

Measuring the Efficiency of Network Structures: Link Control Approach Based on BAM Model

S. Fattahiyeh¹, F. Modarres Khiyabani², F. Hosseinzadeh Lotfi³, M. Khodadadi^{4*}

¹Ph.D. Student, Department of Mathematics, Ta.C., Islamic Azad University, Tabriz, Iran.

²Associate Professor, Department of Mathematics, Ta.C., Islamic Azad University, Tabriz, Iran.

³Professor, Department of Mathematics, SR.C., Islamic Azad University, Tehran, Iran.

⁴Assistant Professor, Department of Mathematics, Ur.C., Islamic Azad University, Urmia, Iran

Research Paper

Received: 12 February 2025

Accepted: 7 July 2025

Abstract: Unlike the traditional Data Envelopment Analysis (DEA) approach, the efficiency of network structures depends on the performance of their internal components. This paper proposes a novel approach for evaluating the performance of network structures by employing a bounded adjusted measure (BAM) non-radial model. This method identifies all inefficiencies arising from intermediate variables. Moreover, the study incorporates intermediate products in assessing both overall efficiency and the efficiency of sub-sectors, thereby enhancing the model's discriminatory power. Through six different scenarios and by developing multiple production possibility sets based on the concept of controllability, the study determines the optimal values for the links connecting the sections of a network. A key advantage of this method is its ability to decompose overall efficiency into the efficiencies of its constituent sub-sectors. Finally, to demonstrate the applicability of the proposed method, a practical example is provided to illustrate and compare the outcomes of the different scenarios.

Introduction: The growing complexity of network structures in real-world applications highlights the critical need for advanced network Data Envelopment Analysis (NDEA) methodologies. The proposed non-radial Bounded Adjusted Measure (BAM) model provides a robust framework for evaluating network performance under six distinct link control scenarios. This approach enables precise identification of inefficiency sources, determines optimal intermediate product values, and effectively decomposes overall efficiency into sub-process efficiencies, offering valuable insights for managerial decision-making in complex networked systems.

Materials and Methods: In this paper, considering the concept of links, six scenarios were formulated. The production possibility set (PPS) and efficiency evaluation for each scenario were examined using the BAM model. The models for all six scenarios were solved using the GAMS software. The results were then discussed and compared using an example involving five decision-making units (DMUs) with a two-stage structure, consisting of one input, one intermediate product, and one output.

Results and Discussion: The evaluation of six link-control scenarios using the BAM model revealed a critical finding: the highest overall efficiency occurs when no section controls the network links. This decentralized approach yielded superior results for all five decision-making

* Corresponding Author: maryam8khodadadi@yahoo.com , khodadadi_20@iaiu.ac.ir

units. The model successfully decomposed overall efficiency into subsection efficiencies, providing managers with a precise diagnostic tool to identify underperforming segments. This enables targeted improvements, allowing organizations to enhance total network performance by addressing specific subsection inefficiencies.

Conclusions: This study introduced a framework based on the BAM model to evaluate network efficiency across six distinct scenarios of link control. The key finding demonstrates that the highest overall and subsection efficiency is achieved when link control is decentralized—that is, when no individual section holds power over the link values. The proposed model successfully decomposes the overall efficiency of a unit into its constituent subsection efficiencies, providing managers with a precise diagnostic tool. This enables the identification of specific inefficient subsections directly from the overall efficiency score, allowing for targeted strategic decisions to enhance overall network performance.

Keywords: Data Envelopment Analysis, Network Structures, BAM Model, Intermediate Products.

اندازه‌گیری کارایی ساختارهای شبکه‌ای: رویکرد کنترل لینک براساس مدل BAM

سمیه فتحیه^۱، فرزین مدرس خیابانی^۲، فرهاد حسین زاده لطفی^۳، مریم خدادادی^{۴*}

۱- دانشجوی دکتری، گروه ریاضی، واحد تبریز، دانشگاه آزاد اسلامی، تبریز، ایران

۲- دانشیار، گروه ریاضی، واحد تبریز، دانشگاه آزاد اسلامی، تبریز، ایران

۳- استاد، گروه ریاضی، واحد علوم و تحقیقات، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران

۴- استادیار، گروه ریاضی، واحد ارومیه، دانشگاه آزاد اسلامی، ارومیه، ایران

رسید مقاله: ۲۴ بهمن ۱۴۰۳

پذیرش مقاله: ۱۶ تیر ۱۴۰۴

چکیده

برخلاف رویکرد سنتی در تحلیل پوششی داده‌ها، کارایی ساختارهای شبکه‌ای به کارایی بخش‌های درون شبکه وابسته است. هدف از این مقاله بیان رویکردی جدید برای ارزیابی عملکرد ساختارهای شبکه‌ای با استفاده از مدل غیرشعاعی اندازه تعدیل یافته کراندار (BAM) می‌باشد. در این روش همه ناکارایی‌ها، که توسط متغیرهای کمکی به وجود می‌آیند مشخص می‌شوند و باعث بالا رفتن قدرت تمایز مدل می‌شود. علاوه بر این، این مقاله محصولات میانی را در ارزیابی کارایی کل و کارایی زیر بخش‌ها لحاظ می‌کند و در شش سناریو، با توسعه چندین مجموعه امکان تولید و با توجه به مفهوم کنترل، به تعیین مقدار لینک بهینه توسط بخش‌های یک شبکه می‌پردازد. از مزایای این روش می‌توان به تجزیه کارایی کل بر حسب کارایی زیربخش‌ها اشاره نمود. در انتها برای نشان دادن کاربرد روش ارایه‌شده، با یک مثال به تشریح و مقایسه‌ی نتایج سناریوهای مختلف پرداخته خواهد شد.

کلمات کلیدی: تحلیل پوششی داده‌ها، ساختارهای شبکه‌ای، مدل BAM، محصولات میانی.

۱ مقدمه

تحلیل پوششی داده‌ها بر اساس یک برنامه‌ریزی ریاضی می‌باشد که برای ارزیابی کارایی واحدهای تصمیم‌گیرنده استفاده می‌شود و برای اولین بار توسط چارنز، کوپر و رودز [۱] در سال ۱۹۷۸ معرفی و بیان شد. در مدل‌های سنتی تحلیل پوششی داده‌ها برای اندازه‌گیری کارایی واحدهای تصمیم‌گیرنده صرفاً از ورودی‌ها و خروجی‌های نهایی استفاده می‌کنند و عملیات داخلی آن را به صورت جعبه سیاه در نظر می‌گیرند. این مدل‌ها نمی‌توانند منشأ ناکارایی درون ساختارها را به دقت مشخص کنند؛ لذا برای رفع این مشکل مدل تحلیل پوششی شبکه‌ای

* عهده‌دار مکاتبات

آدرس الکترونیکی: maryam8khodadadi@yahoo.com و khodadadi_20@iau.ac.ir

(NDEA¹)، توسط محققان پیشنهاد شده است. اولین بار توسط کوپمن [۲] مدل شبکه معرفی شد. شفارد و فار [۳] مدل شبکه را بنیان‌گذاری کردند و برای اولین بار سیفورد و ژو [۴] مدل‌هایی ارائه دادند که کارایی سیستم‌های دو مرحله‌ای را به صورت مجزا محاسبه کرده، به‌طوری‌که کل سیستم می‌توانست کارا باشد ولی مرحله اول و دوم کارا نباشند و این یک ضعف برای این رویکرد بود. فار و گروسکوف [۵] مدل شبکه‌ای معرفی کردند که در آن هر واحد ترکیبی از دو زیر فرآیند بود و یک محصول میانی داشتند. تن و تستوی [۶] روش جمعی را در تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای بیان کردند و در زمینه اندازه‌گیری کارایی کلی سیستم‌های دو مرحله‌ای، کارهای زیادی در DEA شبکه انجام شده است، برای مثال: یوو [۷] شرط عدم همکاری را برای تخمین کارایی واحدهای دو مرحله‌ای بر اساس بازی رهبر-پیرو بیان کردند. علاوه بر این، لیو و همکاران [۸] از ویژگی‌های خاصی برای ایجاد مجموعه‌های امکان تولید برای بررسی مدل‌های تحلیل پوششی دو مرحله‌ای در حضور ورودی-خروجی‌های میانی بد استفاده کردند. به همین ترتیب، کائو [۹] یک مدل رابطه‌ای را برای به‌دست آوردن روابط کارایی کلی برای ساختارهای شبکه راه اندازی کرد. دسپوتیس و همکاران [۱۰] کارایی کلی سیستم‌های دو مرحله‌ای را با استفاده از مفهوم "پیوند ضعیف" تعریف کردند. دسپوتیس و همکاران [۱۱] همچنین یک روش کلی برای تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای برای ارزیابی ساختارهای شبکه سری چند مرحله‌ای ارائه دادند. سپس، لی و همکاران [۱۲] کار ارائه‌شده توسط دسپوتیس و همکاران را گسترش دادند. کوک و ژو [۱۳] روش جمعی را در تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای به‌کار گرفتند و در ادامه تحقیقات کائو [۱۴] به تجزیه و تحلیل کارایی در داده‌های شبکه مبتنی بر روش SBM پرداختند. کائو و هوانگ [۱۵] کارایی را در سیستم‌های دو مرحله‌ای شبکه اندازه‌گیری کردند. برخلاف چن و همکاران، کائو [۱۴] بررسی کرد که نقاط طرح‌ریزی مشتق‌شده از مدل‌های شبکه تحلیل پوششی داده‌ها ممکن است برای تخمین کارایی واحدهای دو مرحله‌ای کلی یکسان نباشد. ان و همکاران [۱۶] نیز یک مدل منصفانه مبتنی بر DEA برای ارزیابی کارایی واحدهای دو مرحله‌ای از دیدگاه کلی و فردی ارائه دادند. وو و همکاران [۱۷] یک مدل تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای کسری خطی برای استفاده مجدد از محصولات میانی بد بازیافت‌شده در حضور ورودی‌های مشترک ارائه دادند. گو و همکاران [۱۸] نشان دادند که مدل کسری خطی پیشنهادشده توسط وو و همکاران می‌تواند مستقیماً به یک مدل خطی تبدیل شود و نیازی به حل هیچ مدل خطی پارامتری نیست. خوینینی و اسلامی [۱۹] یک رویکرد مبتنی بر تحلیل پوششی شبکه‌ای را برای یافتن ناحیه پایداری کارایی ساختارهای شبکه سری دو مرحله‌ای پیشنهاد کردند. علاوه بر این خوینینی و اسلامی [۲۰] یک معیار افزایش کارایی جدید برای ارزیابی عملکرد سیستم‌های شبکه سری دو مرحله‌ای کلی ارائه کردند. ایزدخواه و همکاران [۲۱] نیز یک مدل مشارکتی برای تخمین کارایی کلی واحدهای دو مرحله‌ای در حضور ورودی‌های مشترک با استفاده از کران‌های بالا و پایین ارائه کردند. توسلی و همکاران [۲۲] یک مدل تحلیل پوششی داده‌های مبتنی بر روش جمعی معرفی کردند. چن و زو [۲۳] همچنین یک مدل جمعی افزایشی برای اندازه‌گیری کارایی کلی سیستم‌های شبکه سری

