۱ | ۱۸۰ | ۴۲ |
| ۶۳ | ۱۰/۴۶ | ۰/۶۸ | ۰ | ۷۳ | ۰ | ۴۶۱ | ۸۳ |
| ۶۴ | ۳/۷۲ | ۱/۲۲ | ۰ | ۳۳ | ۱ | ۱۳۶ | ۲۳ |
| ۶۵ | ۲ | ۱ | ۰ | ۱۸ | ۵ | ۱۵۷ | ۲۶ |
| ۶۶ | ۵/۴۲ | ۰/۶۳ | ۰ | ۴۲ | ۲ | ۱۹۹ | ۳۱ |
| ۶۷ | ۳/۰۳ | ۰/۹۵ | ۰ | ۱۴ | ۱ | ۷۹ | ۱۶ |
| ۶۸ | ۷/۷۵ | ۱/۸۱ | ۰ | ۳۹ | ۲ | ۳۶۹ | ۵۶ |
| ۶۹ | ۴/۵۳ | ۱/۶۶ | ۰ | ۱۹ | ۱ | ۳۳۷ | ۲۵ |
| ۷۰ | ۱ | ۰ | ۰ | ۲ | ۱ | ۳۱ | ۳۶ |
| ۷۱ | ۱/۲۵ | ۰ | ۰/۳۳ | ۰ | ۱ | ۳۸ | ۶۴ |
| ۷۲ | ۱۵/۷۹ | ۲/۴۴ | ۱ | ۱۲۰ | ۱۰ | ۴۶۴ | ۱۲۷ |
| ۷۳ | ۹/۸۳ | ۱/۹۵ | ۰/۰۹ | ۱۱۸ | ۱ | ۳۵۹ | ۱۰۹ |
| ۷۴ | ۷/۹۷ | ۰/۱۲ | ۰/۰۳ | ۶۰ | ۱ | ۳۰۱ | ۱۴۲ |
| ۷۵ | ۲ | ۰/۱ | ۰ | ۱ | ۱ | ۶ | ۱۱ |

| DMU | نهاد | | | ستاد | | | |
|-----|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| | X_1 | X_2 | X_3 | Y_1 | Y_2 | Y_3 | Y_4 |
| ۷۶ | ۲۰/۴۲ | ۱۰/۱۹ | ۰/۸۳ | ۱۰۷ | ۱۶ | ۴۰۸ | ۲۳۸ |
| ۷۷ | ۹/۷۵ | ۱/۷۶ | ۰ | ۴۷ | ۳ | ۵۱۱ | ۶۳ |
| ۷۸ | ۵/۰۴ | ۰ | ۰/۰۳ | ۳۱ | ۳ | ۱۸۹ | ۳۰ |
| ۷۹ | ۷/۱۷ | ۰/۹۵ | ۰ | ۴۰ | ۱ | ۲۰۷ | ۴۳ |

جدول B: جواب‌های بهین گام ۲ مثال ۱

| DMU | W | | | |
|-----|---------|---------|---------|---------|
| | W_1 | W_2 | W_3 | W_4 |
| ۱ | ۰/۲۴۵۱۶ | ۱ | ۰/۷۰۵۹۶ | ۰/۷۳۵۴۸ |
| ۲ | ۰/۱۱۶۶۹ | ۰/۰۳۲۷۴ | ۰/۰۱۳۸۷ | ۰/۰۴۱۶۱ |
| ۳ | ۰/۳۱۰۴۹ | ۰/۲۰۱۳۲ | ۰/۱۴۰۰۸ | ۰/۴۲۰۲۵ |
| ۴ | - | - | - | - |
| ۵ | ۰/۵۴۱۱۷ | ۰/۷۸۸۶۶ | ۱ | ۱/۶۲۳۵ |
| ۶ | - | - | - | - |
| ۷ | - | - | - | - |
| ۸ | - | - | - | - |
| ۹ | - | - | - | - |
| ۱۰ | - | - | - | - |
| ۱۱ | - | - | - | - |
| ۱۲ | - | - | - | - |
| ۱۳ | - | - | - | - |
| ۱۴ | - | - | - | - |
| ۱۵ | - | - | - | - |
| ۱۶ | - | - | - | - |
| ۱۷ | - | - | - | - |
| ۱۸ | - | - | - | - |
| ۱۹ | ۰/۰۱۷۲۴ | ۰/۰۲۱۲۶ | ۰/۱۰۹۵۷ | ۰/۰۳۲۲۲ |
| ۲۰ | - | - | - | - |
| ۲۱ | - | - | - | - |
| ۲۲ | - | - | - | - |
| ۲۳ | ۰/۱۰۹۱۶ | ۰/۰۴۸۶۲ | ۰/۰۹۲۹۳ | ۰/۱۴۵۸۶ |
| ۲۴ | ۰/۲۴۳۸۵ | ۰/۱۸۹۵۹ | ۰/۰۰۶۹۳ | ۰/۰۲۰۰۸ |
| ۲۵ | ۰/۰۳۳۸۴ | ۰/۰۲۵۹ | ۰/۰۰۸۳۲ | ۰/۰۲۴۹۷ |
| ۲۶ | - | - | - | - |
| ۲۷ | ۰/۰۳۵۳۲ | ۰/۰۲۲۲۳ | ۰/۰۴۵۷۷ | ۰/۰۶۶۷ |
| ۲۸ | - | - | - | - |
| ۲۹ | - | - | - | - |
| ۳۰ | ۰/۳۵۲۶۳ | ۰/۱۶۲۷۲ | ۰/۱۷۸۹۲ | ۰/۴۸۸۱۵ |
| ۳۱ | ۰/۰۷۴۹۸ | ۰/۰۱۶۳۷ | ۰/۱۲۰۶۷ | ۰/۰۴۹۱۱ |
| ۳۲ | ۰/۰۱۳۸۲ | ۰/۰۴۵۳۲ | ۰/۰۴۸۵۴ | ۰/۰۴۱۴۶ |
| ۳۳ | - | - | - | - |

