

# Analysis of a Decade of Economic Efficiency of Selected Banks in Iran with Convex-Concave Efficiency Frontier

F. Kordbacheh<sup>1</sup>, M. Ghiyasi<sup>2\*</sup>

<sup>1</sup> M. Sc. Student, Faculty of Industrial Engineering and Management, Shahrood University of Technology, Shahrood, Iran.

<sup>2</sup> Assistant Professor, Faculty of Industrial Engineering and Management, Shahrood University of Technology, Shahrood, Iran.

**Research Paper**

**Received:** 27 September 2024

**Accepted:** 21 January 2025

**Abstract:** Banks are financial institutions that have a direct impact on the growth and development of countries by providing liquidity to economic units. Nowadays, due to the competitive environment of banks, banks have to constantly check their performance and improve it in order to maintain their survival. Therefore, studying and evaluating efficiency and performance in the banking sector is important. The current research evaluates the economic performance of selected banks in the country using models compatible with the basics of production economics. The results of the research have been compared with the results of traditional models of performance evaluation. The data of this research is related to 14 selected banks in Iran's banking industry in the years 2019 to 2019, which were collected according to the audited financial statements of these banks during the period under review. The variables of capital, total deposits, and total assets have been used as inputs and the variable of profit as the output of the study. The results show the more favorable performance of private banks compared to public and semi-public banks.

**Introduction:** Given the important role that banks play in the economic growth and development of the country, banks are required to be aware of the performance of their branches in order to maintain their survival and competitive advantage. Farrell first presented the concept of efficiency in 1957. The efficiency of a decision-making unit that consists of several inputs and several outputs is calculated as the ratio of the weighted sum of outputs to inputs. For efficient units, this ratio is equal to 1. The concept of efficiency expresses the degree of success of a firm or a decision-making unit in optimally allocating inputs to produce outputs. In the literature on performance evaluation and management, different types of economic efficiency can be mentioned. In the present study, multiplicative models of efficiency evaluation that are more compatible with the principles of production economics have been used.

**Materials and Methods:** The parameters of capital, total deposits received and total assets are considered as research inputs and the parameter of net profit (loss) as research output, respectively. Considering the input and output values, the value of the objective function related to the radial and non-radial models under the two assumptions of constant returns to scale and variable returns to scale for each of the units has been calculated using the DEA

\* Corresponding Author: mog@shahroodut.ac.ir

models and Lingo software.

**Results and Discussion:** The use of additive and multiplicative models is preferred over the and models because they focus on reducing inputs and increasing outputs at the same time. However, what makes multiplicative models superior to additive models is that the shape of the production function in multiplicative models is S-shaped, while in additive models this function is convex. According to the principles of production economics and microeconomics, the production function is not necessarily convex and in some areas includes convexity. The multiplicative model, unlike the radial and additive models, allows for increasing, constant and decreasing marginal products along the production frontier. And it simultaneously includes three production characteristics \_convexity, linearity and convexity\_ of a production function, as a result of which the production function estimated in this model is superior to other models.

**Conclusions:** The use of additive and multiplicative models is preferred over the and models because they focus on reducing inputs and increasing outputs at the same time. However, what makes multiplicative models superior to additive models is that the shape of the production function in multiplicative models is S-shaped, while in additive models this function is convex. According to the principles of production economics and microeconomics, the production function is not necessarily convex and in some areas includes convexity. The multiplicative model, unlike the radial and additive models, allows for increasing, constant and decreasing marginal products along the production frontier. And it simultaneously includes three production characteristics \_convexity, linearity and convexity\_ of a production function, as a result of which the production function estimated in this model is superior to other models.

---

**Keywords:** Efficiency Assessment, Convex-Concave Efficiency Frontier, Data Envelopment Analysis, Iranian Banking Sector.

## تحلیل یک دهه کارایی اقتصادی بانک‌های منتخب ایران با مرز کارایی محدب-مقعر

\* فاطمه کرد پچه<sup>۱</sup>، مجتبی غیاثی<sup>۲</sup>

۱- کارشناسی ارشد، گروه صنایع و مدیریت، دانشکده مهندسی صنایع و مدیریت، دانشگاه صنعتی شهرود، شهرود، ایران

۲- دانشیار، گروه صنایع و مدیریت، دانشکده مهندسی صنایع و مدیریت، دانشگاه صنعتی شهرود، شهرود، ایران

رسید مقاله: ۶ مهر ۱۴۰۳

پذیرش مقاله: ۲ بهمن ۱۴۰۳

### چکیده

بانک‌ها موسسات مالی هستند که با فراهم کردن نقدینگی واحدهای اقتصادی تاثیر مستقیمی بر رشد و توسعه کشورها دارند. امروزه با توجه به رقابتی شدن فضای بانک‌ها، بانک‌ها ناگزیرند برای حفظ بقای خود عملکرد خود را به طور مدارم بررسی کنند و آن را بهبود بخشنند. از این رو مطالعه و ارزیابی کارایی و عملکرد در بخش بانکی حائز اهمیت است. پژوهش حاضر به ارزیابی عملکرد اقتصادی بانک‌های منتخب کشور با استفاده از مدل‌های سازگار با مبانی اقتصاد تولید می‌پردازد. نتایج حاصل از پژوهش با نتایج مدل‌های سنتی ارزیابی عملکرد مقایسه شده‌اند. داده‌های این پژوهش مربوط به ۱۴ بانک منتخب در صنعت بانکداری ایران در سال‌های ۱۳۸۹ تا ۱۳۹۹ است که با توجه به صورت‌های مالی حسابرسی شده این بانک‌ها در طی دوره مورد بررسی جمع‌آوری شده است. از متغیرهای سرمایه، مجموع سپرده‌ها و مجموع دارایی‌ها به عنوان ورودی و متغیر سود به عنوان خروجی پژوهش استفاده شده است. نتایج نشان‌دهنده عملکرد مطلوب‌تر بانک‌های خصوصی در مقایسه با بانک‌های دولتی و نیمه دولتی است.

**کلمات کلیدی:** ارزیابی کارایی، مرز کارایی محدب-مقعر، تحلیل پوششی داده‌ها، بخش بانکی ایران.

### ۱ مقدمه

بانک‌ها موسسات مالی پویایی هستند که در راستای یکی از ماموریت‌های خود با دریافت وجوده پس-انداز کنندگان و ارایه آن در قالب وام به سرمایه‌گزاران رابط پولی میان پس‌انداز کنندگان و سرمایه‌گزاران به حساب می‌آیند و نقدینگی را برای اشخاص حقیقی و حقوقی فراهم می‌کنند.

داشتن یک سیستم بانکی پیشرفته موجب بهبود فضای مالی کشور و درنتیجه رقابتی شدن کشورها می‌شود<sup>[۱]</sup>. با توجه به نقش اساسی که بانک‌ها در رشد و توسعه اقتصادی کشورها دارند<sup>[۲]</sup>، از اوایل دهه ۱۹۹۰ ارزیابی کارایی در حوزه‌ی بانکی در مطالعات بسیاری مورد توجه قرار گرفته است<sup>[۳]</sup>. امروزه نیز عواملی مانند: رشد

\* عهده‌دار مکاتبات

آدرس الکترونیکی: mog@shahroodut.ac.ir

فناوری اطلاعات و ارتباطات، جهانی‌سازی و ... موجب تغییرات ژرف در صنعت بانکداری و رقابتی شدن محیط آن شده است. در این شرایط بانک‌ها باید به طور پیوسته خدمات ارایه شده و کارآمد بودن تخصیص منابع را مورد بررسی قرار داده و در مقیاس بهینه عمل کنند. از آنجایی که عملکرد شعب بانک‌ها تأثیر مستقیمی بر روی عملکرد کل بانک خواهد گذاشت، بانک‌ها ملزم‌اند برای حفظ بقا و مزیت رقابتی خود، از عملکرد شعب خود آگاه باشند [۴]. فارل در سال ۱۹۵۷ برای اولین بار مفهوم کارایی را ارایه کرد. کارایی یک واحد تصمیم‌گیری که از چندین ورودی و چندین خروجی تشکیل شده است، بصورت نسبت مجموع وزن‌دار شده خروجی‌ها به ورودی‌ها محاسبه می‌شود. برای واحدهای کارا این نسبت برابر با ۱ است. مفهوم کارایی بیان کننده میزان موقیت یک بنگاه یا یک واحد تصمیم‌گیری ( $DMU$ )<sup>۱</sup> در اختصاص بهینه ورودی‌ها در جهت تولید خروجی‌ها است. به منظور رسیدن به عملکرد مطلوب و بهبود کارایی، می‌باشد فعالیت‌هایی که در مسیر رسیدن به هدف انجام می‌شوند مورد توجه قرار گیرند.