¹ Network Data Envelopment Analysis

دو مرحله‌ای عمومی با در نظر گرفتن ساختارهای داخلی آن‌ها ارایه کردند. جیانگ فنگ [۲۴] همچنین یک مدل تحلیل پوششی داده‌ها برای غلبه بر مشکل تخصیص محصولات میانی واحدهای دو مرحله‌ای با ورودی‌های مشترک ارایه کرد. سپس نعمتی و همکاران [۲۵] یک مدل مبتنی بر DEA را با گسترش مدل و در نظر گرفتن تاثیر جزیی بین ورودی‌ها و خروجی‌ها برای اندازه‌گیری کارایی کلی واحدهای دو مرحله‌ای با ورودی‌های مشترک و محصولات میانی معرفی کردند. اسفیدانی و همکاران [۲۶] نیز برای ارزیابی کارایی سیستم‌های دو مرحله‌ای با ورودی و خروجی‌های مشترک دیدگاه مدیریتی را به کار گرفتند. گلشنی و همکاران [۲۷] به محاسبه ابرکارایی سیستم‌های دو مرحله با رویکردی مبتنی بر متغیرهای کمکی پرداخت. کریمی و همکاران [۲۸] با افزودن متغیرهایی به منظور شناسایی داده‌های واسطه‌ای یک مدل برپایه مدل راسل پیشنهاد دادند. صداقت و غلامیان [۲۹] نیز با استفاده از تحلیل پوششی داده‌ها و مدل های NDEA و با توجه به رویکرد های مختلف درباره به کارگیری محصولات میانی، به معیارسازی برای زنجیره تامین سه مرحله‌ای پرداختند. شمسی و همکاران [۳۰] نیز در تحقیقی به ارزیابی عملکرد، در راستای بهبود اثربخشی و کارایی زنجیره تامین ۱۶ شرکت برق در ایران پرداختند.

برخلاف رویکرد سنتی در DEA کارایی ساختارهای شبکه به کارایی بخش‌های درون شبکه وابسته است و از طرف دیگر به علت ارتباط‌های مختلف بین بخش‌ها از طریق لینک کارایی هر بخش بر مقدار کارایی بخش‌های دیگر و به تبع آن کارایی شبکه تاثیر می‌گذارد. بنابراین لینک به عنوان یکی از مهم ترین عوامل تاثیرگذار بر مقدار کارایی کل شبکه محسوب می‌شود. هدف این مقاله توسعه رویکرد ارزیابی عملکرد ساختارهای شبکه‌ای است که در آن بخش‌های شبکه می‌توانند در ارسال و یا دریافت مقادیر واسطه‌ای (لینک) کنترل نسبی یا کامل داشته باشند. در این راستا حسن زاده و همکاران [۳۱] به اندازه‌گیری کارایی ساختارهای شبکه در شرایط کنترل لینک پرداختند که مبتنی بر روش SBM می‌باشد و شش سناریو را که به کنترل لینک بین بخش‌های مرتبط در یک شبکه بود را بیان کردند. در این مقاله از دیدگاه جدیدی در خصوص ارزیابی کارایی ساختارهای شبکه در شرایط کنترل لینک با شش سناریو پرداخته می‌شود و به اندازه‌گیری کارایی با مدل غیرشعاعی اندازه تعدیل‌یافته کراندار (BAM) پرداخته شده است که تاکنون در این زمینه کارهایی صورت نگرفته است و دارای مزایای زیادی نسبت به سایر روش‌ها می‌باشد. از مزایای هر شش سناریو استفاده شده در این مقاله به کاربردن محصولات میانی در نقش‌های مختلف در ارزیابی کارایی کل و زیر بخش‌های شبکه زنجیره تامین می‌باشد. به علاوه در این شش سناریو مقدار بهینه لینک‌ها نیز تعیین می‌گردد. همچنین با روش ارائه شده کارایی کل بر حسب کارایی زیر بخش‌ها در هر شش سناریو تجزیه می‌گردد که به مدیران کمک می‌کند منشا ناکارایی را درست تشخیص داده و نسبت به بر طرف کردن آن اقدام نماید.

ساختار این مقاله به گونه‌ای سازمان‌دهی شده است که در بخش ۲ مروری بر مدل BAM شده است و در بخش ۳، مدل NBAM با توجه به مفاهیم کنترل لینک بررسی می‌شود و در بخش ۴ یک مثال عددی برای مدل پیشنهادی ارایه شده که به بررسی نتایج هر یک از مدل‌ها و اعتبار آنها پرداخته و در بخش ۵ نتیجه‌گیری خواهیم داشت.

۲ مدل BAM

مدل BAM در سال ۲۰۱۱ توسط کوپروهمکاران [۳۲] ارائه شد که این مدل را اندازه تعدیل یافته کراندار نیز می‌نامند که در آن همه ناکارایی‌هایی که توسط متغیرهای کمکی به وجود می‌آیند مشخص می‌شوند و باعث بالا رفتن قدرت تمایز مدل می‌شود. اندازه ناکارایی DMU_0 توسط مدل BAM با مدل زیر مشخص می‌شود.

$$\begin{aligned} \tau_{BAM} &= \max \sum_{i=1}^m B_i^x s_i^- + \sum_{r=1}^s B_r^s s_r^+ \\ \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} + s_i^- &= x_{io} \quad i = 1, \dots, m \\ \sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj} - s_r^+ &= y_{ro} \quad r = 1, \dots, s \\ \sum_{j=1}^n \lambda_j &= 1, \\ \lambda_j &\geq 0, j = 1, \dots, n, \\ s_i^- &\geq 0, s_r^+ \geq 0 \quad (i = 1, \dots, m), (r = 1, \dots, s). \end{aligned} \quad (1)$$

که در این مدل

$$B_i^x = \frac{1}{(m+s)(x_{io} - \underline{x}_i)} \quad (i = 1, \dots, m) \quad (2)$$

$$B_r^y = \frac{1}{(m+s)(\bar{y}_r - y_{ro})} \quad (r = 1, \dots, s) \quad (3)$$

$$L_{io}^k = x_{io}^k - \underline{x}_i^k, U_{ro}^k = \bar{y}_r^k - y_{ro}^k \quad (4)$$

$$\underline{x}_i^k = \min \{x_{ij}^k, j = 1, \dots, n\}, \bar{y}_r^k = \max \{y_{rj}^k, j = 1, \dots, n\} \quad (5)$$

در مدل (۱)، اندیس $j = 1, \dots, n$ اندیس‌های مربوط به مجموعه واحدهای تصمیم‌گیرنده، ورودی i ام استفاده شده توسط DMU_j ، خروجی r ام تولید شده توسط DMU_j ، x_{io} ورودی i ام استفاده شده توسط واحد تحت ارزیابی DMU_0 ، y_{ro} خروجی r ام تولید شده توسط واحد تحت ارزیابی DMU_0 می‌باشد. محدود اول مربوط به محدودیت ورودی‌ها، محدودیت دوم مربوط به محدودیت خروجی‌ها می‌باشد و s_i^- متغیر کمکی مربوط به محدودیت ورودی و s_r^+ متغیر کمکی مربوط به محدودیت خروجی می‌باشد.

مدل BAM به معنی اندازه با کران‌های تنظیم شده است و در آن حدپایین تغییرات ورودی و حد بالای تغییرات خروجی واحد تحت ارزیابی مطابق رابطه زیر می‌باشد:

$$L_{io} = x_{io} - \min \{x_{ij}\} \quad i = 1, \dots, m \quad (5)$$

$$U_{ro} = \max \{y_{rj}\} - y_{ro} \quad r = 1, \dots, s$$

این رابطه نشان دهنده میزان محدوده مجاز برای تغییر ورودی‌ها و خروجی‌ها می‌باشد.