| DMU | W | | | |
|-----|---------|---------|---------|----------|
| | W_1 | W_2 | W_3 | W_4 |
| ۳۴ | - | - | - | - |
| ۳۵ | - | - | - | - |
| ۳۶ | - | - | - | - |
| ۳۷ | - | - | - | - |
| ۳۸ | - | - | - | - |
| ۳۹ | - | - | - | - |
| ۴۰ | - | - | - | - |
| ۴۱ | - | - | - | - |
| ۴۲ | - | - | - | - |
| ۴۳ | - | - | - | - |
| ۴۴ | - | - | - | - |
| ۴۵ | - | - | - | - |
| ۴۶ | ۰/۰۳۴۷۱ | ۰/۰۲۸۵۹ | ۰/۰۱۶۶۴ | ۰/۰۴۹۹۳ |
| ۴۷ | ۰/۰۸۸۴۸ | ۰/۰۸۶۲۴ | ۰/۰۸۸۷۷ | ۰/۰۲۳۱۲ |
| ۴۸ | ۰/۰۸۹۷۹ | ۰/۰۵۶۹۳ | ۰/۰۱۲۴۸ | ۰/۰۳۷۴۵ |
| ۴۹ | - | - | - | - |
| ۵۰ | - | - | - | - |
| ۵۱ | ۰/۰۹۶۶۸ | ۰/۰۲۱۹۹ | ۰/۰۱۱۱ | ۰/۰۳۳۲۹ |
| ۵۲ | ۰/۰۲۴۴۵ | ۰/۰۰۴۱۵ | ۰/۰۱۲۲۵ | ۰/۰۱۲۴۶ |
| ۵۳ | ۰/۰۶۵۵۲ | ۰/۰۴۵۹۳ | ۰/۰۱۳۸۷ | ۰/۰۱۳۳۸۵ |
| ۵۴ | - | - | - | - |
| ۵۵ | - | - | - | - |
| ۵۶ | - | - | - | - |
| ۵۷ | - | - | - | - |
| ۵۸ | - | - | - | - |
| ۵۹ | ۰/۳۵۷۴۳ | ۰/۰۲۸۸۳ | ۰/۰۲۸۷۱ | ۰/۰۸۴۶۱ |
| ۶۰ | ۰/۱۸۸۱ | ۰/۰۶۴۹۹ | ۰/۰۰۱۳۹ | ۰/۰۰۴۱۶ |
| ۶۱ | - | - | - | - |
| ۶۲ | - | - | - | - |
| ۶۳ | - | - | - | - |
| ۶۴ | - | - | - | - |
| ۶۵ | - | - | - | - |
| ۶۶ | - | - | - | - |
| ۶۷ | - | - | - | - |
| ۶۸ | - | - | - | - |
| ۶۹ | - | - | - | - |
| ۷۰ | - | - | - | - |
| ۷۱ | - | - | - | - |
| ۷۲ | ۰/۱۴۰۸۸ | ۰/۰۵۹۶۱ | ۰/۰۱۳۸۷ | ۰/۰۱۷۸۸۴ |
| ۷۳ | ۰/۰۳۲۹۷ | ۰/۰۴۷۶۴ | ۰/۰۱۲۴۸ | ۰/۰۳۷۴۵ |
| ۷۴ | ۰/۰۲۳۴۸ | ۰/۰۰۲۹۳ | ۰/۰۰۴۱۶ | ۰/۰۰۸۸ |
| ۷۵ | - | - | - | - |
| ۷۶ | ۰/۲۲۳۷۶ | ۰/۲۴۸۹۶ | ۰/۱۱۵۱۲ | ۰/۳۴۵۳۵ |
| ۷۷ | - | - | - | - |

| DMU | W | | | |
|-----|----------------|----------------|----------------|----------------|
| | W _۱ | W _۲ | W _۳ | W _۴ |
| ۷۸ | - | - | - | - |
| ۷۹ | - | - | - | - |