در ادبیات ارزیابی و مدیریت عملکرد می‌توان از انواع مختلف کارایی اقتصادی نامبرد. کارایی فنی یا تکنیکی میزان موقیت یک واحد را در تولید بیشترین خروجی با استفاده از میزان معینی از ورودی‌ها می‌سنجد. یا متقابلاً تولید میزان مشخصی ستانده با بکارگیری کمترین سطح نهاده‌ها را می‌سنجد. کارایی ساختاری یک صنعت با محاسبه میانگین وزنی کارایی شرکت‌هایی که در آن صنعت فعالیت می‌کنند محاسبه می‌شود. ارزیابی کارایی در حوزه بانکی سیاست‌ها و راهبردهایی را برای توسعه بخش بانکی ارایه می‌دهد و با مشخص شدن نسبت خروجی تولید شده به منابع مصرفی، می‌توان در مسیر بهبود و ارتقاء کارایی گام برداشت و سودآوری و کیفیت خدمات را افزایش داد [۵]. همچنین ارزیابی کارایی در صنعت بانکداری از سه جهت ضرورت دارد. نخست در رابطه با اثر بخش بودن سیاست‌های دولت اطلاعاتی را در اختیار قرار می‌دهد. از طرفی عواملی که موجب تغییر در امتیاز کارایی و بروز مشکلات تحقیقاتی می‌شوند را مورد بررسی قرار می‌دهد و نهایتاً عواملی که موجب بهبود در عملکرد مدیریت می‌شوند را ارزیابی می‌کند [۳]. ارزیابی عملکرد و سنجش کارایی در بخش خدمات به طور گسترده در مطالعات متعددی مورد بررسی قرار گرفته است. یکی از ابزارهایی که برای ارزیابی کارایی مورد استفاده قرار می‌گیرد، تکنیک تحلیل پوششی داده‌ها ( $DEA$ )<sup>۲</sup> می‌باشد. با این وجود تا کنون در مطالعات داخلی از مدل ضربی که سازگاری بهتری با مبانی اقتصادی تحلیل پوششی داده‌ها و اقتصاد تولید برای ارزیابی کارایی دارند استفاده نشده است. لذا از این نظر، پژوهش حاضر اولین تحقیق در مطالعات داخلی به شمار می‌آید. هدف از این پژوهش ارزیابی کارایی ۱۴ بانک منتخب در صنعت بانکداری ایران در طی سال‌های ۱۳۸۹-۱۳۹۹ با استفاده از مدل‌های شعاعی، جمعی و ضربی تحلیل پوششی داده‌ها است. در ادامه این مقاله به صورت زیر بخش بندی شده است: بخش دوم مطالعات انجام شده در زمینه ارزیابی کارایی بانکی را مورد بررسی قرار می‌دهد. در بخش سوم به روش‌شناسی پژوهش اشاره شده است، بخش چهارم داده‌ها و متغیرهای تحقیق معرفی شده است، در بخش پنجم نتایج تجربی تحقیق ارایه شده است و در پایان در مورد نتایج نهایی بحث شده است.

<sup>1</sup> Decision-making Unit<sup>2</sup> Data Envelopment Analysis

## ۲ پیشنهاد پژوهش

در این بخش به مرور برخی از پژوهش‌های بر جسته و مهم خارجی و داخلی در حوزه ارزیابی عملکرد بانکی خواهیم پرداخت.

### ۱-۲ مطالعات خارجی

اولین مطالعه ارزیابی کارایی در صنعت بانکی با استفاده از تحلیل پوششی داده‌ها در سال ۱۹۸۵ توسط شرمن و گلد روی ۱۴ شعبه بانک‌های پس‌انداز آمریکا انجام شده است [۶]. برگر و همفری در پژوهش خود به بررسی ۱۳۰ مطالعه در خصوص ارزیابی کارایی مؤسسات مالی ۲۱ کشور پرداختند. نتایج حاصل از این تحقیق حاکی از آن است که روش‌های مختلفی که برای ارزیابی کارایی وجود دارند، لزوماً نتایج مشابهی ارایه نمی‌دهند [۳]. فیورنتینو و کارمان و کوتز پژوهشی در مورد بانک‌های آلمانی انجام دادند و در این پژوهش به بررسی سازگاری نمرات کارایی که با استفاده از دو روش تحلیل پوششی داده‌ها و مرز تصادفی به دست آمده‌اند، پرداختند [۷]. تیکو و همکاران مطالعه‌ای با هدف بهبود روش ارزیابی کارایی بانک‌های لتونی با استفاده از تکنیک تحلیل پوششی داده‌ها نمرات کارایی بانک‌ها را اندازه‌گیری کردند. در این مطالعه از مدل ورودی محور تحلیل پوششی داده‌ها با فرض بازده متغیر نسبت به مقیاس استفاده شده است [۸]. هنریکس و همکاران با استفاده از اطلاعات مربوط به ۳۷ بانک بزرگی در طی دوره ۲۰۱۶-۲۰۱۲ و بکار گیری تکنیک تحلیل پوششی داده‌ها اقدام به ارزیابی کارایی بانکی نموند. همچنین با تجزیه و تحلیل دلایل ناکارآمدی، به بررسی شکاف‌های موجود در مطالعات مربوط به بانک‌های بزرگی پرداختند. نتایج حاکی از آن است که بانک‌های بزرگ لزوماً کارآمد نیستند [۹]. کامارودین و همکاران در سال ۲۰۱۹ در مطالعه‌ای با هدف بررسی میزان سوددهی بانکداری اسلامی‌مالزی و شناسایی عوامل تعیین کننده داخلی (مشخص بانکی) و خارجی (اقتصاد کلان)، سطح کارایی درآمد را در بخش بانکداری اسلامی‌مالزی در سال‌های ۲۰۱۵-۲۰۰۶ با استفاده از تکنیک تحلیل پوششی داده‌ها ارزیابی کردند [۱۰]. آنتونس و همکاران با استفاده از یک مدل جدید تحلیل پوششی داده‌ها اقدام به ارزیابی کارایی ۳۹ بانک تجاری چین در طی دوره ۲۰۱۰-۲۰۱۸ کردند. در مرحله دوم این پژوهش روابط متقابل بین کارایی و برخی از متغیرهای خاص بانکی با استفاده از تکنیک تحلیل شبکه عصبی درون‌زای قوی بررسی شد. نتایج حاصل از این پژوهش نشان می‌دهد که بیشترین امتیاز کارایی به بانک‌های دولتی و کمترین امتیاز کارایی به بانک‌های تجاری روسیه مربوط می‌شود و بانک‌های خارجی بیشترین نوسان را در دوره مورد بررسی تجربه می‌کنند [۱۱]. چین چیانگ لی و همکاران با استفاده از مدل پانل تعییم یلفته پویا، اثرات فین تک<sup>۱</sup> را بر کارایی بانک‌های تجاری در چین مورد بررسی قرار دادند. همچنین در این تحقیق برای ارزیابی بهره‌وری کل بانک‌های تجاری چین طی سال‌های ۲۰۱۹-۲۰۱۲ از مدل (DEA Malmquist) استفاده شده است [۱۲]. ایوان گرژتا در یک پژوهش دو مرحله‌ای، تأثیر معروفی دو تغییر عمده نظارتی (بازل II و بازل III) را بر عملکرد بانک، از نظر اندازه، متغیرهای خاص بانک و اقتصاد کلان مورد بررسی قرار داد. در مرحله اول کارایی نسبی با استفاده از تحلیل پوششی داده‌ها محاسبه شد [۱۳]. هوآکینگ و در پژوهش خود بر اساس رویکرد تحلیل پوششی داده‌های شبکه دو مرحله‌ای (DEA)، کارایی

<sup>۱</sup> Financial Technology (Fin Tech)

کلی، کارایی جمع‌آوری سرمایه و کارایی استفاده از وجوده بانک‌های تجاری چین را با استفاده از مجموعه داده‌های ۲۷ بانک تجاری از سال ۲۰۰۶ تا ۲۰۲۰ ارزیابی کرده است[۱۴]. شیائوشی و همکاران با استفاده از مدل (SBM) تحلیل پوششی داده‌ها کارایی ۳۹ بانک تجاری در چین را ارزیابی کردند. این پژوهش در دو مرحله با خروجی‌های متفاوت انجام شده است[۱۵]. در مطالعه‌ای دیگر از آتنونس و همکاران یک مدل برنامه ریزی رابطه ساختاری پوششی داده‌ها برای ارزیابی کارایی معرفی شده است. علاوه بر آن یک مدل برنامه ریزی رابطه ساختاری تصادفی (SSRP) بر اساس شبکه‌های عصبی برای ارزیابی روابط متقابل بین کارایی و سایر متغیرهای خاص بانک پیشنهاد شده است[۱۶]. در مطالعه شدادی و النوری، با استفاده از روش تحلیل پوششی داده‌ها، حداقل مربعات معمولی و رگرسیون جند کی تاثیر عوامل زیست محیطی، اجتماعی و حاکمیتی را بر کارایی بانک‌ها مورد بررسی قرار دادند[۱۷]. در مطالعه افروج و همکاران با هدف بررسی رابطه متقابل بین کارایی بانک و وام‌های غیرجاری، از تحلیل پوششی داده‌ها برای ارزیابی کارایی فنی، تخصیصی و هزینه‌ای استفاده شده است[۱۸]. در پژوهش انجام شده توسط نوگوپال، تاثیر ترکیب سبد وام بر کارایی انواع مختلف بانک‌ها در هند مورد بررسی قرار گرفت. در این تحقیق از تحلیل پوششی داده‌ها برای ارزیابی کارایی و از حداقل مربعات تعیین یافته با اثرات تصادفی برای انتخاب متغیرها استفاده شد[۱۹]. زینگچن لی و همکاران با استفاده از یک مدل دو مرحله‌ای تحلیل پوششی داده‌ها کارایی بانک‌های چینی را مورد بررسی قرار دادند. نتایج این مطالعه نشان می‌دهد که مدل سنتی ممکن است عملکرد بانک‌ها را بیش از حد برآورد کند[۲۰].