۳ مدل‌های کارایی در سناریو ها (مدل پیشنهادی)

در این بخش با توجه به مفهوم لینک، شش سناریو می‌توان در نظر گرفت. در ادامه مجموعه امکان تولید و ارزیابی کارایی برای هر سناریو با استفاده از مدل BAM مورد بررسی قرار می‌گیرد. علایم (متغیرهای) استفاده شده در مدل‌های ارائه شده در بخش سوم به صورت زیر می‌باشد:

$$\begin{aligned}
 & x_{ij}^k: \text{ورودی } i \text{ ام به } DMU_j \text{ در بخش } k \text{ ام} \\
 & y_{rj}^k: \text{خروجی } r \text{ ام به } DMU_j \text{ در بخش } k \text{ ام} \\
 & z_{lj}^{(k,h)}: \text{محصولات واسطه ای } i \text{ ام به } DMU_j \text{ از بخش } k \text{ به بخش } h \\
 & s_i^{k-}: \text{کاهش (متغیر مازاد) ورودی در بخش } k \\
 & s_r^{k+}: \text{افزایش (متغیر کمبود) خروجی در بخش } k \\
 & s_{lz}^{k+}: \text{افزایش (متغیر کمبود) لینک (محصولات واسطه) در بخش } k \\
 & s_{lz}^{k-}: \text{کاهش (متغیر مازاد) لینک (محصولات واسطه) در بخش } k \\
 & \lambda_j^k: \text{محور ضرایب } DMU_j \text{ در بخش } k \\
 & \lambda_j^h: \text{محور ضرایب } DMU_j \text{ در بخش } h \\
 & x_{io}^k: \text{ورودی } i \text{ ام به } DMU_o \text{ در بخش } k \text{ ام} \\
 & y_{ro}^k: \text{خروجی } r \text{ ام به } DMU_o \text{ در بخش } k \text{ ام} \\
 & z_{lo}^{(k,h)}: \text{محصولات واسطه ای } i \text{ ام به } DMU_o \text{ از بخش } k \text{ به بخش } h \\
 & s_{lz}^{h-}: \text{کاهش (متغیر مازاد) لینک (محصولات واسطه) در بخش } h \\
 & s_{lz}^{h+}: \text{افزایش (متغیر کمبود) لینک (محصولات واسطه) در بخش } h \\
 & m^k: \text{تعداد ورودی در بخش } k \\
 & r^k: \text{تعداد خروجی در بخش } k \\
 & f^{(k,h)}: \text{تعداد محصولات واسطه ایی از بخش } k \text{ به بخش } h \\
 & w^k: \text{وزن نسبی بخش } k \text{ که توسط تصمیم گیرنده تعیین می شود، به طوریکه } \sum_{k=1}^k w^k = 1.
 \end{aligned}$$

۳-۱ سناریو ۱: کنترل لینک توسط بخش قبلی

در این سناریو مقدار لینک توسط بخش قبلی تعیین می‌شود و بخش بعدی هیچ نقشی در تعیین مقدار لینک ندارد. بنابراین لینک نقش خروجی تحت کنترل بخش قبلی را بازی می‌کند. (فرض پیوستگی بین ارسال و دریافت مقدار لینک برقرار می‌باشد) در این سناریو مجموعه امکان تولید و کارایی شبکه و بخش ها به صورت زیر می‌باشد. مجموعه امکان تولید:

(۶)

$$pps^1 = \{(x^k, y^k, z^{(k,h)}) \mid \sum_{j=1}^n \lambda_j^k x_j^k \leq x^k, \sum_{j=1}^n \lambda_j^k y_j^k \geq y^k, \sum_{j=1}^n z_j^{(k,h)} \lambda_j^k = \sum_{j=1}^n z_j^{(k,h)} \lambda_j^h \geq z^{(k,h)},$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j^k = 1, \lambda_j^k \geq 0, \forall k\}$$

مدل کارایی:

$$\max \sum_{k=1}^K w_k (\sum_{i=1}^{m^k} B_i^x s_i^{k-} + \sum_{r=1}^{r^k} B_r^y s_r^{k+} + \sum_{l=1}^{\tau^{(k,h)}} B_l^z s_l^{k++})$$

s.t.

$$\sum_{j=1}^n x_{ij}^k \lambda_j^k = x_{io}^k - s_i^{k-}, i = 1, \dots, m^k, k = 1, \dots, K \quad (7)$$

$$\sum_{j=1}^n y_{rj}^k \lambda_j^k = y_{ro}^k + s_r^{k+}, r = 1, \dots, r^k, k = 1, \dots, K$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j^k z_{lj}^{(k,h)} = \sum_{j=1}^n \lambda_j^h z_{lj}^{(k,h)} = z_{lo}^{(k,h)} + s_l^{k++}, l = 1, \dots, \tau^{(k,h)}, k = 1, \dots, K$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j^k = 1, \lambda_j^k \geq 0, \forall i, j, l, k,$$

$$(i = 1, \dots, m^k), (r = 1, \dots, s)(l = 1, \dots, L).$$

که در این مدل:

$$B_i^x = \frac{1}{(m^k + r^k + \tau^{(k,h)}) L_{io}^k}, i = 1, 2, \dots, m^k, k = 1, \dots, K$$

$$B_r^y = \frac{1}{(m^k + r^k + \tau^{(k,h)}) U_{ro}^k}, r = 1, 2, \dots, r^k, k = 1, \dots, K \quad (8)$$

$$B_l^z = \frac{1}{(m^k + r^k + \tau^{(k,h)}) \bar{U}_{ro}^k}, l = 1, 2, \dots, \tau^{(k,h)}, k = 1, \dots, K$$

$$L_{io}^k = x_{io}^k - \bar{x}_i^k, U_{ro}^k = \bar{y}_r^k - y_{ro}^k, \bar{U}_{lo}^k = \bar{z}_l^k - z_{lo}^k \quad (9)$$

$$\bar{x}_i^k = \min \{x_{ij}^k, j = 1, \dots, n\},$$

$$\bar{y}_r^k = \max \{y_{rj}^k, j = 1, \dots, n\}, \quad (10)$$

$$\bar{z}_l^k = \max \{z_{lj}^k, j = 1, 2, \dots, n\}$$

می‌باشد. محدودیت اول در مدل (۷) محدودیت ورودی، محدودیت دوم مربوط به محدودیت خروجی‌ها و محدودیت سوم محدودیت محصولات واسطه‌ای (نقش خروجی) را نشان می‌دهد. در مدل (۷) تولیدکننده (مرحله قبل) براساس تقاضای واقعی دریافتی با استفاده از مکانیسم‌های جریان سریع اطلاعات درمورد سطح مناسب موجودی هر کدام از محصولات خرده‌فروش (مرحله بعد) در یک زنجیره تامین دومرحله‌ای (خرده‌فروش و تولیدکننده)، تصمیم‌گیری می‌کند [۳۱].

کارایی کل هر واحد تصمیم گیرنده از رابطه (۱۱) به دست می آید که * نشان دهنده متغیرهای کمکی بهینه می باشد.

$$T_{BAM} = 1 - \sum_{k=1}^k w_k [\sum_{i=1}^{m^k} B_i^{kx} s_i^{-*} + \sum_{r=1}^{r^k} B_r^{ky} s_r^{+*} + \sum_{l=1}^{r^{(k,h)}} B_l^{kz} s_l^{+*}] \quad (11)$$

که در آن w_k ها وزن های مثبتی هستند که توسط مدیر تعیین می گردد و مجموع آن ها یک می باشد.

$$\sum_{k=1}^k w_k = 1 \quad (12)$$

و کارایی هر کدام از زیر بخش ها از رابطه زیر به دست می آید.

$$T_{BAM} = 1 - [\sum_{i=1}^{m^k} B_i^{kx} s_i^{-*} + \sum_{r=1}^{r^k} B_r^{ky} s_r^{+*} + \sum_{l=1}^{r^{(k,h)}} B_l^{kz} s_l^{+*}] \quad (13)$$

ملاحظه می شود که کارایی کل برابر با مجموع وزن دار شده کارایی زیر بخش ها می باشد.

اگر برای واحد تصمیم گیرنده DMU_o داشته باشیم $\underline{x} = x_{io}$ در این صورت بهبودی برای ورودی i ام امکان ندارد ولذا $s_i^{-*} = 0$ و در این صورت طبق قرار داد در نظر می گیریم که $B_i^{kx} s_i^{-*} = 0$. به طور مشابه اگر برای خروجی و محصولات میانی داشته باشیم $\bar{y}_r = y_{ro}$ و $\bar{z}_l = z_{lo}$ قرار می دهیم $B_r^{ky} s_r^{+*} = 0$, $B_l^{kz} s_l^{+*} = 0$.

قضیه ۱: مدل (۷) همواره شدنی است:

اثبات: به راحتی می توان دید که بردار $(s^{k-}, s^{k+}, s^{k++}, \lambda) = (0, \dots, 0, e_o)$ که در آن $e_o = (0, \dots, 1, \dots, 0)^t$ و e_o و ۱ در مکان ۰ می باشد. یک جواب شدنی برای مدل (۷) می باشد.

قضیه ۲: در هر جواب شدنی مدل (۷)، همواره $0 \leq T_{BAM} \leq 1$ است.