جدول C: نتایج گام ۳ (ماتریس W') و گام ۴ (ماتریس V) مثال ۱

| DMU | W' | | | | رتبه | | | |
|-----|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|------|---|---|---|
| | W' _۱ | W' _۲ | W' _۳ | W' _۴ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱ | ۰/۵۴۶۹۸ | ۰ | ۰/۲۹۴۰۴ | ۰/۵۴۶۹۸ | ۱ | ۴ | ۳ | ۲ |
| ۲ | ۰/۷۸۴۳۷ | ۰/۹۶۷۲۶ | ۰/۹۸۶۱۳ | ۰/۹۷۴۳۷ | ۴ | ۳ | ۱ | ۲ |
| ۳ | ۰/۴۲۶۲۶ | ۰/۷۹۸۶۸ | ۰/۸۵۹۹۲ | ۰/۷۴۱۱۵ | ۴ | ۲ | ۱ | ۳ |
| ۴ | - | - | - | - | - | - | - | - |
| ۵ | ۰ | ۰/۲۱۱۳۴ | ۰ | ۰ | ۲ | ۱ | ۲ | ۲ |
| ۶ | - | - | - | - | - | - | - | - |
| ۷ | - | - | - | - | - | - | - | - |
| ۸ | - | - | - | - | - | - | - | - |
| ۹ | - | - | - | - | - | - | - | - |
| ۱۰ | - | - | - | - | - | - | - | - |
| ۱۱ | - | - | - | - | - | - | - | - |
| ۱۲ | - | - | - | - | - | - | - | - |
| ۱۳ | - | - | - | - | - | - | - | - |
| ۱۴ | - | - | - | - | - | - | - | - |
| ۱۵ | - | - | - | - | - | - | - | - |
| ۱۶ | - | - | - | - | - | - | - | - |
| ۱۷ | - | - | - | - | - | - | - | - |
| ۱۸ | - | - | - | - | - | - | - | - |
| ۱۹ | ۰/۹۶۸۱۴ | ۰/۹۷۸۷۴ | ۰/۸۹۰۴۳ | ۰/۹۸۰۱۵ | ۳ | ۲ | ۴ | ۱ |
| ۲۰ | - | - | - | - | - | - | - | - |
| ۲۱ | - | - | - | - | - | - | - | - |
| ۲۲ | - | - | - | - | - | - | - | - |
| ۲۳ | ۰/۷۹۸۲۹ | ۰/۹۵۱۳۸ | ۰/۹۰۷۰۷ | ۰/۹۱۰۱۶ | ۴ | ۱ | ۳ | ۲ |
| ۲۴ | ۰/۵۴۹۴ | ۰/۸۱۰۴۱ | ۰/۹۹۳۰۷ | ۰/۹۸۷۱۹ | ۴ | ۳ | ۱ | ۲ |
| ۲۵ | ۰/۹۳۷۴۷ | ۰/۹۷۴۱ | ۰/۹۹۱۶۸ | ۰/۹۸۴۶۲ | ۴ | ۳ | ۱ | ۲ |
| ۲۶ | - | - | - | - | - | - | - | - |
| ۲۷ | ۰/۹۳۴۷۳ | ۰/۹۷۷۷۷ | ۰/۹۵۴۲۳ | ۰/۹۵۸۹۲ | ۴ | ۱ | ۳ | ۲ |
| ۲۸ | - | - | - | - | - | - | - | - |
| ۲۹ | - | - | - | - | - | - | - | - |
| ۳۰ | ۰/۳۴۸۳۹ | ۰/۸۳۷۲۸ | ۰/۸۲۱۰۸ | ۰/۶۹۹۳۲ | ۴ | ۱ | ۲ | ۳ |
| ۳۱ | ۰/۸۶۱۴۵ | ۰/۹۸۳۶۳ | ۰/۸۷۹۳۳ | ۰/۹۶۹۷۵ | ۴ | ۱ | ۳ | ۲ |
| ۳۲ | ۰/۹۷۴۴۶ | ۰/۹۵۴۶۸ | ۰/۹۵۱۴۶ | ۰/۹۷۴۴۶ | ۱ | ۳ | ۴ | ۲ |
| ۳۳ | - | - | - | - | - | - | - | - |
| ۳۴ | - | - | - | - | - | - | - | - |
| ۳۵ | - | - | - | - | - | - | - | - |