## ۲-۲ مطالعات داخلی

حسن زاده در مطالعه‌ای در سال ۱۳۸۶ با استفاده از داده‌های مربوط به ۱۴ بانک در بازه زمانی ۱۳۷۵-۱۳۸۲، شاخص کارایی را در نظام بانکی ایران مورد بررسی قرار داد و عوامل مؤثر بر کارایی را مورد بررسی قرار داد. در این مطالعه از تحلیل پوششی داده‌ها برای محاسبه کارایی استفاده شده است. نتایج حاصل از این تحقیق نشان می‌دهد بانک‌های خصوصی درجه کارایی فنی بالاتری در مقایسه با بانک‌های دولتی دارند[۲۱]. محاییان و همکاران (۱۳۹۰) با استفاده از ترکیب دو روش ناپارامتریک شبکه عصبی و تحلیل پوششی داده‌ها، کارایی ۴۰ شعبه بانک را در بازه ۱۳۸۶-۱۳۸۷ را محاسبه کردند و با تجزیه و تحلیل نتایج راهکارهایی برای بهبود کارایی ارایه نمودند[۲۲]. مسگرپورامیری و یدالله زاده طبری در مطالعه خود برای ارزیابی کارایی بانک‌های خصوصی و دولتی از تکنیک تحلیل پوششی داده‌ها استفاده کردند و پس از شناسایی بانک‌های کارا و ناکارا الگویی به عنوان مرجع برای بهبود واحدهای ناکارا ارایه کردند. همچنین در این مطالعه رابطه میان برخی از نسبت‌های مالی با کارایی بانک مشخص شده است. نتایج نشان می‌دهد از میان ۸ نسبت مالی در نظر گرفته شده، نسبت سودآوری، نسبت کفایت سرمایه، نسبت کیفیت دارایی و نسبت مدیریت تاثیر مستقیمی روی کارایی دارند[۲۳]. غیوری مقدم و همکاران (۱۳۹۵) در یک تحقیق دو مرحله‌ای، ابتدا کارایی هزینه و سود ۱۰ بانک تجاری در ایران را با استفاده از تکنیک تحلیل پوششی داده‌ها ارزیابی کردند و در مرحله دوم رابطه میان کارایی هزینه و سود را یا متغیرهایی مانند اندازه، نسبت هزینه به سود، نسبت کفایت سرمایه و سودآوری بررسی کردند. همچنین در این پژوهش برای

بانک‌های ناکارا، راهکاری ارایه شده است که به سمت مرز کارایی حرکت کنند[۲۴]. امیری در پژوهشی در سال ۱۳۹۶ کارایی ۱۵ بانک منتخب در طی سال‌های ۱۳۹۴-۱۳۸۵ را با استفاده از تکیک تحلیل پوششی دادها مورد بررسی قرار داد. در مرحله دوم این تحقیق با استفاده از مدل پانل تاثیر متغیرهای کلان اقتصادی، متغیرهای درون بانکی، و متغیرهای تغییر نرخ ارز بروی کارایی بررسی شده است[۲۵]. احد زاده نمین و همکاران (۱۳۹۷) در پژوهش خود عملکرد ۴۱ شعبه یک بانک تجاری در ایران را با بکارگیری رویکرد کنترل وزن در تحلیل پوششی داده‌ها مورد بررسی قرار دادند. به منظور اندازه گیری کارایی برای این تحقیق دو شاخص ورودی و ۴ شاخص خروجی تعریف شده است. نتایج نشان می‌دهد محدودیت‌های وزنی که برای این تحقیق در نظر گرفته شده‌اند، منجر به بهبود عملکرد شعب می‌شود[۲۶]. رمضانیان و همکاران (۱۳۹۷) در پژوهشی برای شناسایی ضعف‌های مدیریتی، کارایی ۱۹ شعبه از بانک‌های خصوصی استان تهران را با استفاده از مدل جمعی شبکه‌ای و داده‌های سال ۹۲ مورد اریابی قرار دادند. هدف این پژوهش محاسبه کارایی کل و کارایی هریک از بخش‌های بانک‌های مورد نظر است. نتایج این تحقیق نشان می‌دهد مدل جمعی شبکه‌ای نسب به مدل جمعی ساده کارایی پایین‌تری را به دست می‌دهد. همین‌طور کارایی محاسبه شده توسط مدل جمعی شبکه‌ای نسبت به مدل جمعی ساده مقدار دقیق‌تری را ارایه می‌دهد[۲۷]. علی ابدالی و همکاران در سال ۱۳۹۹ با استفاده از داده‌های ۴۰ شعبه یک بانک تجاری طی دوسال متوالی ۱۳۹۳ و ۱۳۹۴ به ارزیابی کارایی در صنعت بانکداری پرداختند. در این پژوهش از روش تحلیل پوششی داده‌ها و محدودیت وزنی استفاده شده است. محدودیت ایجاد شده موجب کاهش تعداد شعب کارا شده و میانگین نمره کارایی این ۴۰ شعبه را افزایش می‌دهد. نتایج نشان می‌دهد که محدودیت وزنی استفاده شده قدرت تفکیک پذیری واحدهای تصمیم‌گیری را افزایش می‌دهد[۲۸]. پناهنه خوجین و همکاران در پژوهش خود در سال ۱۳۹۹ کارایی ۳۲ شعبه بانکی در کشور را با استفاده از مدل *BCC* خروجی محور بررسی کردند. در این پژوهش برای افزایش قدرت تفکیک پذیری واحدهای تصمیم‌گیری از مدل‌های برنامه ریزی آرمانی و برنامه ریزی آرمانی اصلاح شده تحلیل پوششی داده‌ها بر مبنای مدل *BCC* خروجی محور نیز استفاده شده است. نتایج پژوهش نشان می‌دهد که مدل برنامه ریزی آرمانی اصلاح شده تحلیل پوششی داده‌ها قدرت تفکیک بالاتری نسبت به مدل *BCC* کلاسیک و مدل برنامه ریزی آرمانی تحلیل پوششی داده‌ها دارد [۲۹]. انصاری و همکارای برای بررسی تاثیر ادغام فرادردهای هوشمند مبتنی بر بلاک چین بر کارایی عملیاتی در بانک‌ها از مدل سازی معادلات ساختاری حداقل مربعات جزئی در یک نمونه ۱۱۲ تایی از بانک‌های دولتی و خصوصی استان فارس استفاده کردند[۳۰]. اشرفی مهابادی و همکاران با استفاده از یک مدل چند دوره‌ای ارزیابی کارایی مالی که مبتنی بر تلفیق دو رویکرد تحلیل پوششی داده‌ها و تحلیل شبکه‌ای است، اقدارم به ارزیابی کارایی مالی شعب بانک ملت نمودند [۳۱]. در مطالعه‌ای که توسط نودشکی و همکاران انجام شد با استفاده از رویکرد شبکه‌ای تحلیل پوششی داده‌ها و روش تحلیل عاملی برای استخراج وزن، کارایی شعب بانک‌ها را در مراحل تولید، سرویس دهی به مشتریان خرد و تجاری-شرکتی و سودآوری مورد ارزیابی قرار دادند [۳۲].

اغلب پژوهش‌های کاربردی صرفاً از مدل با بازده به مقیاس ثابت یا نهایتاً مدل با بازده به مقیاس متغیر برای محاسبه و تحلیل کارایی واحدهای تصمیم‌گیرنده استفاده می‌کنند. هر دو این مدل‌ها یکی از اصول بنیادی تحلیل پوششی داده‌ها که اصل تحدب است فرض کرده‌اند. علی‌ایحال اصل تحدب توسط بسیاری از پژوهشگران نیز مورد سوال واقع شده است که نمی‌توان آن را بدون هیچ پشتوانه‌ای پذیرفت. لذا مدل‌های ضربی به عنوان حالت کلی تری نسبت به دو مدل قبل اجازه محدب نبودن مجموعه امکان تولید را نیز به تخمین گر می‌دهد. مقاله حاضر که به عنوان نخستین پژوهش در کشور به بررسی دهه کارایی اقتصادی بانک‌های منتخب کشور با مرز کارایی محدب-مقرر پرداخته است.

### ۳ روش‌شناسی پژوهش

#### ۳-۱ تکنولوژی و مجموعه امکان تولید

یک فعالیت تولیدی شامل  $n$  واحد تصمیم‌گیری را در نظر بگیرید. برای هر  $\{1, 2, \dots, N\}$ ،  $\forall j \in \{1, 2, \dots, N\}$  به صورت جفت ورودی خروجی  $(X_j, Y_j)$  نشان داده می‌شود که  $X_j \in R^m$  بردار ورودی و  $Y_j \in R^s$  بردار خروجی است. هر  $DMU$ ، از  $m$  ورودی مختلف برای تولید  $s$  خروجی مختلف استفاده می‌کند. جفت ورودی خروجی  $(X, Y)$  یک فعالیت شدنی در تکنولوژی تولید نامیده می‌شود، اگر بردار خروجی  $Y$  بتواند توسط بردار ورودی  $X$  تولید شود.

مجموعه تمام فعالیت‌های شدنی در تکنولوژی تولید مجموعه امکان تولید را تشکیل می‌دهد که به صورت زیر توضیح داده می‌شود:

$$T = \{(X, Y) \in R^{m+s} \mid Y \geq \text{بتواند توسط بردار ورودی } X \text{ تولید شود}\}$$

هر کدام از مدل‌های تحلیل پوششی داده‌ها به یک مجموعه امکان تولید منحصر به فرد وابسته هستند. برای ساخت مجموعه امکان تولید اصولی در نظر گرفته می‌شود که در زیر به توضیح آن‌ها می‌پردازیم.

اصل شمول مشاهدات: همه فعالیت‌های  $(X_j, Y_j)$  مشاهده شده به ازای هر  $\forall j \in \{1, 2, \dots, N\}$  متعلق به

$$\forall j \in \{1, 2, \dots, N\} \Rightarrow (X_j, Y_j) \in T$$

اصل تحدب: هر ترکیب خطی از اعضای  $T$  به  $T$  تعلق دارد. اگر  $(X, Y), (\bar{X}, \bar{Y}) \in T$  آنگاه به ازای

$$\text{هر } [\lambda, 1] \text{ داریم: } (\lambda X + (1-\lambda)\bar{X}, \lambda Y + (1-\lambda)\bar{Y}) \in T$$

اصل بی کرانی اشعه یا اصل بازده به مقیاس ثابت: برای هر فعالیت  $(X, Y) \in T$  و هر اسکالار  $\lambda \geq 0$

$$(\lambda X, \lambda Y) \in T \text{ داریم:}$$

اصل امکان پذیری تولید: اگر فعالیت  $(\bar{X}, \bar{Y}) \in T$  آنگاه هر فعالیت  $(X, Y)$  که در آن  $\bar{X} \leq X$  و  $\bar{Y} \geq Y$  است، متعلق به  $T$  است. به عبارتی دیگر اگر خروجی  $Y$  توسط ورودی  $X$  قابل تولید باشد، آنگاه  $Y$  توسط هر بردار ورودی دیگری که بزرگتر از  $X$  است، قابل تولید است. بعلاوه هر بردار خروجی که کوچکتر از  $Y$  باشد، می‌تواند توسط بردار ورودی  $X$  تولید شود.

اصل کمینه برون یابی: مجموعه امکان تولید  $T$  کوچکترین مجموعه‌ای است که در شرایط بالا صدق می‌کند.