اثبات: به ازای هر جواب شدنی در مدل (۷) و طبق قید تحدب می دانیم که

$$\min \{x_{ij}^k | j = 1, \dots, n\} \leq \sum_{j=1}^n \lambda_j^k x_{ij}^k, \quad \sum_{j=1}^n \lambda_j^k y_{rj}^k \leq \max \{y_{rj}^k | j = 1, \dots, n\} \quad (14)$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j^k z_{lj}^k \leq \max \{z_{lj}^{(k,h)} | j = 1, \dots, n\}$$

داریم:

$$s_i^{k-} = x_{io}^k - \sum_{j=1}^n \lambda_j^k x_{ij}^k, \quad s_r^{k+} = \sum_{j=1}^n \lambda_j^k y_{rj}^k - y_{ro}^k, \quad s_l^{k++} = \sum_{j=1}^n \lambda_j^k z_{lj}^{(k,h)} - z_{lo}^{(k,h)}, \quad (15)$$

و همچنین با فرض روابط زیر که نشان دهنده میزان محدوده مجاز برای تغییر ورودی ها و خروجی ها می باشد

$$L_{io}^k = x_{io}^k - \underline{x}_i^k, \quad U_{ro}^k = \bar{y}_r^k - y_{ro}^k, \quad \bar{U}_{lo}^k = \bar{z}_l^k - z_{lo}^k \quad (16)$$

روابط زیر نتیجه می شود که:

$$\begin{aligned} s_i^{k-} &\leq L_{io}^k \\ s_r^{k+} &\leq U_{ro}^k \\ s_l^{k++} &\leq \bar{U}_{lo}^k \end{aligned} \quad (17)$$

و لذا داریم:

$$\sum_{i=1}^m \frac{S_i^{k+}}{L_{io}^k} \leq m^k, \quad \sum_{r=1}^m \frac{S_r^{k+}}{U_{ro}^k} \leq r^k, \quad \sum_{l=1}^m \frac{S_{lz}^{k++}}{\bar{U}_{lo}^k} \leq \tau^{(k,h)} \quad (18)$$

$$\frac{1}{L_{io}^k} = B_i^x, \quad \frac{1}{U_{ro}^k} = B_r^y, \quad \frac{1}{\bar{U}_{lo}^k} = B_l^z$$

$$\leq \frac{1}{m^k + r^k + \tau^{(k,h)}} \left(\sum_{i=1}^m B_i^x \cdot S_i^{-*} + \sum_{r=1}^m B_r^y \cdot S_r^{+*} + \sum_{l=1}^{\tau^{(k,h)}} B_l^z \cdot S_l^{+*} \right) \leq 1 \quad (19)$$

۲-۳ سناریوی ۲: کنترل لینک توسط مرحله بعدی

در این سناریو مقدار لینک توسط بخش بعدی تعیین می‌شود و بخش قبلی هیچ نقشی در تعیین مقدار لینک ندارد. بنابراین لینک نقش واحد ورودی را تحت کنترل بخش بعدی بازی می‌کند. مجموعه امکان تولید و مقدار کارایی از رابطه‌های زیر حاصل می‌شود.

$$pps^y = \{(x^k, y^h, z^{(k,h)}) \mid \sum_{j=1}^n \lambda_j^k x_{ij} \leq x^k, \sum_{j=1}^n \lambda_j^h y_{rj} \geq y^k, \\ \sum_{j=1}^n \lambda_j^{(k,h)} z_{lj} = \sum_{j=1}^n \lambda_j^{(k,h)} z_{lj} \leq z^{(k,h)}, \sum_{j=1}^n \lambda_j^k = 1, \lambda_j^k \geq 0, \forall j, l, k\}$$

مدل کارایی:

$$\max \sum_{k=1}^K w_k \left(\sum_{i=1}^m B_i^x S_i^{-k} + \sum_{r=1}^m B_r^y S_r^{+k} + \sum_{l=1}^{\tau^{(k,h)}} B_l^z S_l^{-k} \right)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ij}^k \cdot \lambda_j^k = x_{io}^k - S_i^{k-}, \quad i = 1, \dots, m^k$$

$$\sum_{j=1}^n y_{rj}^k \cdot \lambda_j^k = y_{ro}^k + S_r^{k+}, \quad r = 1, \dots, r^k \quad (21)$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j^k \cdot z_{lj}^{(k,h)} = \sum_{j=1}^n \lambda_j^h \cdot z_{lj}^{(k,h)} = z_{lo}^{(k,h)} - S_{lz}^{k-}, \quad l = 1, \dots, \tau^{(k,h)}$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j^k = 1, \lambda_j^k \geq 0, \forall i, j, l, k.$$

که

$$B_i^x = \frac{1}{(m^k + r^k + \tau^{(k,h)}) L_{io}^k}, \quad i = 1, 2, \dots, m^k, \quad k = 1, \dots, K$$

$$B_r^y = \frac{1}{(m^k + r^k + \tau^{(k,h)}) U_{ro}^k}, \quad r = 1, 2, \dots, r^k, \quad k = 1, \dots, K \quad (22)$$

$$B_l^z = \frac{1}{(m^k + r^k + \tau^{(k,h)}) \bar{L}_{lo}^k}, \quad l = 1, 2, \dots, \tau^{(k,h)}, \quad k = 1, \dots, K$$

می‌باشد.

$$L_{io}^k = x_{io}^k - \underline{x}_i^k, \quad U_{ro}^k = \bar{y}_r^k - y_{ro}^k, \quad \bar{L}_{lo}^k = z_{lo}^k - \underline{z}_l^k \quad (23)$$

$$\underline{x}_i^k = \min\{x_{ij}^k, j=1, \dots, n\}, \quad \bar{y}_r^k = \max\{y_{rj}^k, j=1, \dots, n\}, \quad \underline{z}_l^k = \min\{z_{lj}^k, j=1, 2, \dots, n\} \quad (24)$$

می‌باشد. در مدل (۲۱)، محدودیت اول محدودیت ورودی‌ها، محدودیت دوم محدودیت خروجی‌ها و محدودیت سوم مربوط به محدودیت محصولات واسطه‌ای (نقش ورودی) می‌باشد. در مدل (۲۱) در سناریوی ۲، مدیریت زنجیره تامین در حالتی است که تولیدکننده با استفاده از سفارشات دریافتی از انبار خرده‌فروش و در دسترس بودن (مبتنی بر کشش) یا عدم دسترسی (مبتنی بر فشار) اطلاعات تقاضای واقعی، اقدام به تولید می‌کند و به خرده‌فروش می‌فروشد [۳۱].

کارایی کل از رابطه زیر به دست می‌آید.

$$T_{BAM} = 1 - \sum_{k=1}^K w_k \left[\sum_{i=1}^{m^k} B_i^x \cdot s_i^- + \sum_{r=1}^{r^k} B_r^y \cdot s_r^+ + \sum_{l=1}^{\tau^{(k,h)}} B_l^z \cdot s_l^+ \right] \quad (25)$$

کارایی زیر بخش‌ها از رابطه زیر به دست می‌آید.

$$T_{BAM} = 1 - \left[\sum_{i=1}^{m^k} B_i^x \cdot s_i^- + \sum_{r=1}^{r^k} B_r^y \cdot s_r^+ + \sum_{l=1}^{\tau^{(k,h)}} B_l^z \cdot s_l^+ \right] \quad (26)$$

که کارایی کل برابر با مجموع وزن دار شده کارایی زیر بخش‌ها می‌باشد.

قضیه ۳: برای هر جواب شدنی در مدل (۲۱) همواره داریم:

$$0 \leq T_{BAM} \leq 1 \quad (27)$$

اثبات: مشابه قضیه دو می‌باشد.

۳-۳ سناریوی ۳: کنترل لینک توسط هر دو مرحله (رویکرد غیرهمکارانه)

در این سناریو مقدار لینک همزمان توسط هر دو بخش قبلی و بعدی به صورت مستقل تعیین می‌شود. به این صورت که لینک نقش دوگانه‌ای خارجی تحت کنترل بخش‌های قبلی و ورودی تحت کنترل بخش بعدی را بازی می‌کند. مجموعه امکان تولید و مدل کارایی از رابطه زیر حاصل می‌شود. مجموعه امکان تولید:

$$pps^r = \{(x^k, y^h, z^{(k,h)}) \mid \sum_{j=1}^n \lambda_j^k x_{ij} \leq x^k, \sum_{j=1}^n \lambda_j^h y_{rj} \geq y^k, z^{(k,h)} \leq \sum_{j=1}^n \lambda_j^k z_{lj}^{(k,h)}, z^{(k,h)} \geq \sum_{j=1}^n \lambda_j^h z_{lj}^{(k,h)}, \quad (28)$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j^k = 1, \lambda_j^k \geq 0, \forall j, l, k\}$$

مدل کارایی:

$$\begin{aligned}
 & \max \sum_{k=1}^K w_k \left(\sum_{i=1}^{m^k} B_{i \ x}^k s_i^{k-} + \sum_{r=1}^{r^k} B_{r \ y}^k s_r^{k+} + \sum_{l=1}^{\tau^{(k,h)}} B_{l \ z}^k s_{l z}^{k+} + \sum_{l=1}^{\tau^{(k,h)}} B_{l \ z}^h s_{l z}^{h-} \right) \\
 & \sum_{j=1}^n x_{ij}^k \cdot \lambda_j^k = x_{io}^k - s_i^{k-}, i = 1, \dots, m^k \\
 & \sum_{j=1}^n y_{rj}^k \cdot \lambda_j^k = y_{ro}^k + s_r^{k+}, r = 1, \dots, r^k \\
 & \sum_{j=1}^n \lambda_j^k \cdot z_{lj}^{(k,h)} = z_{lo}^{(k,h)} + s_{l z}^{k+}, l = 1, \dots, \tau^{(k,h)} \\
 & \sum_{j=1}^n \lambda_j^h \cdot z_{lj}^{(k,h)} = z_{lo}^{(k,h)} - s_{l z}^{h-}, l = 1, \dots, \tau^{(k,h)} \\
 & \sum_{j=1}^n \lambda_j^k = 1, \lambda_j^k \geq 0, \forall i, j, l, k.
 \end{aligned} \tag{29}$$