| DMU | W' | | | | رتبه | | | |
|-----|---------|---------|---------|---------|------|---|---|---|
| | w'_1 | w'_2 | w'_3 | w'_4 | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۳۶ | - | - | - | - | - | - | - | - |
| ۳۷ | - | - | - | - | - | - | - | - |
| ۳۸ | - | - | - | - | - | - | - | - |
| ۳۹ | - | - | - | - | - | - | - | - |
| ۴۰ | - | - | - | - | - | - | - | - |
| ۴۱ | - | - | - | - | - | - | - | - |
| ۴۲ | - | - | - | - | - | - | - | - |
| ۴۳ | - | - | - | - | - | - | - | - |
| ۴۴ | - | - | - | - | - | - | - | - |
| ۴۵ | - | - | - | - | - | - | - | - |
| ۴۶ | ۰/۹۳۵۸۶ | ۰/۹۷۱۴۱ | ۰/۹۸۳۳۶ | ۰/۹۶۹۲۵ | ۴ | ۲ | ۱ | ۳ |
| ۴۷ | ۰/۸۳۶۵ | ۰/۹۱۳۷۶ | ۰/۹۱۱۲۳ | ۰/۸۵۷۵۹ | ۴ | ۱ | ۲ | ۳ |
| ۴۸ | ۰/۸۳۴۰۸ | ۰/۹۴۳۰۷ | ۰/۹۸۷۵۲ | ۰/۹۷۶۹۳ | ۴ | ۳ | ۱ | ۲ |
| ۴۹ | - | - | - | - | - | - | - | - |
| ۵۰ | - | - | - | - | - | - | - | - |
| ۵۱ | ۰/۸۲۱۳۵ | ۰/۹۷۸۰۱ | ۰/۹۸۸۹ | ۰/۹۷۹۴۹ | ۴ | ۳ | ۱ | ۲ |
| ۵۲ | ۰/۹۵۴۸۲ | ۰/۹۹۵۸۵ | ۰/۸۹۸۷۵ | ۰/۹۹۲۳۳ | ۳ | ۱ | ۴ | ۲ |
| ۵۳ | ۰/۸۷۸۹۳ | ۰/۹۵۴۰۷ | ۰/۸۶۱۳ | ۰/۹۱۷۵۵ | ۳ | ۱ | ۴ | ۲ |
| ۵۴ | - | - | - | - | - | - | - | - |
| ۵۵ | - | - | - | - | - | - | - | - |
| ۵۶ | - | - | - | - | - | - | - | - |
| ۵۷ | - | - | - | - | - | - | - | - |
| ۵۸ | - | - | - | - | - | - | - | - |
| ۵۹ | ۰/۳۳۹۵۲ | ۰/۷۱۱۷ | ۰/۷۱۲۹ | ۰/۴۷۸۸۴ | ۴ | ۲ | ۱ | ۳ |
| ۶۰ | ۰/۶۵۲۴۲ | ۰/۹۳۵۰۱ | ۰/۹۹۸۶۱ | ۰/۹۹۷۴۴ | ۴ | ۳ | ۱ | ۲ |
| ۶۱ | - | - | - | - | - | - | - | - |
| ۶۲ | - | - | - | - | - | - | - | - |
| ۶۳ | - | - | - | - | - | - | - | - |
| ۶۴ | - | - | - | - | - | - | - | - |
| ۶۵ | - | - | - | - | - | - | - | - |
| ۶۶ | - | - | - | - | - | - | - | - |
| ۶۷ | - | - | - | - | - | - | - | - |
| ۶۸ | - | - | - | - | - | - | - | - |
| ۶۹ | - | - | - | - | - | - | - | - |
| ۷۰ | - | - | - | - | - | - | - | - |
| ۷۱ | - | - | - | - | - | - | - | - |
| ۷۲ | ۰/۷۳۹۶۸ | ۰/۹۴۰۳۹ | ۰/۸۶۱۳ | ۰/۸۸۹۸۴ | ۴ | ۱ | ۳ | ۲ |
| ۷۳ | ۰/۹۳۹۰۸ | ۰/۹۵۲۳۶ | ۰/۹۸۷۵۲ | ۰/۹۷۶۹۳ | ۴ | ۳ | ۱ | ۲ |
| ۷۴ | ۰/۹۵۶۶۱ | ۰/۹۹۷۰۷ | ۰/۹۹۵۸۴ | ۰/۹۹۴۵۸ | ۴ | ۱ | ۲ | ۳ |
| ۷۵ | - | - | - | - | - | - | - | - |
| ۷۶ | ۰/۵۸۶۵۳ | ۰/۷۵۱۰۴ | ۰/۸۸۴۸۸ | ۰/۷۸۷۲۸ | ۴ | ۳ | ۱ | ۲ |
| ۷۷ | - | - | - | - | - | - | - | - |
| ۷۸ | - | - | - | - | - | - | - | - |
| ۷۹ | - | - | - | - | - | - | - | - |