### ۲-۳ مدل سازی ریاضی ارزیابی عملکرد

تحلیل پوششی داده‌ها یک روش ناپارامتریک مبتنی بر برنامه ریزی ریاضی برای اندازه‌گیری کارایی واحدهای تصمیم‌گیری است که در سال ۱۹۷۸ توسط چارنز و همکاران معرفی شد و پس از آن به طور گسترده برای ارزیابی کارایی در حوزه بانکی مورد استفاده قرار گرفت. اولین مدل ارایه شده برای تحلیل پوششی داده‌ها به نام نویسنده‌گان آن معروف به مدل  $CCR^1$  است که در سال ۱۹۸۷ توسط چارنز، کوپر و رودز معرفی شد [۳۳]. مدل  $CCR$  تحت فرض بازده ثابت نسب به مقیاس و به صورت شعاعی اقدام به ارزیابی کارایی می‌کند. چارنز و همکاران (۱۹۷۸) مجموعه امکان تولید زیر را با فرض بازده به مقیاس ثابت برای مدل  $CCR$  استنباط کرده‌اند که به شرح ذیل است:

$$T_{CRS} = \left\{ (X, Y) \in \mathbb{R}_+^{m+s} \mid x_i \geq \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij}, i = 1, \dots, m, y_r \leq \sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj}, r = 1, \dots, s, \lambda_j \geq 0, j = 1, \dots, n \right\}$$

اگر  $n$  واحد تصمیم‌گیری داشته باشیم و  $X$  و  $Y$  را به ترتیب به عنوان مجموعه ورودی‌ها و مجموعه خروجی‌های واحدهای تصمیم‌گیری در نظر بگیریم و از اندیس  $i$  و  $r$  به ترتیب برای نشان دادن ورودی  $i$  ام از مجموعه  $X$  و خروجی  $r$  ام از مجموعه  $Y$  استفاده کنیم، بطوری که  $i = (1, \dots, m)$  و  $r = (1, \dots, s)$ . در این صورت کارایی واحد  $o$  یا  $DMU_o$  با جفت  $(x_o, y_o)$  از طریق فرمول زیر محاسبه می‌شود:

$$\begin{aligned} & \min \theta_o \\ & \text{s.t.} \\ & \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} \leq \theta_o x_{io}, (i = 1, 2, 3) \\ & \sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj} \geq y_{ro}, (r = 1) \\ & \lambda_j \geq 0, (j = 1, \dots, 14) \end{aligned} \tag{1}$$

مدل بالا فرم پوششی  $CCR$  در ماهیت ورودی محور است که در صدد یافتن کمترین مقدار ورودی برای تولید در واحد تحت ارزیابی است. با رویکرد خروجی محور و در راستای یافتن حداقل مقدار تولید با ورودی‌های موجود، فرم پوششی مدل  $CCR$  خروجی محور به صورت زیر خواهد بود:

$$\begin{aligned} & \max \varphi_o \\ & \text{s.t.} \\ & \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} \leq x_{io}, (i = 1, 2, 3) \\ & \sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj} \geq \varphi_o y_{ro}, (r = 1) \\ & \lambda_j \geq 0, (j = 1, 2, \dots, 14) \end{aligned} \tag{2}$$

<sup>1</sup> Charnes, Cooper & Rhodes

<sup>۲</sup> با توجه به اینکه در پژوهش حاضر  $i = 1, 2, 3$  و  $r = 1, 2, 3$  است، در تمامی مدل‌ها اندیس‌ها با اعداد مرتب درج شده‌اند.

ایراد وارد شده به مدل چارنر و همکاران، وابستگی میان رتبه‌بندی واحدهای تصمیم‌گیری و واحدهای اندازه‌گیری استفاده شده در مدل بود. بنکر و همکاران (۱۹۸۴) با حذف اصل بازده به مقیاس ثابت از اصول مجموعه امکان تولید مدل  $CCR$ ، مدل  $BCC^1$  را که به حرف اول نام نویسنده‌گانش معروف است، ارایه کردند. مجموعه امکان تولید مدل  $BCC$  با فرض بازده متغیر نسبت به مقیاس، به شرح ذیل است: [۳۴].

$$T_{VRS} = \left\{ (X, Y) \in \mathbb{R}_+^{m+s} \mid x_i \geq \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij}, i = 1, \dots, m, y_r \leq \sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj}, r = 1, \dots, s, \sum_{j=1}^n \lambda_j = 1, \lambda_j \geq 0, j = 1, \dots, n \right\}$$

مجموعه امکان تولید  $T_{VRS}$  دارای همه ویژگی‌های مجموعه  $T_{CRS}$  است، با تفاوت اینکه اصل بازده به مقیاس ثابت از اصول آن حذف شده است. فرض بازده متغیر نسبت به مقیاس اندازه‌گیری کارایی فنی خالص ( $PTE$ ) را فراهم می‌کند. از این رو مدل  $BCC$  نتایج قابل اعتمادتری را نسبت به مدل  $CCR$  ارایه می‌دهد [۱۰]. فرم پوششی مدل  $BCC$  ورودی محور برای  $DMU_o$  به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\begin{aligned} & \min \theta_o \\ & \text{s.t.} \\ & \sum_{j=1}^{14} \lambda_j x_{ij} \leq \theta_o x_{io}, (i = 1, 2, 3) \\ & \sum_{j=1}^{14} \lambda_j y_{rj} \geq y_{ro}, (r = 1) \\ & \sum_{j=1}^{14} \lambda_j = 1, (j = 1, \dots, 14) \\ & \lambda_j \geq 0. \end{aligned} \tag{۳}$$

از این رو فرم پوششی خروجی محور آن به صورت زیر است:

$$\begin{aligned} & \max \varphi_o \\ & \text{s.t.} \\ & \sum_{j=1}^{14} \lambda_j x_{ij} \leq x_{io}, (i = 1, 2, 3) \\ & \sum_{j=1}^{14} \lambda_j y_{rj} \geq \varphi_o y_{ro}, (r = 1) \\ & \sum_{j=1}^{14} \lambda_j = 1, (j = 1, \dots, 14) \\ & \lambda_j \geq 0. \end{aligned} \tag{۴}$$

در مدل‌های  $CCR$  و  $BCC$  ورودی محور  $\theta \leq 1$  و در مدل‌های خروجی محور،  $\varphi = \frac{1}{\theta}$  است. برای یک واحد کارا داریم  $\varphi = 1$  و  $\theta = 1$ .

<sup>1</sup> Banker, Charnes & Cooper

در راستای یافتن حداکثر هدرفت در ورودی‌ها و خروجی‌های فرآیند تولید، مدل جمعی در سال ۱۹۸۵ توسط چارنر و همکاران معرفی شد [۳۵]. مزیت اصلی مدل‌های جمعی نسبت به مدل‌های شعاعی این است که کارایی را بطور کامل ارزیابی می‌کند و نیاز به روش‌های دو مرحله‌ای نیست. برخلاف مدل‌های ورودی محور و خروجی محور که به ترتیب بر کاهش ورودی‌ها با حفظ میزان معینی از خروجی‌ها و افزایش خروجی‌ها با حفظ میزان معینی از ورودی‌ها تمرکز دارند، در مدل جمعی حرکت به سمت مرز کارایی شعاعی نیست و همزمان روی افزایش خروجی‌ها و کاهش ورودی‌ها تمرکز است. مدل جمعی با فرض بازده ثابت نسبت به مقیاس برای  $DMU_o$  به فرم زیر است:

$$\begin{aligned} \min - & \sum_{i=1}^r s_i^- - \sum_{r=1}^s s_r^+ \\ \text{s.t.} \\ & \sum_{j=1}^{14} x_{ij} \lambda_j + s_i^- = x_{io}, (i=1,2,3) \\ & \sum_{j=1}^{14} y_{rj} \lambda_j - s_r^+ = y_{ro}, (r=1) \\ & \lambda_j \geq 0, (j=1,2,\dots,14) \\ & s_i^-, s_r^+ \geq 0 \end{aligned} \quad (5)$$

و مدل جمعی با فرض بازده متغیر نسبت به مقیاس نیز به صورت زیر می‌باشد.

$$\begin{aligned} \min - & \sum_{i=1}^r s_i^- - \sum_{r=1}^s s_r^+ \\ \text{s.t.} \\ & \sum_{j=1}^{14} x_{ij} \lambda_j + s_i^- = x_{io}, (i=1,2,3) \\ & \sum_{j=1}^{14} y_{rj} \lambda_j - s_r^+ = y_{ro}, (r=1) \\ & \sum_{j=1}^{14} \lambda_j = 1, (j=1,2,\dots,14) \\ & s_i^-, s_r^+, \lambda_j \geq 0 \end{aligned} \quad (6)$$