که

$$\begin{aligned}
 B_{i \ x}^k &= \frac{1}{(m^k + r^k + \tau^{(k,h)}) L_{io}^k}, \quad i = 1, 2, \dots, m^k, k = 1, \dots, K \\
 B_{r \ y}^k &= \frac{1}{(m^k + r^k + \tau^{(k,h)}) U_{ro}^k}, \quad r = 1, 2, \dots, r^k, k = 1, \dots, K \\
 B_{l \ z}^k &= \frac{1}{(m^k + r^k + \tau^{(k,h)}) \bar{U}_{lo}^k}, \quad l = 1, 2, \dots, \tau^{(k,h)}, k = 1, \dots, K \\
 B_{l \ z}^h &= \frac{1}{(m^k + r^k + \tau^{(k,h)}) \bar{L}_{lo}^h}, \quad l = 1, 2, \dots, \tau^{(k,h)}, h = 1, \dots, K
 \end{aligned} \tag{30}$$

می باشد.

$$L_{io}^k = x_{io}^k - \underline{x}_i^k, U_{ro}^k = \bar{y}_r^k - y_{ro}^k, \bar{U}_{lo}^k = \bar{z}_l^k - z_{lo}^k, \bar{L}_{lo}^h = z_{lo}^h - \underline{z}_l^h, \tag{31}$$

$$\begin{aligned}
 \underline{x}_i^k &= \min \{x_{ij}^k, j = 1, \dots, n\}, \\
 \bar{y}_r^k &= \max \{y_{rj}^k, j = 1, \dots, n\}, \\
 \underline{z}_l^k &= \min \{z_{lj}^k, j = 1, \dots, n\}, \\
 \bar{z}_l^h &= \max \{z_{lj}^h, j = 1, \dots, n\}
 \end{aligned} \tag{32}$$

می باشد. در مدل (۲۹)، محدودیت اول محدودیت ورودی‌ها، محدودیت دوم محدودیت خروجی‌ها و دو محدودیت سه و چهار مربوط به محدودیت محصولات واسطه‌ای می باشد. هدف از بیان مدل (۲۹) سناریوی ۳، مدیریت زنجیره تامین دو بخشی است درحالی‌که تضاد منافع بین اهداف مراحل مختلف (به عنوان مثال، تضاد در هزینه‌های بازاریابی (تبلیغات)، قیمت گذاری و موجودی) در سیستم‌های زنجیره‌ای واقعی وجود داشته باشد [۳۱]. کارایی کلی در سناریو سه از رابطه زیر به دست می آید:

$$T_{BAM} = 1 - \sum_{k=1}^K w_k \left[\sum_{i=1}^{m^k} B_{i \ x}^k s_i^{k-} + \sum_{r=1}^{r^k} B_{r \ y}^k s_r^{k+} + \sum_{l=1}^{\tau^{(k,h)}} B_{l \ z}^k s_{l z}^{k+} + \sum_{l=1}^{\tau^{(k,h)}} B_{l \ z}^h s_{l z}^{h-} \right] \tag{33}$$

کارایی بخش‌ها از رابطه زیر به دست می‌آید.

$$T_{BAM} = 1 - \left[\sum_{i=1}^{m^k} B_i^k x_i^- + \sum_{r=1}^{r^k} B_r^k y_r^+ + \sum_{l=1}^{\tau^{(k,h)}} B_l^k z_{lz}^+ + \sum_{l=1}^{\tau^{(k,h)}} B_l^h z_{lz}^- \right] \quad (34)$$

که کارایی کل برابر با مجموع وزن دار شده کارایی زیر بخش‌ها می‌باشد.

قضیه ۴: برای هر جواب شدنی مدل (۲۹) همواره داریم: $0 \leq T_{BAM} \leq 1$.

اثبات: مشابه قضیه دو می‌باشد.

۳-۴ سناریوی ۴: کنترل مقدار لینک توسط هر دو مرحله (رویکرد همکارانه):

در این سناریو نیز همانند سناریو ۳ مقدار لینک همزمان توسط هر دو مرحله بخش قبلی و بعدی به صورت مستقل تعیین می‌شود. مجموعه امکان تولید و کارایی از رابطه‌های زیر حاصل می‌شود.

$$pps^* = \{(x^k, y^h, z^{(k,h)}) \mid \sum_{j=1}^n \lambda_j^k x_{ij} \leq x_i^k, \sum_{j=1}^n \lambda_j^h y_{rj} \geq y_r^k, \quad (35)$$

$$z^{(k,h)} + s_{lz}^{k+} - s_{lz}^{k-} = \sum_{j=1}^n \lambda_j^k z_{lj}^{(k,h)} = \sum_{j=1}^n \lambda_j^h z_{lj}^{(k,h)}, \sum_{j=1}^n \lambda_j^k = 1, \lambda_j^k \geq 0, \forall j, l, k\}$$

مدل کارایی:

$$\begin{aligned} & \max \sum_{k=1}^k w_k \left(\sum_{i=1}^{m^k} B_i^k x_i^{k-} + \sum_{r=1}^{r^k} B_r^k y_r^{k+} + \sum_{l=1}^{\tau^{(k,h)}} B_l^k z_{lz}^{k+} + \sum_{l=1}^{\tau^{(k,h)}} B_l^h z_{lz}^{k-} \right) \\ & \sum_{j=1}^n x_{ij}^k \lambda_j^k = x_{io}^k - s_i^{k-} \quad i = 1, \dots, m^k, \\ & \sum_{j=1}^n y_{rj}^k \lambda_j^k = y_{ro}^k + s_r^{k+} \quad r = 1, \dots, r^k, \\ & \sum_{j=1}^n \lambda_j^h z_{lj}^{(k,h)} = \sum_{j=1}^n \lambda_j^k z_{lj}^{(k,h)} = z_{lo}^{(k,h)} + s_{lz}^{k+} - s_{lz}^{k-} \quad l = 1, \dots, \tau^{(k,h)}, \\ & s_{lz}^{k-} \leq M(1 - \xi_{lz}), \\ & s_{lz}^{k+} \leq M\xi_{lz} \\ & \sum_{j=1}^n \lambda_j^k = 1, \lambda_j^k \geq 0, \forall i, j, l, k. \end{aligned} \quad (36)$$

که در آن $\xi_{lz}^{(k,h)}$ متغیرهای باینری هستند و M یک عدد مثبت بزرگ است. در مدل (۳۶)، محدودیت اول محدودیت ورودی‌ها، محدودیت دوم محدودیت خروجی‌ها و محدودیت سوم مربوط به محدودیت محصولات میانی می‌باشد. محدودیت‌های چهارم و پنجم به این علت به مدل اضافه شده‌اند که مقدار لینک در این سناریو می‌تواند از مقدار فعلی خود کاهش یا افزایش یابد. هدف در این سناریو این است که، مقدار لینک به صورت مشارکتی یا چانه‌زنی توسط هر دو مرحله قبل و بعد تعیین شود. بنابراین، لینک به طور همزمان نقش دوگانه ورودی و خروجی را تحت کنترل مراحل قبل و بعد ایفا می‌کند و ممکن است که مقدار لینک در این هماهنگی کوچکتر یا بزرگتر از مقدار فعلی باشد. بر اساس این مفهوم، تعامل و ارتباط نزدیکی بین دو مرحله

در هر زنجیره تامین وجود دارد. تعیین اندازه دسته، مقدار سفارش اقتصادی، قیمت پیشنهادی و قیمت توافق شده نهایی برای دستیابی به این تعامل مورد مذاکره قرار گرفتند. در مدل (۳۶)،

$$\begin{aligned} B_i^{k,x} &= \frac{1}{(m^k + r^k + \tau^{(k,h)})L_{io}^k}, \quad i = 1, 2, \dots, m^k, \quad k = 1, \dots, K \\ B_r^{k,y} &= \frac{1}{(m^k + r^k + \tau^{(k,h)})U_{ro}^k}, \quad r = 1, 2, \dots, r^k, \quad k = 1, \dots, K \\ B_l^{k,z} &= \frac{1}{(m^k + r^k + \tau^{(k,h)})\bar{U}_{lo}^k}, \quad l = 1, 2, \dots, \tau^{(k,h)}, \quad k = 1, \dots, K \\ B_l^{k,z} &= \frac{1}{(m^k + r^k + \tau^{(k,h)})\bar{L}_{lo}^k}, \quad l = 1, 2, \dots, \tau^{(k,h)}, \quad k = 1, \dots, K \end{aligned} \quad (37)$$

و

$$L_{io}^k = x_{io}^k - \underline{x}_i^k, \quad U_{ro}^k = \bar{y}_r^k - y_{ro}^k, \quad \bar{U}_{lo}^k = \bar{z}_l^k - z_{lo}^k, \quad \bar{L}_{lo}^k = z_{lo}^k - \underline{z}_l^k \quad (38)$$

$$\begin{aligned} \underline{x}_i^k &= \min\{x_{ij}^k, j = 1, \dots, n\}, \quad \bar{y}_r^k = \max\{y_{rj}^k, j = 1, \dots, n\}, \\ \underline{z}_l^k &= \min\{z_{lj}^k, j = 1, 2, \dots, n\}, \\ \bar{z}_l^k &= \max\{z_{lj}^k, j = 1, 2, \dots, n\} \end{aligned} \quad (39)$$

می‌باشد.