جدول D: داده‌های مثال ۲

| DMU | نهاد | | | | ستاد | | | |
|-----|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| | X_1 | X_2 | X_3 | X_4 | Y_1 | Y_2 | Y_3 | Y_4 |
| ۱ | ۸۶۲ | ۹۷ | ۸۰۹ | ۷۴ | ۳۵۷ | ۱۲۲ | ۳۸۱ | ۶۰۴ |
| ۲ | ۲۱۱ | ۵۸۶ | ۳۸۸ | ۸۶۱ | ۷۴۸ | ۷۱۰ | ۲۱۷ | ۶۴ |
| ۳ | ۸۶۲ | ۱۸۸ | ۶۵۸ | ۸ | ۹۷۲ | ۲۳۱ | ۲۴۱ | ۵۰۴ |
| ۴ | ۸۱۱ | ۳۶۹ | ۹۳۵ | ۴۵۳ | ۲۴۰ | ۸۸ | ۷۰۰ | ۵۱۸ |
| ۵ | ۴۳۷ | ۷۶۴ | ۵۱۱ | ۳۰۲ | ۴۲۱ | ۱۹۲ | ۴۵۱ | ۹۱۰ |
| ۶ | ۸۱۰ | ۱۲۷ | ۷۲۹ | ۸۳۴ | ۵۷۸ | ۶۰ | ۹۵۲ | ۱۸۹ |
| ۷ | ۵۰ | ۷۳۶ | ۱۶۹ | ۵۹۲ | ۸۹۷ | ۷۹۹ | ۴۵۹ | ۶۴۰ |
| ۸ | ۱۹۱ | ۲۶۹ | ۹۸۶ | ۴۷۷ | ۵۷۷ | ۴۵۶ | ۲۹۱ | ۴۴۳ |
| ۹ | ۴۸۱ | ۲۶۲ | ۶۲ | ۹۳۶ | ۹۵۱ | ۲۲۹ | ۷۰۳ | ۸۶ |
| ۱۰ | ۲۷۱ | ۱۲۰ | ۴۴۸ | ۵۲۹ | ۵۰۳ | ۹۷۲ | ۱۷۴ | ۴۴۸ |
| ۱۱ | ۵۱۵ | ۹۵۷ | ۴۹۷ | ۲۹۱ | ۲۷۴ | ۵۷۷ | ۶۲۸ | ۸۴۵ |
| ۱۲ | ۶۵۱ | ۴۸ | ۳۹۰ | ۷۵۷ | ۳۷۵ | ۶۵۵ | ۹۱۶ | ۳۲۸ |
| ۱۳ | ۵۳۱ | ۹۶۷ | ۷۱۴ | ۱۸۵ | ۱۱ | ۱۵۸ | ۱ | ۵۳۶ |
| ۱۴ | ۴۸۲ | ۴۰۲ | ۱۶۵ | ۹۸۳ | ۳۰۵ | ۵۲۵ | ۲۸۷ | ۵۰۵ |
| ۱۵ | ۱۹۰ | ۳۹۶ | ۳۶۷ | ۳۷۴ | ۱۴۴ | ۴۳۲ | ۳۷۳ | ۴۷۱ |
| ۱۶ | ۷۶۳ | ۱۱۷ | ۷۱۰ | ۱۲۸ | ۵۲ | ۵۱۰ | ۵۸۸ | ۶۴۵ |
| ۱۷ | ۲۵۵ | ۱۶۳ | ۷۵۸ | ۶۳۰ | ۳۳۰ | ۲۳ | ۹۰۲ | ۸۲۹ |
| ۱۸ | ۵۶۹ | ۳ | ۵۵۳ | ۲۷۳ | ۵۱۹ | ۵۱۹ | ۹۱۸ | ۴۱۰ |
| ۱۹ | ۵۲۷ | ۲۳۰ | ۵۸۰ | ۳۸۶ | ۷۸۸ | ۲۲۶ | ۴۸۲ | ۶۵۵ |
| ۲۰ | ۹۴۳ | ۵۲۵ | ۲۰ | ۱۱۵ | ۴۷۳ | ۲۴۹ | ۱۴۱ | ۵۹۴ |
| ۲۱ | ۷۴۱ | ۳۸۳ | ۲۵۴ | ۴۷۱ | ۹۰۵ | ۹۲ | ۱۳۵ | ۶۰۰ |
| ۲۲ | ۸۸۱ | ۲۶۶ | ۱۸۳ | ۱۶۱ | ۹۸ | ۴۰۴ | ۶۹۳ | ۵۵۵ |
| ۲۳ | ۴۰ | ۹۵۷ | ۸۷۴ | ۱۶۱ | ۲۵۹ | ۲۲۳ | ۵۲ | ۴۸۲ |
| ۲۴ | ۵۶۷ | ۷۳۷ | ۶۱۸ | ۱۶۰ | ۳۷۱ | ۲۳۰ | ۹۴۰ | ۸۸۷ |
| ۲۵ | ۹۷۶ | ۳۹۷ | ۷۹۹ | ۷۵۵ | ۵۵۸ | ۸۶۵ | ۸۳۷ | ۵۷۷ |
| ۲۶ | ۸۸۳ | ۲۹۳ | ۱۲۷ | ۵۶۵ | ۱۵۷ | ۲۱۲ | ۷۵۲ | ۵۱۴ |
| ۲۷ | ۵۶۰ | ۵۴۹ | ۴۶۸ | ۹۱۸ | ۸۳۳ | ۲۰۸ | ۳۲۷ | ۸۹۸ |
| ۲۸ | ۱۷۷ | ۵۱۶ | ۷۸۰ | ۲۲۶ | ۴۱۷ | ۴۲۹ | ۴۸۵ | ۷۱۴ |
| ۲۹ | ۹۱۳ | ۸۷۴ | ۳ | ۲۶۵ | ۳۸۲ | ۴۳۱ | ۷۴ | ۱۱۹ |
| ۳۰ | ۵ | ۳۳۸ | ۲۷۷ | ۲۷۱ | ۳۷۶ | ۹۶۴ | ۳۳۴ | ۴۴۷ |
| ۳۱ | ۴۵۱ | ۵۰۶ | ۴۵۷ | ۹۵۶ | ۴۰۴ | ۴۰۳ | ۵۲۶ | ۳۸۲ |
| ۳۲ | ۸۸۸ | ۴۳۵ | ۵۵۷ | ۶۸۷ | ۸۷۴ | ۲۳۸ | ۴۷۰ | ۷۶۴ |
| ۳۳ | ۱۰۶ | ۴۴۳ | ۴۷۲ | ۴۸۲ | ۳۵۲ | ۳۵۸ | ۱۷۱ | ۹ |
| ۳۴ | ۲۲۵ | ۱۸۵ | ۶۳۹ | ۹۰۵ | ۱۴۸ | ۶۹۰ | ۷۰۷ | ۳۶۱ |
| ۳۵ | ۶۱۲ | ۸۵۵ | ۱۸۴ | ۲۷۱ | ۲۵۶ | ۲۴۳ | ۳ | ۷۶۷ |
| ۳۶ | ۴۲۸ | ۵۲۲ | ۳۱۰ | ۲۳۵ | ۷۱۷ | ۸۴۸ | ۹۶۷ | ۱۵۸ |
| ۳۷ | ۳۸۳ | ۳۳۱ | ۶۳۳ | ۱۹۶ | ۸۵۱ | ۸۵۵ | ۲۳۳ | ۹۲۱ |
| ۳۸ | ۴۶۸ | ۹۴۹ | ۷۵۰ | ۳۶۸ | ۸۰۵ | ۶۶ | ۱۸۳ | ۵۹۲ |
| ۳۹ | ۹۲۸ | ۳۸۲ | ۷۹۷ | ۴۳۷ | ۴۸۲ | ۱۵۸ | ۸۶۱ | ۳۸۹ |
| ۴۰ | ۸۸۳ | ۱۵۴ | ۷۶۰ | ۹۲۰ | ۱۵۳ | ۱۹۲ | ۷۵۲ | ۶۱۶ |