در مدل فوق  $s_i^-$  متغیر مازاد متناظر با محدودیت ورودی  $i$  است که به هدررفت ورودی‌ها تعبیر می‌شود و در محدودیت‌های خروجی  $s_r^+$  متغیر متناظر با محدودیت خروجی  $r$  است که به میزان خروجی که امکان تولید داشته ولی در عین حال تولید نشده تعبیر می‌شود. مقدار تابع هدف در مدل جمعی غیر مثبت است و  $DMU_o$  در مدل جمعی کارای پارتون\_کوپمن است اگر مقدار بهینه مدل (۵) و (۶) برابر با صفر باشد. یعنی

$$\cdot \sum_{i=1}^m s_i^- = 0 \quad \text{و} \quad \sum_{r=1}^s s_r^+ = 0$$

سپس در سال ۱۹۸۲ مدل‌های ضربی تحلیل پوششی داده‌ها که مربوط به یک کلاس متفاوت از مدل‌های ارزیابی عملکرد هستند، توسط چارنز، کوپر، سیفورد و استونز ارایه شدند [۳۶]. برخلاف مدل‌های تحلیل پوششی داده‌های قبلی که مرز تابع تولید در آن‌ها خطی بود، مرز تابع تولید در مدل‌های ضربی بصورت کاب\_داگلاس (لگاریتم خطی) است. مدل‌های ضربی نسبت به مدل‌های قبلی تحلیل پوششی داده‌ها انعطاف پذیرتر بوده و مرز تابع تولید می‌تواند هر سه ویژگی تحدب، خطی و تعقر، مربوط به ویژگی‌های یک تابع تولید را اتخاذ نماید در نتیجه تولیدات حاشیه‌ای می‌توانند افزایشی، ثابت و کاهشی باشند [۳۷]. از این منظر مدل‌های ضربی انبساط بیشتری با مبانی اقتصادی ارزیابی عملکرد و اقتصاد تولید دارند. مقدار کارایی واحدهای تصمیم‌گیری ( $DMU$ ) کارا در مدل‌های ضربی و جمعی بجای ۱ برابر با  $\circ$  است. با فرض داشتن  $n$  واحد تصمیم‌گیری ( $DMU$ )، واحد ز ام را که شامل بردار خروجی  $Y_j$  با  $s$  خروجی و بردار ورودی  $X_j$  با  $m$  ورودی است، در نظر می‌گیریم. فرض داریم که ارزش مقادیر ورودی و خروجی برای همه  $n$  واحد بزرگتر از مقدار واحد (۱) است. در این صورت با شرط اینکه نسبت خروجی‌های وزن دار به ورودی‌های وزن دار برای همه  $i$  واحدها کمتر از ۱ باشد، کارایی نسبی  $DMU_o$  که شامل بردار ورودی  $X_o$  و بردار خروجی  $Y_o$  است، با استفاده از معادلات مربوط به مدل‌های ضربی تحلیل پوششی داده‌ها به صورت زیر محاسبه می‌شود [۳۶].

$$\begin{aligned} \max_{\mu, \nu} & \frac{\prod_{r=1}^s y_{r_o}^{\mu_r}}{\prod_{i=1}^m x_{i_o}^{\nu_i}} \\ s.t. & \frac{\prod_{r=1}^s y_{r_j}^{\mu_r}}{\prod_{i=1}^m x_{ij}^{\nu_i}} \leq 1, j = 1, \dots, 14 \\ & \mu_r \geq 1, r = 1 \\ & \nu_i \geq 1, i = 1, 2, 3 \end{aligned} \quad (7)$$

مدل (۷)، مدل ضربی با فرض بازده ثابت نسبت به مقیاس برای  $DMU_o$  است که در آن  $\mu_r$  نشان‌دهنده وزن خروجی‌ها و  $\nu_i$  نشان‌دهنده وزن ورودی‌ها است و برای جلوگیری از ناکارآمدی پارتو مقدار آن‌ها بزرگ‌تر از ۱ در نظر گرفته می‌شود. بدلیل اینکه مدل (۷) غیر خطی است، از آن لگاریتم گرفته می‌شود و سپس به شکل مدل (۸) قابل استفاده است [۳۶].

$$\begin{aligned} \max & \sum_{r=1}^s \mu_r \log y_{r_o} - \sum_{i=1}^m \nu_i \log x_{i_o} \\ s.t. & \sum_{r=1}^s \mu_r \log y_{rj} - \sum_{i=1}^m \nu_i \log x_{ij} \leq 0, j = 1, \dots, 14 \\ & -\mu_r \leq -1, r = 1 \\ & -\nu_i \leq -1, i = 1, 2, 3 \end{aligned} \quad (8)$$

مدل چارنر و همکاران در سال (۱۹۸۳) توسعه داده شد و مدل جدیدی برای کارایی ضربی ارایه شد که تحت فرض بازده متغیر نسبت به مقیاس عمل می‌کند. بنابر این کارایی  $DMU_o$  با استفاده از مدل ضربی با فرض بازده متغیر نسبت به مقیاس از طریق مدل زیر محاسبه می‌شود:

$$\begin{aligned} \max & \left( e^{\hat{\eta}} \prod_{r=1}^R y_{ro}^{\mu_r} \right) / \left( e^{\hat{\xi}} \prod_{i=1}^r x_{io}^{\nu_i} \right) \\ \text{s.t.} & \left( e^{\hat{\eta}} \prod_{r=1}^R y_{rj}^{\mu_r} \right) / \left( e^{\hat{\xi}} \prod_{i=1}^r x_{ij}^{\nu_i} \right) \leq 1, (j = 1, \dots, 14) \\ & -\mu_r \leq -\delta, (r = 1) \\ & -\nu_i \leq -\delta, (i = 1, 2, 3) \\ & -\hat{\eta} \leq 0, -\hat{\xi} \leq 0, \end{aligned} \quad (9)$$

$X_{ij}$  ورودی  $i$  ام از وحد تصمیم‌گیری  $j$  ام ( $DMU_j$ ) و  $Y_{rj}$  خروجی  $r$  ام از وحد تصمیم‌گیری  $j$  ام ( $DMU_j$ ) است. جایی که  $\delta > 0$  و  $DMU_o$  یکی از  $n$  واحد تصمیم‌گیری در محدودیت‌ها است [۳۸].

#### ۴ داده‌ها، متغیرها و نتایج پژوهش

##### ۴-۱ داده‌های پژوهش

هدف اصلی در پژوهش حاضر ارزیابی کارایی در سیستم بانکی ایران با استفاده از مدل‌های ضربی تحلیل پوششی داده‌ها است. برای این منظور یک نمونه ۱۴ تایی از بانک‌های ایرانی که ترتیب آن‌ها در جدول ۱ مشخص است، انتخاب شده‌اند. با توجه به محدودیت به دسترسی داده‌های برخی از بانک‌ها و از آن جایی که برای ارزیابی کارایی نیاز داریم تا اطلاعات مربوط به همه واحدها همگن باشد، به ناچار برخی از بانک‌ها از نمونه مورد بررسی کنار گذاشته شدند. با توجه به اینکه داده‌های جدیدتر برای تمامی بانک‌های مورد نظر قابل دسترسی نبود، پارامترهای تحقیق شامل ورودی‌ها و خروجی‌های مشاهده شده در بازه سال‌های مالی ۱۳۸۹ تا ۱۳۹۹ استفاده شده است. به ترتیب از سه پارامتر سرمایه، مجموع سپرده‌های دریافتی و مجموع دارایی‌ها به عنوان ورودی‌های تحقیق و یک پارامتر سود (زیان) خالص به عنوان خروجی تحقیق در نظر گرفته شده‌اند.

سرمایه: سرمایه به عنوان ارزش خالص بانک یا ارزش آن در مقابل صاحبان سهام بانک است. به عبارت دیگر سرمایه بعنوان حق مالی مالی صاحبان سهام بانک، نسبت به دارایی‌های بانک تعریف می‌شود و از کسر بدھی‌های بانک از دارایی‌های آن قابل محاسبه است.

مجموع سپرده‌های دریافتی: سپرده‌های بانکی مبالغی هستند که توسط اشخاص حقیقی و حقوقی به امانت بانک گذاشته می‌شوند. سپرده‌های بانکی به صورت وام و تسهیلات بانکی در اختیار سرمایه گذاران و اشخاص حقیقی و حقوقی قرار می‌گیرند و این طریق نقدیگی کشور فراهم می‌شود.

مجموع دارایی‌ها: کلیه اموال و حقوق دارای ارزش پولی که تحت مالکیت بانک باشند، دارایی بانک نامیده می‌شوند. در تعریف دیگر دارایی شامل کلیه اموال، مطالبات و منابع اقتصادی متعلق به موسسه که در نتیجه عملیات یا رویدادهای گذشته ایجاد شده، قابل تقویم به پول و دارای منافع اقتصادی آتی باشد، بیان شده است. سود (زیان) خالص: سود (زیان) خالص به عنوان نتیجه عملیات یک موسسه که در اینجا منظور بانک است، تعریف می‌شود. سود (زیان) خالص پس از کسر هزینه‌های صورت گرفته از درآمدهای بانک، حاصل می‌شود.

#### ۴- نتایج و یافته‌های پژوهش

با استفاده از مدل‌های ضربی و جمعی، کارایی واحدهایی که بالاترین سطح عملکردی را دارند برابر صفر به دست می‌آید و این واحد به عنوان مرجع برای بهبود سطح کارایی سایر واحدها که سطح عملکردی پایین‌تری دارند و کارایی کمتر از صفر را به خود اختصاص می‌دهند، استفاده می‌شود. اینکه یک واحد بالاترین سطح عملکردی را داشته باشد و مقدار کارایی صفر را در مدل ضربی به خود اختصاص دهد، بدین معنا نیست که در نمونه‌های مختلف هم کارآمد باشد یا نتوان سطح کارایی آن را از این میزان افزایش داد، بلکه با توجه به ورودی‌ها و خروجی‌هایی که در نمونه مورد بررسی در نظر گرفته شده‌اند، نسبت به سایر واحدها توانسته سطح عملکردی بالایی داشته و بیشترین امتیاز کارایی را به خود اختصاص دهد.

با توجه به مقادیر ورودی و خروجی، مقدار تابع هدف مربوط به مدل‌های شعاعی و غیر شعاعی برای هر کدام از واحدها با استفاده از مدل‌های *DEA* و نرم افزار *Lingo* محاسبه شده و در جداول زیر ارایه شده است.