در این سناریو کارایی کلی از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$T_{BAM} = 1 - \sum_{k=1}^K w_k \left[\sum_{i=1}^{m^k} B_i^{k,x} s_i^- + \sum_{r=1}^{r^k} B_r^{k,y} s_r^+ + \sum_{l=1}^{\tau^{(k,h)}} B_l^{k,z} s_l^+ + \sum_{l=1}^{\tau^{(k,h)}} B_l^{k,z} s_l^- \right] \quad (40)$$

و کارایی بخش‌ها از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$T_{BAM} = 1 - \left[\sum_{i=1}^{m^k} B_i^{k,x} s_i^- + \sum_{r=1}^{r^k} B_r^{k,y} s_r^+ + \sum_{l=1}^{\tau^{(k,h)}} B_l^{k,z} s_l^- + \sum_{l=1}^{\tau^{(k,h)}} B_l^{k,z} s_l^+ \right] \quad (41)$$

که کارایی کل برابر با مجموع وزن دار شده کارایی زیر بخش‌ها می‌باشد.

قضیه ۵: برای هر جواب شدنی مدل (۳۶)، همواره داریم:

$$0 \leq T_{BAM} \leq 1$$

اثبات: مشابه قضیه دو می‌باشد.

۳-۵ سناریوی ۵: کنترل لینک توسط هیچ کدام از مراحل (روش همکارانه)

مقدار لینک نه توسط مرحله قبل و نه توسط مرحله بعد تعیین می‌شود و در این سناریو به عنوان یک مقدار ثابت در نظر گرفته می‌شود و در این سناریو به عنوان یک مقدار ثابت در نظر گرفته می‌شود. بنابراین پیوند نه نقش خروجی تحت کنترل مرحله قبل و نه نقش ورودی تحت کنترل مرحله بعدی را بازی می‌کند. این سناریو در

سیستم‌های زنجیره تامین واقعی، برنامه‌ریزی، پیش‌بینی و بازپرسازی مشارکتی نامیده می‌شود. مجموعه امکان تولید و مدل کارایی به صورت زیر می‌باشند:

$$pps^{\Delta} = \{(x^k, y^h, z^{(k,h)}) \mid \sum_{j=1}^n \lambda_j^k x_{ij} \leq x^k, \sum_{j=1}^n \lambda_j^h y_{rj} \geq y^k, z^{(k,h)} = \sum_{j=1}^n \lambda_j^k z_{lj}^{(k,h)} = \sum_{j=1}^n \lambda_j^h z_{lj}^{(k,h)}\} \quad (42)$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j^k = 1, \lambda_j^k \geq 0, \forall j, l, k$$

مدل کارایی:

$$\max \sum_{k=1}^K w_k \left(\sum_{i=1}^{m^k} B_i^k x_i^{-k} + \sum_{r=1}^{r^k} B_r^k y_r^{+k} \right)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ij}^k \cdot \lambda_j^k = x_{io}^k - s_i^{-k} \quad i = 1, \dots, m^k,$$

$$\sum_{j=1}^n y_{rj}^k \cdot \lambda_j^k = y_{ro}^k + s_r^{+k} \quad r = 1, \dots, r^k,$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j^h \cdot z_{lj}^{(k,h)} = z_{lo}^{(k,h)} \quad l = 1, \dots, \tau^{(k,h)},$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j^k \cdot z_{lj}^{(k,h)} = z_{lo}^{(k,h)} \quad l = 1, \dots, \tau^{(k,h)},$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j^k = 1, \lambda_j^k \geq 0, \forall i, j, l, k. \quad (43)$$

در مدل (۴۳)، محدودیت اول محدودیت ورودی، محدودیت دوم مربوط به محدودیت خروجی و دو محدودیت سه و چهار مربوط به محصولات میانی می‌باشد. هدف از سناریوی ۵ با مدل ارائه شده (۴۳) این است که همه شرکای زنجیره، فعالیت‌های برنامه‌ریزی و پردازش مانند فروش، پیش‌بینی سفارش، برنامه‌های تولید و ارسال و سفارش‌گذاری را انجام دهند و ارزش پیوند خارج از کنترل اعضای زنجیره تامین را در این سناریو تعیین کنند. در مدل (۴۳)،

$$B_i^k x = \frac{1}{(m^k + r^k + \tau^{(k,h)})(x_{io}^k - x_i^k)} \quad i = 1, 2, \dots, m^k \quad k = 1, \dots, K \quad (44)$$

$$B_r^k y = \frac{1}{(m^k + r^k + \tau^{(k,h)})(\bar{y}_r^k - y_{ro}^k)} \quad r = 1, 2, \dots, r^k \quad k = 1, \dots, K. \quad (45)$$

$$L_{io}^k = x_{io}^k - x_i^k, U_{ro}^k = \bar{y}_r^k - y_{ro}^k \quad (45)$$

$$\underline{x}_i^k = \min\{x_{ij}^k, j = 1, \dots, n\}, \bar{y}_r^k = \max\{y_{rj}^k, j = 1, \dots, n\} \quad (46)$$

کارایی کلی از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$T_{BAM} = 1 - \sum_{k=1}^K w_k \left[\sum_{i=1}^{m^k} B_i^k x_i^{-k} + \sum_{r=1}^{r^k} B_r^k y_r^{+k} \right] \quad (47)$$

کارایی بخش‌ها از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$T_{BAM} = 1 - \left[\sum_{i=1}^{m^k} B_i^k x_i^- + \sum_{r=1}^{r^k} B_r^k y_r^+ \right] \quad (48)$$

که کارایی کل برابر با مجموع وزن دار شده کارایی زیر بخش‌ها می باشد.

قضیه ۶: در هر جواب شدنی مدل (۴۳) همواره $0 \leq T_{BAM} \leq 1$ است.
اثبات: مشابه قضیه دو می باشد.

۳-۶ سناریوی ۶: کنترل مقدار لینک توسط هیچ کدام از مراحل (روش غیر همکارانه):

در این سناریو پیوستگی بین مقدار لینک دریافتی و ارسال وجود ندارد مقدار لینک نه توسط مرحله قبل و نه توسط مرحله بعد تعیین می شود و با توجه به این که همواره مقدار ارسال باید از مقدار دریافت بیشتر باشد مجموعه امکان تولید و کارایی به صورت زیر تعریف می شود.

$$pps^e = \{(x^k, y^h, z^{(k,h)}) \mid \sum_{j=1}^n \lambda_j^k x_{ij} \leq x^k, \sum_{j=1}^n \lambda_j^h y_{rj} \geq y^k, \sum_{j=1}^n \lambda_j^k z_{lj}^{(k,h)} \geq \sum_{j=1}^n \lambda_j^h z_{lj}^{(k,h)}, \sum_{j=1}^n \lambda_j^k = 1, \lambda_j^k \geq 0, \forall j, l, k\} \quad (49)$$

مدل کارایی:

$$\begin{aligned} \max \sum_{k=1}^k w_k \left(\sum_{i=1}^{m^k} B_i^k x_i^{-k} + \sum_{r=1}^{r^k} B_r^k y_r^{+k} \right) \\ \sum_{j=1}^n x_{ij}^k \lambda_j^k = x_{io}^k - s_i^{k-} \quad i = 1, \dots, m^k \quad k = 1, \dots, k, \\ \sum_{j=1}^n y_{rj}^k \lambda_j^k = y_{ro}^k + s_r^{k+} \quad r = 1, \dots, r^k \quad k = 1, \dots, k, \\ \sum_{j=1}^n \lambda_j^k z_{lj}^{(k,h)} \geq \sum_{j=1}^n \lambda_j^h z_{lj}^{(k,h)} \quad l = 1, \dots, \tau^{(k,h)} \quad k = 1, \dots, k, \\ \sum_{j=1}^n \lambda_j^k = 1, \lambda_j^k \geq 0, \forall i, j, l, k. \end{aligned} \quad (50)$$

داریم:

$$\begin{aligned} B_i^k x_i = \frac{1}{(m^k + r^k + \tau^{(k,h)})(x_{io} - \underline{x}_i)} \quad i = 1, 2, \dots, m^k \quad k = 1, \dots, k, \\ B_r^k y_r = \frac{1}{(m^k + r^k + \tau^{(k,h)})(\bar{y}_r - y_{ro})} \quad r = 1, 2, \dots, r^k \quad k = 1, \dots, k, \end{aligned} \quad (51)$$

که؛

$$L_{io}^k = x_{io}^k - \underline{x}_i^k, U_{ro}^k = \bar{y}_r^k - y_{ro}^k \quad \text{می باشد.} \quad (52)$$

و

$$\underline{x}_i^k = \min \{x_{ij}^k, j = 1, \dots, n\}, \quad \bar{y}_r^k = \max \{y_{rj}^k, j = 1, \dots, n\} \quad (53)$$

در مدل (۵۰)، محدودیت اول محدودیت ورودی، محدودیت دوم محدودیت خروجی و محدودیت سوم محدودیت محصولات میانی می‌باشد. هدف از سناریو ۶ با مدل (۵۰)، این است که در مدیریت زنجیره تامین حالتی را هم در نظر بگیریم که هیچ پیوستگی بین ارسال و دریافت مقدار لینک در بین مرحله ها وجود نداشته باشد و کارایی واحدها و زیر بخش ها را در این حالت بررسی کنیم.

در مدل (۵۰)، کارایی کلی از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$T_{BAM} = 1 - \sum_{k=1}^k w_k \left[\sum_{i=1}^{m^k} B_i^k x_i^- + \sum_{r=1}^{r^k} B_r^k y_r^+ \right] \quad (54)$$

کارایی بخش ها از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$T_{BAM} = 1 - \left[\sum_{i=1}^{m^k} B_i^k x_i^- + \sum_{r=1}^{r^k} B_r^k y_r^+ \right] \quad (55)$$

که کارایی کل برابر با مجموع وزن دار شده کارایی زیر بخش ها می‌باشد.