| DMU | نهاده | | | | ستاده | | | |
|-----|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| | X_1 | X_2 | X_3 | X_4 | Y_1 | Y_2 | Y_3 | Y_4 |
| ۴۱ | ۸۲۳ | ۹۴۸ | ۲۶ | ۳۸۳ | ۶۰۷ | ۷۳۰ | ۲۴۰ | ۷۹۴ |
| ۴۲ | ۵۹۹ | ۴۳۹ | ۲۱۵ | ۳۲۱ | ۳۷۷ | ۳۴۲ | ۸۱۱ | ۹۴۵ |
| ۴۳ | ۴۱۶ | ۶۶۳ | ۱۹۷ | ۴۴۳ | ۶۵۹ | ۵۸۹ | ۲۶۹ | ۴۰۴ |
| ۴۴ | ۴۰۸ | ۱۲۵ | ۶۵۳ | ۳۶۱ | ۵۶۱ | ۸۳۶ | ۹۳۴ | ۹۶۷ |
| ۴۵ | ۶۷۴ | ۲۲۸ | ۴۱۶ | ۴۵۷ | ۳۸۲ | ۶۱۴ | ۶۴۹ | ۱۶۲ |
| ۴۶ | ۵۸۱ | ۱۳۰ | ۵۱۹ | ۳۱۵ | ۷۴۲ | ۶۱۷ | ۹۶۵ | ۲۲۲ |
| ۴۷ | ۷۰۷ | ۶۲۱ | ۳۳۱ | ۹۵۹ | ۳۴۹ | ۴۷۳ | ۴۰۵ | ۸۵۵ |
| ۴۸ | ۴۸۹ | ۶۸۵ | ۸۶۸ | ۹۵۹ | ۸۱۰ | ۴۶۶ | ۵۵۶ | ۹۳۳ |
| ۴۹ | ۹۶۸ | ۹۳۷ | ۴۱۷ | ۸۲۳ | ۳۵۰ | ۶۳۴ | ۶۴۳ | ۱۰۹ |
| ۵۰ | ۹۷۹ | ۹۶۸ | ۲۹۰ | ۴۲۳ | ۵۰۲ | ۳۰۵ | ۷۲۸ | ۴۴۴ |

جدول E: جواب‌های بهین گام ۲ مثال ۲

| DMU | W | | | | |
|-----|---------|---------|---------|---------|---------|
| | W_1 | W_2 | W_3 | W_4 | W_5 |
| ۱ | - | - | - | - | - |
| ۲ | ۰/۱۵۰۳۳ | ۰/۱۸۵ | ۰/۲۴۰۰۶ | ۰/۵۶۱۳۶ | ۰/۳۳۱۶۹ |
| ۳ | - | - | - | - | - |
| ۴ | ۰/۶۷۴۰۴ | ۰/۳۷۷۲۸ | ۰/۸۱۱۱۸ | ۰/۳۳۳۰۳ | ۱/۰۷۱۹ |
| ۵ | ۰/۰۹۵۷۷ | ۰/۵۴۱۸۴ | ۰/۱۱۹۵۱ | ۰/۰۶۹۷۳ | ۰/۱۲۸۹۲ |
| ۶ | ۰/۳۹۶۵۶ | ۰/۱۲۷۷۵ | ۰/۳۹۵۳۱ | ۰/۵۹۲۸۵ | ۰/۴۹۹۷۸ |
| ۷ | - | - | - | - | - |
| ۸ | - | - | - | - | - |
| ۹ | - | - | - | - | - |
| ۱۰ | - | - | - | - | - |
| ۱۱ | ۰/۱۸۲۹۹ | ۰/۷۸۹۸۹ | ۰/۲۱۲۹۹ | ۰/۰۷۸۷۲ | ۰/۲۰۷۶۸ |
| ۱۲ | - | - | - | - | - |
| ۱۳ | ۰/۴۵۵۵۸ | ۰/۹۳۵۵۲ | ۰/۶۵۷۹۴ | ۰/۱۱۹۸۴ | ۰/۴۱۶۳ |
| ۱۴ | ۰/۳۴۷۳۷ | ۰/۰۶۴۹ | ۰/۰۳۱۷۸ | ۰/۸۲۴۶۹ | ۰/۰۸۵۸ |
| ۱۵ | ۰/۱۸۸۳۷ | ۰/۳۳۲۶۸ | ۰/۲۴۷۷۲ | ۰/۲۳۲۷۲ | ۰/۴۳۰۱۴ |
| ۱۶ | - | - | - | - | - |
| ۱۷ | - | - | - | - | - |
| ۱۸ | - | - | - | - | - |
| ۱۹ | ۰/۰۷۹۷۶ | ۰/۰۴۰۲ | ۰/۱۰۴۲۵ | ۰/۱۸۴۹۲ | ۰/۰۹۵۵۸ |
| ۲۰ | - | - | - | - | - |
| ۲۱ | - | - | - | - | - |
| ۲۲ | - | - | - | - | - |
| ۲۳ | - | - | - | - | - |
| ۲۴ | - | - | - | - | - |
| ۲۵ | ۰/۸۲۲۲۱ | ۰/۳۸۶۷۶ | ۰/۵۰۲۳۲ | ۰/۵۵۳۱۷ | ۱/۰۵۴۵۲ |
| ۲۶ | - | - | - | - | - |
| ۲۷ | ۰/۳۶۶۰۸ | ۰/۲۰۳۶۳ | ۰/۱۷۴۲۳ | ۰/۶۷۸۶۵ | ۰/۳۱۳۸۳ |