**جدول ۱. مقادیر کارایی حاصل از اجرای مدل CCR ورودی محور**

شماره بانک	۱۳۹۹	۱۳۹۸	۱۳۹۷	۱۳۹۶	۱۳۹۵	۱۳۹۴	۱۳۹۳	۱۳۹۲	۱۳۹۱	۱۳۹۰	۱۳۸۹
۱	۰/۲۴۴۰۹	۰/۲۸۰۳۴	۰/۳۲۴۴۳	۰/۲۴۶۳۲	۰/۲۴۵۳۹	۰/۲۸۴۱۶	۰/۷۸۷۰۸	۰/۱۳۹۷۳	۰/۷۵۵۰۷	۰/۹۱۷۱۴	۰/۹۰۳۴۷
۲	۰/۸۰۴۵۹	۰/۸۴۸۴۹	۱	۰/۵۸۷۵۵	۰/۴۸۵۴	۰/۷۱۸۸۷	۱	۰/۴۱۷۸۳	۱	۱	۱
۳	۰/۱۷۷۴	۰/۰۷۶۲	۰/۱۷۱۶۶	۰/۰۷۰۳	۰/۰۶۹۷	۰/۲۲۸۷۹	۰/۸۸۷۱۵	۰/۰۴۵۴۸	۰/۵۴۶۲۲	۰/۶۵۷۹	۰/۶۸۱۵۴
۴	۶/۸۹E-۶	۷/۸۷E-۶	۰/۰۱۲	۴/۹۱E-۶	۰/۰۷۶۸	۰/۲۷۸۵۴	۰/۰۲۱۵	۷/۴۵E-۶	۰/۰۲۶۶	۰/۰۲۰۱۷	۰/۰۳۴۸۷
۵	۰/۲۳۸۵	۰/۱۲۵۶۸	۰/۱۲۴۴۵	۰/۱۳۰۴۷	۱	۱	۰/۲۸۲۵۹	۰/۰۹۴۴	۰/۸۱۳۵	۱	۰/۸۲۸۸۶
۶	۰/۳۳۳۱۵	۰/۱۵۵۶۸	۰/۱۶۰۷۳	۰/۱۱۳۸۷	۰/۰۹۲۳	۰/۳۰۹۶۹	۰/۷۴۲۹۵	۰/۱۳۲۱۴	۱	۱	۰/۷۹۵۲۴
۷	۱	۱	۱	۱	۱	۰/۰۰۵۷۲	۱	۱	۰/۶۹۳۰۲	۰/۶۰۱۷۱	
۸	۰/۲۰۷۰۱	۰/۱۳۹۶۹	۰/۱۶۲۱۵	۰/۱۴۱۶۹	۰/۱۳۸۷۵	۰/۱۴۰۵۳	۰/۰۷۹۳	۰/۱۳۵۵۸	۰/۱۳۱۴۱	۰/۸۶۸۷۹	۰/۳۲۵۴
۹	۰/۱۸۴۶۶	۰/۰۵۷۷	۰/۰۴۲۶	۰/۰۳۷	۰/۱۲۵۰۱	۰/۲۶۴۰۸	۰/۰۵۱۹	۰/۳۶۹۵۵	۰/۳۵۰۳۱	۰/۶۳۸۱۵	
۱۰	۰/۷۷۷۳۹	۰/۴۳۳۴۲	۰/۴۵۵۱۷	۰/۴۱۳۶۴	۰/۴۶۴۳۳	۰/۴۳۳۵۳	۰/۵۳۴۷۸	۰/۱۸۸۶۶	۰/۴۲۶۸۱	۰/۳۹۲۰۲	۰/۷۴۳۷۸
۱۱	۰/۰۷۴۹	۰/۶۳۰۶۹	۰/۰۰۰۱۲	۰/۳۲۰۳۱	۰/۰۰۰۱۶	۰/۰۰۱۲	۰/۴۳۹۹۷	۰/۳۸۴۲۲	۰/۸۶۷۰۳	۰/۱۵۳۹	۰/۵۱۷۹۷
۱۲	۰/۱۶۵۷۳	۰/۰۹۴۲	۰/۰۹۵۹	۰/۰۸۲۷	۰/۰۸۲۶	۰/۳۰۴۸۷	۰/۱۹۰۷۷	۰/۰۸۱۶	۰/۰۰۱۱۴	۰/۰۰۰۱۸۶	۰/۰۶۲۴۳
۱۳	۰/۷۸۳۹۸	۰/۷۲۳۶۴	۰/۷۵۵۴۴	۰/۵۱۷۰۱	۰/۳۹۹۶	۰/۴۵۷۱۸	۱	۰/۲۲۸۹۳	۰/۷۲۶۸۵	۰/۷۶۳۶	۰/۶۵۱۴۱
۱۴	۰/۲۴۶۰۹	۰/۰۶۵۴	۰/۰۷۳۶	۰/۰۲۳۶	۰/۰۸۱۲	۰/۱۳۳۸۵	۰/۲۳۵۲۴	۰/۰۵۳۳	۰/۴۱۱۳۶۱	۰/۰۵۰۴۵۳	۰/۵۴۶۲۱

از جدول ۱ برآورد می‌شود که بانک ۲ در سال‌های ۱۳۸۹، ۱۳۹۱، ۱۳۹۰، ۱۳۹۳ و ۱۳۹۷ در سال‌های ۱۳۹۰، ۱۳۹۴ و ۱۳۹۵، بانک ۶ در دو سال متوالی ۱۳۹۱ و ۱۳۹۲، بانک ۷ در سال‌های ۱۳۹۱، ۱۳۹۲، ۱۳۹۳، ۱۳۹۴، ۱۳۹۵، ۱۳۹۶، ۱۳۹۷، ۱۳۹۸ و ۱۳۹۹ و بانک ۱۳ در سال ۱۳۹۳ بالاترین امتیاز کارایی را به خود اختصاص

داده‌اند. و پایین‌ترین امتیاز کارایی متعلق به بانک ۴ در سال ۱۳۹۸ با امتیاز کارایی ۰/۰۰۰۰۰۲۸۷ است. جدول ۲ رتبه‌بندی بانک‌ها با توجه به میانگین نمره کارایی در مدل *CCR* ورودی محور را نشان میدهد. یکی از مولفه‌هایی که در ارزیابی فوق حائز اهمیت است ساختار حکمرانی بانک‌های تحت ارزیابی و نتایج حاصله از ارزیابی عملکرد می‌باشد. بانک‌هایی که غالباً ساختار و مالکیت خصوصی دارند و احتمالاً چابک‌تر هستند از عملکردهای عملکرد می‌باشد. بانک‌ها با ساختار دولتی را داریم که عملکرد نسبی مطلوبی را از خود به نمایش نمی‌گذارند. موضوع دیگری که حائز اهمیت است اندازه و سایز بانک‌هاست. متوسط کارایی بانک‌ها با اندازه بیشتر از متوسط صنعت از متوسط کارایی بانک‌ها با اندازه کمتر از متوسط صنعت بیشتر می‌باشد. این مطلب بیان‌گر این موضوع است که در صنعت بانکداری و مطالعه حاضر الزاماً بزرگ‌تر بودن یک بنگاه به بهبود عملکرد آن کمکی نمی‌کند. این موضوع زمانی بغرنج‌تر می‌شود که ساختار بنگاه مورد نظر دولتی نیز باشد.

جدول ۲. رتبه‌بندی با در نظر گرفتن میانگین کارایی برای هر بانک در مدل *CCR* ورودی محور

میانگین کارایی	نام بانک	شماره	میانگین کارایی	نام بانک	شماره
۰/۳۲۸۳۸۷	بانک ۳	۸	۰/۸۴۵۴۹۶	بانک ۷	۱
۰/۳۰۸۲۲۲	بانک ۱۱	۹	۰/۸۰۵۷۰۴	بانک ۲	۲
۰/۲۲۴۵۷۸	بانک ۸	۱۰	۰/۶۴۶۱۵۵	بانک ۱۳	۳
۰/۲۱۵۸۵	بانک ۱۴	۱۱	۰/۵۱۴۴۰۴	بانک ۵	۴
۰/۱۹۵۹۴۷	بانک ۹	۱۲	۰/۴۷۱۵۶۶	بانک ۱	۵
۰/۱۰۵۷۹۵	بانک ۱۲	۱۳	۰/۴۷۰۶۴۸	بانک ۱۰	۶
۰/۰۴۲۵۹۴	بانک ۴	۱۴	۰/۴۳۹۶۱۵	بانک ۶	۷

با  
توجه به جدول ۲، بانک‌های ۷، ۲ و ۱۳ به ترتیب بیشترین میانگین کارایی را در طی دوره ۱۳۸۹-۱۳۹۹ به خود اختصاص داده‌اند در صورتی که بانک‌های ۴، ۱۲ و ۹ به ترتیب ناکارآمدترین بانک‌ها در طی دوره مورد بررسی بر اساس مدل *CCR* ورودی محور هستند.