قضیه ۷: برای هر جواب شدنی مدل (۵۰) همواره داریم:

$$0 \leq T_{BAM} \leq 1$$

اثبات مشابه قضیه دو می‌باشد.

۴ مقایسه نتایج سناریوها

برای مقایسه نتایج حاصل از سناریوهای مختلف یک مثال فرضی در نظر می‌گیریم که پنج واحد تصمیم‌گیری دارد و دارای یک ساختار دو مرحله‌ای می‌باشد که شامل یک ورودی و یک محصول میانی و یک خروجی می‌باشد. در این مثال وزن های ۰/۵، ۰/۵، ۰/۵ در سناریوهای مختلف به کار گرفته شده است. جدول یک، داده‌های مربوط به پنج واحد تصمیم‌گیرنده را نشان می‌دهد.

جدول ۱. ورودی، خروجی و مقادیر لینک برای پنج واحد تصمیم‌گیرنده

DMU	X	Z	Y
A	۱/۵	۱	۱
B	۲	۲/۵	۳
C	۵	۶	۴
D	۴/۵	۳/۵	۲
E	۴/۵	۵	۲

جدول‌های ۲ تا ۶، کارایی و نقاط تصویر شده در سناریوهای مختلف را نشان می‌دهد. در همه این شش سناریو می‌توان کارایی کل را برطبق کارایی مرحله اول و دوم به صورت زیر تجزیه کرد:

$$(\text{کارایی مرحله دوم}) * ۰/۵ + (\text{کارایی مرحله اول}) * ۰/۵ = \text{کارایی کل}$$

جدول ۲. کارایی کل و کارایی زیر بخش‌ها در سناریو یک

	DMU	کارایی کل	کارایی بخش‌ها		نقطه تصویر		
			مرحله اول	مرحله دوم	X	Z	Y
سناریو اول	A	۰/۸۳	۱	۰/۶۶	۱/۵	۱	۴
	B	۰/۸۳	۱	۰/۶۶	۲	۲/۵	۴
	C	۱	۱	۱	۴	۶	۴
	D	۰/۶۳	۰/۶۱	۰/۶۶	۴	۶	۴
	E	۰/۶۳	۰/۶۱	۰/۶۶	۴	۶	۴

در سناریو یک، همان‌طور که جدول دو نشان می‌دهد فقط یک واحد، واحد C، کارا می‌باشد و بدترین عملکرد مربوط به واحدهای D و E می‌باشد. در این سناریو، دو واحد A و B نیز ناکارا می‌باشند. که ناکارایی این دو واحد مربوط به مرحله دوم می‌باشد و در مرحله اول هر دو کارا عمل نموده‌اند.

جدول ۳. کارایی کل و کارایی زیر بخش‌ها در سناریو دو

	DMU	کارایی کل	کارایی زیر بخش‌ها		نقطه تصویر		
			مرحله اول	مرحله دوم	X	Z	Y
سناریو دوم	A	۰/۸۳	۱	۰/۶۶	۱/۵	۱	۴
	B	۰/۵	۰/۶۶	۰/۳۳	۱/۵	۱	۴
	C	۰/۶۶	۰/۶۶	۰/۶۶	۱/۵	۱	۴
	D	۰/۵	۰/۶۶	۰/۳۳	۱/۵	۱	۴
	E	۰/۵	۰/۶۶	۰/۳۳	۱/۵	۱	۴

در سناریو ۲، همان‌طور که جدول سه نشان می‌دهد، هیچ کدام از واحدها کارا نمی‌باشند و بهترین عملکرد مربوط به واحد A می‌باشد. واحد A، در مرحله اول کارا می‌باشد ولی در مرحله دوم ناکارا عمل نموده است. در این سناریو همه واحدها به یک نقطه تصویر می‌شوند.

جدول ۴. کارایی کل و کارایی زیر بخش‌ها در سناریو سه

	DMU	کارایی کل	کارایی زیر بخش‌ها		نقطه تصویر		
			مرحله اول	مرحله دوم	X	Z1 (خروجی)	Z2 (ورودی)
سناریو سوم	A	۱	۱	۱	۱/۵	۱	۱
	B	۱	۱	۱	۲	۲/۵	۲/۵
	C	۱	۱	۱	۴	۶	۶
	D	۰/۶۵	۰/۶۱	۰/۷	۴	۶	۲/۵
	E	۰/۶۷	۰/۷۲	۰/۶۲	۴	۶	۲/۵

در سناریو سه، همان‌طور که از جدول شماره ۴ مشخص است واحدهای A، B و C کارا می‌باشند. در تصویر واحدهای کارا، میزان محصول میانی که از مرحله اول خارج می‌شود همان به عنوان ورودی مرحله دوم استفاده می‌شود در حالی که در تصویر واحدهای ناکارا، تمام مقدار محصول میانی که از مرحله اول خارج می‌شود، به عنوان ورودی مرحله دوم استفاده نمی‌شود.

جدول ۵. کارایی کل و کارایی زیر بخش‌ها در سناریو چهار

	DMU	کارایی کل	کارایی زیر بخش‌ها		نقطه تصویر		
			مرحله اول	مرحله دوم	X	Z	Y
سناریو چهار	A	۰/۸۳	۱	۰/۶۶	۱/۵	۱	۴
	B	۰/۵	۰/۶۶	۰/۳۳	۱/۵	۱	۴
	C	۰/۶۶	۰/۶۶	۰/۶۶	۱/۵	۱	۴
	D	۰/۵	۰/۶۶	۰/۳۳	۱/۵	۱	۴
	E	۰/۵	۰/۶۶	۰/۳۳	۱/۵	۱	۴

جدول ۵، مقادیر کارایی واحدها را در سناریو چهار نشان می‌دهد. مقادیر کارایی و نقاط تصویر در این مرحله دقیقاً مانند سناریو دوم می‌باشد.

جدول ۶. کارایی کل و کارایی زیر بخش‌ها در سناریو پنج

	DMU	کارایی کل	کارایی زیر بخش‌ها		نقطه تصویر		
			مرحله اول	مرحله دوم	X	Z	Y
سناریو پنج	A	۱	۱	۱	۱/۵	۱	۱
	B	۱	۱	۱	۲	۲/۵	۳
	C	۱	۱	۱	۴	۶	۴
	D	۰/۷۸	۰/۷۸	۰/۷۸	۲/۵۷	۳/۵	۳/۲۹
	E	۰/۷۹	۰/۸۸	۰/۷۱	۳/۴۳	۵	۳/۷۱

همان طور که از جدول شش مشخص است در سناریو ۵، مانند سناریو سه، واحدهای A، B و C کارا می‌باشند و مقدار کارایی واحدهای ناکارا، از سناریو سه بیشتر می‌باشد. در این سناریو نقطه تصویر برای واحدهای مختلف متفاوت می‌باشد.

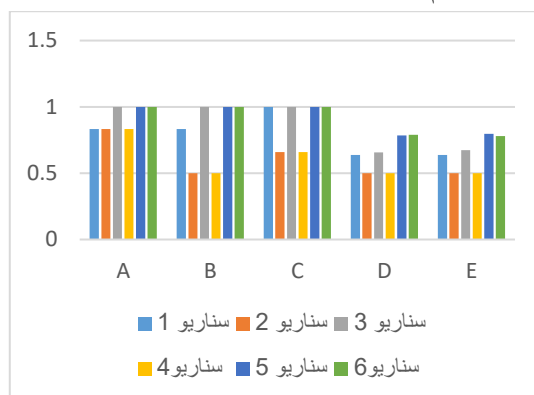
جدول ۷. کارایی کل و کارایی زیر بخش‌ها در سناریو شش

	DMU	کارایی کل	کارایی زیر بخش‌ها		نقطه تصویر		
			مرحله اول	مرحله دوم	X	Z	Y
سناریو شش	A	۱	۱	۱			
	B	۱	۱	۱			
	C	۱	۱	۱			
	D	۰/۷۸	۰/۷۲	۰/۸۳			
	E	۰/۷۸	۰/۷۲	۰/۸۳			

جدول ۷، نتایج حاصل از سناریو شش را نشان می‌دهد. این سناریو نیز واحدهای A، B و C را کارا اعلام می‌کند. و میزان کارایی کل و کارایی زیر بخش‌های واحدهای ناکارای D و E را یکسان گزارش می‌دهد. در این سناریو همان طور که قبلاً اشاره شد امکان محاسبه نقطه تصویر وجود ندارد.

برای مقایسه بهتر، نمودار یک، کارایی کل همه سناریوها را با هم به تصویر کشیده است. در سناریو پنج کارایی کل همه واحدهای تصمیم گیرنده بیشتر از بقیه سناریوها می‌باشد. و در سناریوهای دو و چهار کارایی کل همه

واحدهای تصمیم‌گیرنده کمتر از بقیه سناریوها می‌باشد. واحد C در چهار سناریو کارا محاسبه شده است و در سناریو دو و چهار هیچ واحدی کارا اعلام نشده است.