| DMU | W | | | | |
|-----|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| | W _۱ | W _۲ | W _۳ | W _۴ | W _۵ |
| ۲۸ | - | - | - | - | - |
| ۲۹ | - | - | - | - | - |
| ۳۰ | - | - | - | - | - |
| ۳۱ | ۰/۴۴۳۹۸ | ۰/۵۰۸۹۵ | ۰/۳۸۳۳۴ | ۰/۸۵۷۲۲ | ۰/۹۲۶۶۸ |
| ۳۲ | ۰/۶۰۷۵۶ | ۰/۲۴۱۴۷ | ۰/۲۸۷۵۴ | ۰/۵۶۱۹۶ | ۰/۵۲۹۴۶ |
| ۳۳ | ۰/۱۰۳۴۹ | ۰/۲۷۲۰۳ | ۰/۴۱۵۹۱ | ۰/۳۴۷۸ | ۰/۴۱۳۹۷ |
| ۳۴ | - | - | - | - | - |
| ۳۵ | ۰/۱۴۷۵۶ | ۰/۵۲۲۵۲ | ۰/۰۵۲۲۴ | ۰/۰۴۴۰۱ | ۰/۱۰۸۸۴ |
| ۳۶ | - | - | - | - | - |
| ۳۷ | - | - | - | - | - |
| ۳۸ | ۰/۲۷۹۱۴ | ۰/۷۴۲۱۸ | ۰/۵۵۳۷۷ | ۰/۲۴۰۴۳ | ۰/۵۸۱۰۹ |
| ۳۹ | ۰/۶۷۹۶۳ | ۰/۳۹۱۶۹ | ۰/۶۰۹۲۲ | ۰/۲۶۸۱۸ | ۰/۸۷۴۵۶ |
| ۴۰ | ۰/۶۸۰۳۹ | ۰/۱۴۱۱۸ | ۰/۴۰۰۴۲ | ۰/۷۶۰۱ | ۰/۴۷۶۷۹ |
| ۴۱ | - | - | - | - | - |
| ۴۲ | - | - | - | - | - |
| ۴۳ | ۰/۳۹۳۱۶ | ۰/۲۹۰۲۴ | ۰/۱۲۰۳۳ | ۰/۱۷۰۹۲ | ۰/۳۰۴۱۵ |
| ۴۴ | - | - | - | - | - |
| ۴۵ | ۰/۴۴۹۸۶ | ۰/۱۸۷۰۱ | ۰/۱۶۷۱۹ | ۰/۲۶۸۵۲ | ۰/۳۴۳۷۵ |
| ۴۶ | - | - | - | - | - |
| ۴۷ | ۰/۴۸۶۱ | ۰/۳۳۲۸۸ | ۰/۲۰۱۵ | ۰/۷۷۰۷ | ۰/۵۴۲۰۶ |
| ۴۸ | ۰/۴۵۴۶۹ | ۰/۵۱۴۱۲ | ۰/۶۵۱۹ | ۰/۷۵۴۸ | ۰/۹۵۹۳۲ |
| ۴۹ | ۰/۹۵۴۷۳ | ۰/۹۲۵۸۴ | ۰/۳۵۱۹۷ | ۰/۶۷۷۸۸ | ۱/۱۶۷۹۲ |
| ۵۰ | ۰/۷۷۴۶۸ | ۰/۸۲۰۷ | ۰/۱۳۹۳۴ | ۰/۲۵۱۰۱ | ۰/۴۳۹۵۹ |

جدول F: نتایج گام ۳ (ماتریس W') و گام ۴ (ماتریس V) مثال ۲

| DMU | W' | | | | | V | | | | |
|-----|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|---|---|---|---|---|
| | W' _۱ | W' _۲ | W' _۳ | W' _۴ | W' _۵ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۵ |
| ۱ | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - |
| ۲ | ۰/۸۴۲۵۴ | ۰/۸۰۲۲۵ | ۰/۷۰۴۰۶ | ۰/۳۴۵۱۴ | ۰/۷۱۶ | ۱ | ۲ | ۴ | ۵ | ۳ |
| ۳ | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - |
| ۴ | ۰/۲۹۴ | ۰/۵۹۶۷۲ | ۰ | ۰/۶۱۱۵ | ۰/۰۸۲۲۱ | ۳ | ۲ | ۵ | ۱ | ۴ |
| ۵ | ۰/۸۹۹۶۹ | ۰/۴۲۰۸۱ | ۰/۸۵۲۶۷ | ۰/۹۱۸۶۶ | ۰/۸۸۹۶۲ | ۲ | ۵ | ۴ | ۱ | ۳ |
| ۶ | ۰/۵۸۴۶۴ | ۰/۸۶۳۴۴ | ۰/۵۱۲۶۷ | ۰/۳۰۸۴ | ۰/۵۷۲۰۸ | ۲ | ۱ | ۴ | ۵ | ۳ |
| ۷ | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - |
| ۸ | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - |
| ۹ | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - |
| ۱۰ | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - |
| ۱۱ | ۰/۸۰۸۳۳ | ۰/۱۵۵۶۷ | ۰/۷۳۷۴۳ | ۰/۹۰۸۱۷ | ۰/۸۲۲۱۸ | ۳ | ۵ | ۴ | ۱ | ۲ |
| ۱۲ | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - |
| ۱۳ | ۰/۵۲۲۸۲ | ۰ | ۰/۱۸۸۹۱ | ۰/۸۶۰۲ | ۰/۶۴۳۵۵ | ۳ | ۵ | ۴ | ۱ | ۲ |
| ۱۴ | ۰/۶۳۶۱۶ | ۰/۹۳۰۶۳ | ۰/۹۶۰۸۲ | ۰/۰۳۷۹۵ | ۰/۹۲۶۵۴ | ۴ | ۲ | ۱ | ۵ | ۳ |
| ۱۵ | ۰/۸۰۲۷ | ۰/۶۴۴۳۹ | ۰/۶۹۴۶۲ | ۰/۷۲۸۵۲ | ۰/۶۳۱۷ | ۱ | ۴ | ۳ | ۲ | ۵ |