جدول ۳. مقادیر کارایی حاصل از اجرای مدل *CCR* خروجی محور

شماره بانک	۱۳۹۹	۱۳۹۸	۱۳۹۷	۱۳۹۶	۱۳۹۵	۱۳۹۴	۱۳۹۳	۱۳۹۲	۱۳۹۱	۱۳۹۰	۱۳۸۹
۱/۰۹۵۷۹۷	۳/۰۵۹۷۱۴۹	۳/۰۸۲۳۴۲	۴/۰۵۹۷۲	۴/۰۷۵۰۷	۲/۰۶۳۱۱	۱/۰۳۸۵۳۷	۷/۱۵۶۷۸۹	۱/۰۳۲۴۳۸۲	۱/۰۹۰۳۴۷	۱/۱۰۶۸۸	۱
۱/۲۴۲۸۶۱	۱/۱۷۸۵۶۲	۱	۱/۷۰۱۹۷۵	۲/۰۶۰۱۵۷	۱/۳۹۱۰۶۹	۱	۲۳۹۳۸۸	۱	۱	۱	۲
۰/۶۳۶۸۵۳	۱۳/۱۳۰۳۳	۵/۰۲۵۰۱	۱۴/۱۳۳۹	۱۴/۱۳۴۸۵	۴/۰۷۰۸۷۹	۱/۱۲۷۷۲۰۱	۲۱/۹۸۸۷۲	۱/۰۸۳۴۷۹	۱/۰۵۱۹۹۸۲	۱/۴۶۷۲۷۴	۳
۱۴۵۰۷۹/۹	۳۷۸۵۹۹/۹	۸۳/۱۱۴۷۷	۲۲۳۸۷۷۴/۰	۱۳/۰۱۰۵	۳/۰۵۰۱۷۶	۴۶/۰۵۸۷۱	۱۳۴۳۰۳/۹	۳۷/۰۵۹۲۷۶	۴۹/۰۵۷۷۲	۳۰/۰۴۲۰۳۷	۴
۴/۱۹۷۲۸۸	۷/۹۵۷۷۹	۶/۹۲۲۹۶۶	۷/۵۶۲۲۸۸۹	۱	۱	۳/۰۳۸۷۵۱	۱۰/۰۵۹۳۹	۱/۰۲۹۲۵۲	۱	۱/۰۶۴۳۷	۵
۳/۰۰۱۶۱۲	۶/۴۲۳۴۲۶	۶/۲۱۱۴۰۳	۸/۷۸۲۰۴۵	۱۰/۰۴۳۴۹	۳/۰۲۲۹۰۰۱	۱/۰۳۴۹۸۳	۷/۰۵۷۸۴۹	۱	۱	۱/۰۵۷۴۸۴	۶
۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱۷۸/۸۵۶	۱	۱	۱/۰۴۴۲۹۵۵	۱/۰۶۱۹۱۷	۷
۴/۱۸۲۶۶۶	۷/۱۵۸۵۶۸	۶/۱۶۷۰۱۷	۷/۰۵۷۴۳۳	۷/۰۲۰۷۷۸	۷/۱۱۶۰۴۹	۱۲/۰۱۶۱۶	۷/۰۷۵۶۸۵	۷/۰۶۰۹۹۵۹	۱/۰۵۱۰۲	۳/۰۷۳۱۷۲	۸
۰/۴۱۵۴۰۸	۱۷/۰۴۶۰۱	۲۳/۰۴۸۴۵	۷۹/۰۵۷۳۴	۲۷/۰۱۱۵	۷/۹۹۹۹۲۰۱	۳/۰۷۸۷۶۵	۱۹/۰۵۵۵	۲/۰۷۶۰۱	۲/۰۸۴۵۶۳	۱/۰۵۷۰۲۳	۹
۱/۲۸۶۳۵۸	۲/۰۷۸۷۷۲	۲/۱۹۶۹۸۸	۲/۰۷۱۷۵	۲/۰۷۳۲۰۶	۲/۰۳۶۶۵۱	۱/۰۶۹۹۹۱	۵/۰۳۰۰۴۵۷	۲/۰۳۴۲۹۳۴	۲/۰۵۵۰۸۹	۱/۰۳۸۰۰۷	۱۰
۱۳/۰۵۸۰۵۵	۱/۰۵۸۵۷۶	۸۱۱۳/۶۱۴	۳/۱۲۱۹۴	۶۲۳۵/۰۷۶	۸۳۶/۰۶۲۲۳	۲/۰۷۷۸۹۳	۲/۰۶۰۴۶۶	۱/۰۱۳۳۵۷	۶/۰۹۷۵۰۸۵	۱/۰۳۰۶۰۷	۱۱
۰/۰۳۴۰۱۰	۱۰/۶۲۰۱۳	۱۰/۴۹۰۵۴	۱۲/۰۹۱۳۴	۱۲/۰۰۰۴۳	۳/۰۲۸۰۳۶	۰/۰۴۱۸۰۸	۱۲/۰۵۰۸۲۱	۸۸۰/۰۴۱۲۱	۰/۰۳۶۷۴۰۶	۱۶/۰۱۶۸۷	۱۲
۱/۰۷۵۵۳۵	۱/۳۸۱۸۹۷	۱/۰۲۲۷۳۸	۱/۰۳۴۲۱۴	۲/۰۵۰۲۱۵	۲/۰۸۷۳۱۵	۱	۳/۰۴۰۱۹۳	۱/۰۳۷۵۷۸۹	۱/۰۳۰۹۵۷۸	۱/۰۵۳۵۱۴	۱۳
۰/۰۳۵۴۴	۱۵/۰۸۳۴۶	۱۳/۰۵۸۷۶۲	۴۲/۰۴۹۴۲	۱۲/۰۳۲۲۸۲	۷/۰۴۷۱۰	۴/۰۲۵۰۱۲۸	۱۸/۰۵۰۳۱	۲/۰۴۳۰۰۵۴	۱/۰۹۸۰۲۷	۱/۰۸۰۰۸۱	۱۴

با توجه به جدول ۳ و نمرات کارایی حاصل از اجرای مدل *CCR* خروجی محور، مشاهده می‌شود مدل *CCR* خروجی محور در مورد واحدهای کارا در هر دوره نتایجی مشابه نتایج مدل *CCR* ورودی محور ارایه

می‌کند. همچنین همانند جدول ۱، بانک ۴ در سال ۱۳۹۸ با امتیاز کارایی ۳۴۸۵۹۹/۹ ناکارآمدترین واحد در طول کل دوره است.

جدول ۴ رتبه‌بندی بانک‌ها با توجه به میانگین نمره کارایی در مدل *CCR* خروجی محور را نشان می‌دهد.

**جدول ۴.** رتبه‌بندی بانک‌ها با توجه به میانگین نمره کارایی در مدل *CCR* خروجی محور

شماره	نام بانک	میانگین کارایی	نام بانک	شماره	میانگین کارایی
۱	بانک ۲	۱/۳۶۰۷۱۹	بانک ۳	۸	۷/۷۷۰۸۰۹
۲	بانک ۱۳	۱/۷۱۵۰۵	بانک ۹	۹	۱۱/۳۰۹۳۶
۳	بانک ۱۰	۲/۴۱۴۷۱۲	بانک ۹	۱۰	۱۲/۷۶۸۸۹
۴	بانک ۱	۳/۰۴۵۵۵۲	بانک ۷	۱۱	۱۶/۹۰۵۲۲
۵	بانک ۵	۴/۲۰۹۵۷۹	بانک ۱۲	۱۲	۱۳۶/۸۳۸۷
۶	بانک ۶	۴/۶۰۵۶۶۳	بانک ۱۱	۱۳	۱۳۸۳/۴۴
۷	بانک ۸	۶/۴۸۷۳۶۲	بانک ۴	۱۴	۷۸۸۲۹/۲۸

بر اساس رتبه‌بندی جدول ۴ بانک‌های ۲، ۱۳ و ۱۰ به ترتیب کارآمدترین بانک‌ها و بانک‌های ۱۱، ۱۲ و ۱ به ترتیب ناکارآمدترین بانک‌ها از نظر میانگین نمره کارایی در طول دوره مورد بررسی با استفاده از مدل *CCR* خروجی محور هستند.

عملکرد بانک‌ها با در نظر گرفتن مقیاس و نوع مالکیت آن‌ها همانند حالت بازده به مقیاس ثابت در حالت بازده به مقیاس متغیر نیز مورد توجه است و بانک‌ها با مالکیت دولتی و غالباً مقیاس بزرگ عملکرد پایین‌تری نسبت به بانک‌های کوچک‌تر با مالکیت خصوصی دارند هر جند که استثنایی چون بانک خصوصی شماره ۱۳ نیز وجود دارد.

**جدول ۵.** مقادیر کارایی حاصل از اجرای مدل *BCC* ورودی محور

شماره بانک	۱۳۹۹	۱۳۹۸	۱۳۹۷	۱۳۹۶	۱۳۹۵	۱۳۹۴	۱۳۹۳	۱۳۹۲	۱۳۹۱	۱۳۹۰	۱۳۸۹
۱	۰/۹۳۱۰۰۵	۰/۲۸۱۰۰۴	۰/۳۸۳۳۶۳	۰/۲۵۳۱۷۳	۰/۲۴۶۲۱۱	۰/۶۹۳۵۸۵	۰/۷۴۷۳۲۵	۰/۶۰۸۴۰۳	۰/۹۳۱۰۰۵	۱	۱
۲	۰/۹۳۰۲۱۲	۱	۱	۰/۹۵۳۴۳۴	۰/۷۴۸۰۲۵	۱	۱	۱	۱	۱	۲
۳	۰/۹۴۹۸۳۳	۱	۱	۱	۰/۲۹۹۷۵۵	۱	۱	۱	۱	۰/۹۵۸۲۴۳	۰/۹۶۰۴۴۹
۴	۰/۱۲۶۰۷۲	۴/۱۷۸-۰-۲	۴/۱۷۸-۰-۲	۳/۷۱۸-۰-۲	۱	۱	۴/۸۷۸-۰-۲	۳/۱۱۸-۰-۲	۲/۸۷۸-۰-۲	۲/۵۷۸-۰-۲	۴/۱۲۶-۰-۲
۵	۰/۱۲۴۴۸	۰/۱۳۸۳۸۴	۰/۲۱۲۴۱۴	۰/۱۳۶۰۶۹	۱	۱	۰/۳۷۳۴۳۸	۰/۸۵۸۲۰۴	۱	۱	۵
۶	۱	۱	۰/۵۵۷۹۵۱	۰/۹۶۶۱۰۵	۰/۱۶۱۱۱۵	۰/۸۶۲۶۱	۱	۱	۱	۱	۶
۷	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۷
۸	۰/۲۰۷۷۱۳	۰/۲۴۳۰۴۶	۰/۳۰۸۷۲۵	۰/۳۶۱۴۷	۰/۱۴۵۳۷	۰/۱۴۶۵۸۹	۰/۱۸۲۲	۰/۲۵۳۹۷۶	۰/۱۵۱۵۳	۰/۶۲۶۸۱۶	۸
۹	۰/۷۴۵۲۸	۰/۲۵۷۳۵۷	۵/۷۶۸-۰-۲	۵/۵۹۸-۰-۲	۵/۵۹۸-۰-۲	۰/۴۷۹۲۷۵	۰/۳۲۲۸۴۴	۰/۲۱۷۲۲۳	۰/۴۶۸۳۶۶	۰/۴۶۳۴۸۴	۹
۱۰	۰/۷۸۶۱۹۵	۰/۴۰۴۱۲۵	۰/۸۵۰۳۲۶	۱	۰/۴۱۳۸۶۳	۰/۵۲۶۰۳۷	۰/۷۳۳۴۱۵	۰/۴۳۲۷۰۱	۰/۴۵۳۲۵۹	۰/۴۳۲۴۶۸	۰/۷۶۸۰۵۷۱
۱۱	۱	۱	۰/۹۳۴۰۲۵	۰/۸۰۸۲۵	۰/۸۰۸۲۵	۱	۰/۶۲۱۳۱۹	۰/۹۳۲۸۹۴	۰/۴۷۱۸۹۲	۰/۶۹۱۴۴۷	۱۱
۱۲	۰/۱۸۱۸۷۲	۹/۴۳۸-۰-۲	۰/۱۰۷۳۰۱	۰/۲۰۰۷۸	۰/۱۰۳۶۰۸	۰/۳۵۴۲۱۸	۰/۴۱۳۹۱۴	۰/۱۳۹۸۵۵	۷/۱۵۸-۰-۲	۸/۹۳۸-۰-۲	۱۲
۱۳	۰/۸۱۱۶۳۵	۰/۸۴۶۴۶۳	۰/۸۵۴۷۸	۱	۰/۶۹۶۹۴۷	۰/۷۷۰۹۰۶	۱	۰/۷۵۶۰۸۵	۰/۷۸۷۳۷۹	۰/۶۸۰۶۶۱	۱۳
۱۴	۱	۶/۸۴۸-۰-۲	۷/۷۹۸-۰-۲	۷/۱۰۷۸-۰-۲	۰/۵۵۹۷۸۵	۰/۳۴۴۸۸	۰/۲۴۳۹۵	۰/۷۳۶۰۵۳	۰/۵۷۵۵۳	۰/۵۰۶۰۶۸	۰/۶۴۳۴۹۷۸