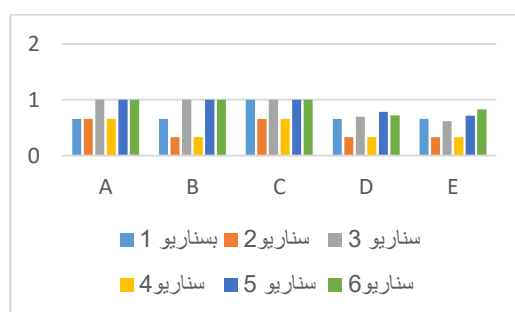
شکل ۱. مقایسه کارایی کل در شش سناریو

مقایسه کارایی مرحله اول همه سناریوها در نمودار دو بیان شده است. نمودار ۲ نشان می‌دهد که واحد A در تمام سناریوها در مرحله اول کارا می‌باشد و واحد B, C در سناریوهای ۱، ۳، ۵ و ۶ در مرحله اول کارا می‌باشند. واحد D، کم‌ترین مقدار کارایی مرحله اول در بین تمام واحدهای تصمیم‌گیرنده دیگر در تمام سناریوها دارد.



شکل ۲. مقایسه کارایی مرحله اول در شش سناریو

مقایسه کارایی مرحله دوم واحدها در تمام سناریوها در نمودار سه به نمایش گذاشته شده است. علی‌رغم اینکه واحد A، در مرحله اول در تمام سناریوها کارا می‌باشد، ولی در مرحله دوم واحد C می‌باشد که در بیشتر سناریوها در مرحله دوم کارا می‌باشد و در مقایسه کارایی مرحله دوم در تمام سناریوها، واحد C بالاترین رتبه را دارد.



شکل ۳. مقایسه کارایی مرحله دوم در شش سناریو

۵ نتیجه گیری

با توجه به مفهوم کنترل لینک توسط بخش های شبکه، برای اندازه گیری کارایی بخش ها و به تبع آن کارایی کل شبکه سناریوهای مختلفی به وجود می آید. بر این اساس در این مقاله شش سناریو مختلف بیان شد و با مدل BAM به ارزیابی کارایی پرداخته شد. با توجه به این مدل، کارایی کل بر حسب کارایی زیر بخش ها تجزیه شد و به این ترتیب کارایی هر واحد همزمان با کارایی زیر بخش های آن مشخص شد. با توجه به روش ارائه شده مدیر هر واحد، این امکان را پیدا می کند که برای بهبود کارایی سیستم مورد نظر زیر بخش های ناکارا را بشناسد و تصمیمات مناسب را جهت بهبود بخشی کارایی کل اتخاذ نماید. در انتها مدل ها و سناریوهای ارائه شده با پنج واحد تصمیم گیرنده پیاده گردید. نتایج نشان داد که در سناریوی های کنترل لینک توسط هیچ کدام از مراحل، کارایی کل واحدهای تصمیم گیرنده نسبت به سایر سناریوها بیشتر است. به عبارت دیگر اگر بخش ها در تعیین مقدار لینک هیچ قدرتی نداشته باشند کارایی کل وزیر بخش ها به مراتب بیشتر است. همچنین در روش ارائه شده کارایی کل هر کدام از واحدها به راحتی بر طبق کارایی زیر بخش ها تجزیه شد. این به مدیران کمک می کند تا از روی مقدار کارایی کل، مقدار کارایی زیر بخش ها را شناسایی نموده و در جهت رفع ناکارآمدی ها در هر کدام از زیر بخش های مربوطه یک سازمان اقدام نمایند.

منابع

- [1] Charnes, A., Cooper, W.W., Rhodes, E., (1978). Measuring the efficiency of decision making units. *Eur J Oper Res*, 2, 429-444.
- [2] Koopmans, T., (1951). An analysis of production as an efficient combination of activities. In Activity analysis of production and allocation. In Koopmans T (Ed.) Cowles commission for research in economics, monograph, 13, John Wiley and Sons, New York.
- [3] Shephard, R. W., & Färe, R. (1975). Dynamic theory of production correspondences. *Operations Research Centers. University of California Berkley*. ORC 75-13
- [4] Seiford, L. M., & Zhu, J. (1999). Profitability and marketability of the top 55 US commercial banks. *Management science*, 45(9), 1270-1288.
- [5] Färe, R., Grosskopf, S., & Whittaker, G. (2007). Network dea. *Modeling data irregularities and structural complexities in data envelopment analysis*, 209-240.
- [6] Tone, K., & Tsutsui, M. (2009). Network DEA: A slacks-based measure approach. *European journal of operational research*, 197(1), 243-252.
- [7] Yu, Y., & Shi, Q. (2014). Two-stage DEA model with additional input in the second stage and part of intermediate products as final output. *Expert Systems with Applications*, 41(15), 6570-6574.
- [8] Liu, W., Zhou, Z., Ma, C., Liu, D., & Shen, W. (2015). Two-stage DEA models with undesirable input-intermediate-outputs. *Omega*, 56, 74-87.
- [9] Kao, C. (2009). Efficiency decomposition in network data envelopment analysis: A relational model. *European journal of operational research*, 192(3), 949-962.
- [10] Despotis, D. K., Koronakos, G., & Sotiros, D. (2016). The "weak-link" approach to network DEA for two-stage processes. *European Journal of Operational Research*, 254(2), 481-492.
- [11] Despotis, D. K., Sotiros, D., & Koronakos, G. (2016). A network DEA approach for series multi-stage processes. *Omega*, 61, 35-48.
- [12] Li, Y., Chen, Y., Liang, L., & Xie, J. (2012). DEA models for extended two-stage network structures. *Omega*, 40(5), 611-618.
- [13] Cook, W. D., Zhu, J., Bi, G., & Yang, F. (2010). Network DEA: Additive efficiency decomposition. *European journal of operational research*, 207(2), 1122-1129.
- [14] Kao, C. (2017). Efficiency measurement and frontier projection identification for general two-stage systems in data envelopment analysis. *European Journal of Operational Research*, 261(2), 679-689. <http://dx.doi.org/10.1016/j.ejor.2017.03.016>.

- [15] Kao, C., & Hwang, S. N. (2010). Efficiency measurement for network systems: IT impact on firm performance. *Decision support systems*, 48(3), 437-446.
- [16] An, Q., Meng, F., Ang, S., & Chen, X. (2018). A new approach for fair efficiency decomposition in two-stage structure system. *Operational Research*, 18, 257-272.
- [17] Wu, J., Zhu, Q., Ji, X., Chu, J., & Liang, L. (2016). Two-stage network processes with shared resources and resources recovered from undesirable outputs. *European journal of operational research*, 251(1), 182-197.
- [18] Guo, C., Shureshjani, R. A., Foroughi, A. A., & Zhu, J. (2017). Decomposition weights and overall efficiency in two-stage additive network DEA. *European Journal of Operational Research*, 257(3), 896-906.
- [19] Khoveyni, M., & Eslami, R. (2021). Efficiency stability region for two-stage production processes with intermediate products. *Computers & Industrial Engineering*, 151, 106950.
- [20] Khoveyni, M., & Eslami, R. (2022). Merging two-stage series network structures: A DEA-based approach. *OR Spectrum*, 44(1), 273-302.
- [21] Izadikhah, M., Tavana, M., Di Caprio, D., & Santos-Arteaga, F. J. (2018). A novel two-stage DEA production model with freely distributed initial inputs and shared intermediate outputs. *Expert Systems with Applications*, 99, 213-230.
- [22] Tavassoli, M., Faramarzi, G. R., & Saen, R. F. (2014). Efficiency and effectiveness in airline performance using a SBM-NDEA model in the presence of shared input. *Journal of Air Transport Management*, 34, 146-153.
- [23] Chen, K., & Zhu, J. (2020). Additive slacks-based measure: Computational strategy and extension to network DEA. *Omega*, 91, 102022.
- [24] Jianfeng, M. A. (2015). A two-stage DEA model considering shared inputs and free intermediate measures. *Expert Systems with Applications*, 42(9), 4339-4347.
- [25] Nemati, M., Kazemi Matin, R., & Toloo, M. (2020). A two-stage DEA model with partial impacts between inputs and outputs: application in refinery industries. *Annals of operations Research*, 295, 285-312.
- [26] Esfidani, S., Lotfi, F. H., Razavyan, S., & Ebrahimnejad, A. (2020). A slacks-based measure approach for efficiency decomposition in multi-period two-stage systems. *RAIRO-Operations Research*, 54(6), 1657-1671..
- [27] Golshani, H., Khoveyni, M., Valami, H. B., & Eslami, R. (2019). A slack-based super efficiency in a two-stage network structure with intermediate measures. *Alexandria Engineering Journal*, 58(1), 393-400.
- [28] Karimi, S. M., Baradaran, V., & Mostafaei, A. (2021). Developing the Modified Russell Model for Decision Making Units under General Two-Stage Structure with the Effect of Intermediate Data on the Efficiency.
- [29] Sedaghat M, Gholamian M R.(2024). A Centralized Resource Allocation- NDEA Model to Evaluate the Efficiency of Zamzam Group's Supply Chain. *Journal of Operational Research and Its Applications*, 21 (1) :107-125 (In Persian).
- [30] Shamsi Jamkhaneh A, Rahmani Perchklai B, Hosseinzadeh Lotfi F, Hadji Molana S M., (2020). Measuring the Efficiency and Performance of the Supply Chain with a Three-Stage Structure using Network Data Envelopment Analysis. *Journal of Operational Research and Its Applications*; 17 (4): 99-116 (In Persian).
- [31] Hassanzadeh, A., & Mostafaei, A. (2019). Measuring the efficiency of network structures: Link control approach. *Computers & Industrial Engineering*, 128, 437-446.
- [32] Cooper, W. W., Pastor, J. T., Borras, F., Aparicio, J., & Pastor, D. (2011). BAM: a bounded adjusted measure of efficiency for use with bounded additive models. *Journal of Productivity analysis*, 35, 85-94.