| DMU | W' | | | | | V | | | | |
|-----|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|---|---|---|---|---|
| | W' ₁ | W' ₂ | W' ₃ | W' ₄ | W' ₅ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| ۱۶ | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - |
| ۱۷ | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - |
| ۱۸ | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - |
| ۱۹ | ۰/۹۱۶۴۶ | ۰/۹۵۷۰۳ | ۰/۸۷۱۴۸ | ۰/۷۸۴۲۸ | ۰/۹۱۸۱۶ | ۳ | ۱ | ۴ | ۵ | ۲ |
| ۲۰ | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - |
| ۲۱ | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - |
| ۲۲ | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - |
| ۲۳ | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - |
| ۲۴ | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - |
| ۲۵ | ۰/۱۳۸۸ | ۰/۵۸۶۵۸ | ۰/۳۸۰۷۵ | ۰/۳۵۴۶۹ | ۰/۰۹۷۱ | ۴ | ۱ | ۲ | ۳ | ۵ |
| ۲۶ | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - |
| ۲۷ | ۰/۶۱۶۵۶ | ۰/۷۸۲۳۳ | ۰/۷۸۵۲۱ | ۰/۲۰۸۳۱ | ۰/۷۳۱۲۹ | ۴ | ۲ | ۱ | ۵ | ۳ |
| ۲۸ | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - |
| ۲۹ | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - |
| ۳۰ | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - |
| ۳۱ | ۰/۵۳۴۹۷ | ۰/۴۵۵۹۷ | ۰/۵۲۷۴۳ | ۰ | ۰/۲۰۶۷۳ | ۱ | ۳ | ۲ | ۵ | ۴ |
| ۳۲ | ۰/۳۶۳۶۳ | ۰/۷۴۱۸۹ | ۰/۶۴۵۵۳ | ۰/۳۴۴۴۴ | ۰/۵۴۶۶۶ | ۴ | ۱ | ۲ | ۵ | ۳ |
| ۳۳ | ۰/۸۹۱۶ | ۰/۷۰۹۲۲ | ۰/۴۸۷۲۸ | ۰/۵۹۴۲۷ | ۰/۶۴۵۵۵ | ۱ | ۲ | ۵ | ۴ | ۳ |
| ۳۴ | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - |
| ۳۵ | ۰/۸۴۵۴۴ | ۰/۴۴۱۴۷ | ۰/۹۳۵۶ | ۰/۹۴۸۶۶ | ۰/۹۰۶۸۱ | ۴ | ۵ | ۲ | ۱ | ۳ |
| ۳۶ | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - |
| ۳۷ | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - |
| ۳۸ | ۰/۷۰۷۶۲ | ۰/۲۰۶۶۷ | ۰/۳۱۷۳۳ | ۰/۷۱۹۵۲ | ۰/۵۰۲۴۶ | ۲ | ۵ | ۴ | ۱ | ۳ |
| ۳۹ | ۰/۲۸۸۱۴ | ۰/۵۸۱۳۱ | ۰/۲۴۸۹۷ | ۰/۶۸۷۱۵ | ۰/۲۵۱۱۸ | ۳ | ۲ | ۵ | ۱ | ۴ |
| ۴۰ | ۰/۲۸۷۳۵ | ۰/۸۴۹۰۹ | ۰/۵۰۶۳۷ | ۰/۱۱۳۳ | ۰/۵۹۱۷۶ | ۴ | ۱ | ۳ | ۵ | ۲ |
| ۴۱ | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - |
| ۴۲ | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - |
| ۴۳ | ۰/۵۸۸۲ | ۰/۶۸۹۷۶ | ۰/۸۵۱۶۶ | ۰/۸۰۰۶۱ | ۰/۷۳۹۵۸ | ۵ | ۴ | ۱ | ۲ | ۳ |
| ۴۴ | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - |
| ۴۵ | ۰/۵۲۸۸۱ | ۰/۸۰۰۱ | ۰/۷۹۳۸۹ | ۰/۶۸۶۷۵ | ۰/۷۰۵۶۷ | ۵ | ۱ | ۲ | ۴ | ۳ |
| ۴۶ | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - |
| ۴۷ | ۰/۴۹۰۸۵ | ۰/۶۴۴۱۸ | ۰/۷۵۱۶ | ۰/۱۰۰۹۳ | ۰/۵۳۵۸۸ | ۴ | ۲ | ۱ | ۵ | ۳ |
| ۴۸ | ۰/۵۲۳۷۵ | ۰/۴۵۰۴۴ | ۰/۱۹۶۳۶ | ۰/۱۱۹۴۸ | ۰/۱۷۸۶۱ | ۱ | ۲ | ۳ | ۵ | ۴ |
| ۴۹ | ۰ | ۰/۱۰۳۵ | ۰/۵۶۶۱ | ۰/۲۰۹۲۱ | ۰ | ۴ | ۳ | ۱ | ۲ | ۵ |
| ۵۰ | ۰/۱۸۸۵۹ | ۰/۱۲۲۷۳ | ۰/۸۲۸۲۳ | ۰/۷۰۷۱۸ | ۰/۶۲۳۶۱ | ۴ | ۵ | ۱ | ۲ | ۳ |