با توجه به جدول ۵ بانک‌هایی که امتیاز کارایی ۱ را به خود اختصاص داده‌اند کارا در نظر گرفته می‌شوند. بانک ۷ تنها بانکی است که در کل دوره مورد بررسی امتیاز کارایی ۱ را به خود اختصاص داده است. امتیاز کارایی سایر بانک‌ها در طول دوره دچار نوسانات شده است. ناکارآمدترین بانک از نظر امتیاز کارایی بانک

شماره ۴ در سال ۱۳۹۰ با امتیاز کارایی ۰/۰۲۵۷ می‌باشد. در ادامه رتبه‌بندی بانک‌ها با توجه به میانگین نمره کارایی حاصل از اجرای مدل *BCC* ورودی محور است.

**جدول ۶.** رتبه‌بندی بانک‌ها با توجه به میانگین نمره کارایی در مدل *BCC* ورودی محور

شماره	نام بانک	میانگین کارایی	شماره	نام بانک	میانگین کارایی	شماره	نام بانک
۱	بانک ۷	۱	۸	بانک ۱۰	۰/۶۱۸۲۷۲	۰/۶۱۸۲۷۲	
۲	بانک ۲	۰/۹۷۰۰۶۱	۹	بانک ۱	۰/۵۸۹۹۶۹		
۳	بانک ۳	۰/۸۹۷۱۱۶	۱۰	بانک ۱۴	۰/۴۴۵۶۵۸		
۴	بانک ۶	۰/۸۶۲۹۸	۱۱	بانک ۱۰	۰/۳۶۳۹۳۸		
۵	بانک ۱۳	۰/۸۳۶۹۵۹	۱۲	بانک ۸	۰/۳۲۸۳۸۹		
۶	بانک ۱۱	۰/۸۲۵۱۲۲	۱۳	بانک ۴	۰/۲۱۳۲۷۴		
۷	بانک ۵	۰/۶۴۰۲۷۷	۱۴	بانک ۱۲	۰/۱۶۶۲۸۷		

جدول ۶ نشان می‌دهد بانک‌های ۷، ۲ و ۳ به ترتیب کارآمدترین بانک‌ها و سه بانک ۱۲، ۴ و ۸ به ترتیب ناکارآمدترین بانک‌ها با توجه به میانگین امتیاز کارایی در کل دوره می‌باشند.

جدول ۷ نتایج مشابه با جدول ۵ را در رابطه با واحدهای کارا در هر دوره ارایه می‌کند. مانند حالت ورودی محور بانک شماره ۷ در طی کل سال‌های مورد بررسی کارا است و بانک ۴ در سال ۱۳۹۹ با امتیاز کارایی ۲۰۹۹۸.۱ ناکارآمدترین بانک به شمار می‌آید. در ادامه رتبه‌بندی بانک‌ها با استفاده از مدل *BCC* خروجی محور در جدول ۸ ارایه شده است.

مطابق با جدول ۸ بانک‌های شماره ۷، ۲ و ۳ همانند جدول ۶ به ترتیب کارآمدترین بانک‌ها از نظر میانگین امتیاز کارایی در طول کل دوره و بانک‌های شماره ۴، ۱۱ و ۱۲ به ترتیب ناکارآمدترین بانک‌ها هستند.

با توجه به جدول ۹ و مقادیر کارایی حاصل از اجرای مدل جمعی با فرض بازده ثابت نسبت به مقیاس، واحدهایی که امتیاز کارایی ۰ را به خود اختصاص داده‌اند، کارا محسوب می‌شوند. مدل جمعی با فرض بازده ثابت نسبت به مقیاس در مورد واحدهای کارا در هر دوره نتایجی مشابه نتایج مدل‌های *CCR* ورودی محور و خروجی محور ارایه می‌کند. کمترین امتیاز کارایی در این جدول مربوط به بانک شماره ۴ در سال ۱۳۹۹ است. در جدول ۱۰ رتبه‌بندی بانک‌ها با توجه به میانگین امتیاز کارایی در طول کل دوره مورد بررسی با استفاده از مدل جمعی با فرض بازده ثابت نسبت به مقیاس آورده شده است.

**جدول ۷.** مقادیر کارایی حاصل از اجرای مدل *BCC* خروجی محور

شماره بانک	۱۳۹۰	۱۳۸۹	۱۳۹۱	۱۳۹۲	۱۳۹۳	۱۳۹۴	۱۳۹۵	۱۳۹۶	۱۳۹۷	۱۳۹۸	۱۳۹۹
۱/۰۶۲۱۸۳	۱	۱	۱/۰۵۱۳۱۸	۱/۰۶۲۴۳۵	۱/۱۳۱۷۹۵	۱/۰۶۹۰۴۲	۱/۰۳۱۹۵۴	۱/۱۷۵۸۹۸	۱/۰۵۷۱۲۴	۱/۱۳۲۷۸۸	۱/۰۰۸۳۲۴
۱/۰۲۳۷۴۷	۲	۱	۱	۱	۱/۰۱۳۸۹۶	۱/۰۰۲۱۴۶	۱/۰۰۲۱۴۶	۱/۰۰۲۱۴۶	۱	۱	۱/۰۱۴۸۶۹
۱۷/۴۷۴۱۶	۴	۲۲/۶۹۰۰۵	۱۸/۰۸۰۹۶	۶۲۴۴/۵۵۷	۱۶/۵۶۴۵۶	۱	۱	۹۶۲۸/۵	۹/۴۹۴۳۸۸	۱۷/۷۹۷۹/۶	۲۰/۹۸۸/۱
۵	۱	۱	۱	۱/۰۲۳۶۸۶	۱/۰۲۳۶۸۶	۱	۱	۱/۰۵۳۱۷۹	۱/۰۵۴۴۵۰۲	۱/۶۱۶۱۷۶	۱/۰۰۸۳۲۴
۶	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱/۱۹۰۷۸	۱/۱۹۵۲۶۶	۱/۰۰۰۷۹۸	۱
۷	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱
۸	۲/۴۱۱۰۱۵	۱	۱	۶/۷۴۱۵۶۵	۶/۷۴۱۵۶۵	۱/۲۱۸۹۴۲	۹/۲۷۹۴۳۷	۲/۰۰۹۴۵۱	۱/۱۳۱۸۵۲	۱/۰۲۱۷۶۳	۱/۳۳۵۱۸۳
۹	۱	۱	۱	۱/۱۷۸۹۴۷	۱/۱۷۸۹۴۷	۱/۰۷۵۶۰۶	۱/۰۷۵۶۰۶	۱/۰۵۶۶۰۶	۱/۰۵۷۱۲۴	۱/۱۳۲۷۸۸	۱/۰۰۸۳۲۴

۱/۰۵۹۸۳۳	۱/۰۱۷۲	۱/۰۳۷۶۱۷	۱	۱/۰۳۱۰۳۷	۱/۲۶۳۶۸۵	۱/۸۶۹۷۵۶	۱/۰۷۲۲۸۲	۲/۰۹۳۴۹۴	۲/۴۸۳۵۹۶	۱/۳۳۸۰۰۷	۱۰
۱	۱	۷۶۷۵/۰۸	۲/۰۳۲۸۶۵	۵۰۶۵/۰۸	۷۱۴/۸۹۲۲	۱	۱/۰۳۰۱۳۳	۱/۰۵۸۳۶	۵/۸۶۶۴۲۶	۱/۸۷۹۸۲۳	۱۱
۲/۱۴۹۴۴۶	۱/۱۵۵۰۹۳	۱/۶۹۷۶۰۵۵	۱/۰۲۶۹۵۹	۱/۴۱۶۸۹۷	۱/۳۷۷۲۹۱	۵/۱۳۶۱۵۷	۱/۱۳۹۹۶۱	۵۶۷/۷۴۴۳	۵۷۴/۲۲۲۲	۱۳/۷۵۶۴	۱۲
۱/۰۸۷۵۰۸	۱/۰۰۴۱۶۱	۱/۰۱۳۶۱۶	۱	۱/۰۱۹۵۸۵	۱/۰۹۷۶۹۶	۱	۱	۱/۲۹۷۹۷۸	۱//۲۹۱۴۰۳	۱/۳۵۱۴	۱۳
۱	۱/۲۴۰۰۸۹	۱/۹۶۷۷۱۶	۳/۱۸۵۸۶۱	۱/۱۱۶۹۶۳	۱/۵۹۴۰۸۴	۲/۸۶۵۰۲۴	۱/۰۵۷۳۲۸	۱/۵۴۰۴۵۳	۱/۴۲۳۰۱۵	۱/۳۷۲۰۲۷	۱۴

جدول ۸. رتبه‌بندی بانک‌ها با توجه به میانگین نمره کارایی در مدل *BCC* خروجی محور

میانگین کارایی	نام بانک	شماره	میانگین کارایی	نام بانک	شماره
۱/۳۸۷۸۴۶	بانک ۱۰	۸	۱	بانک ۷	۱
۱/۶۶۹۳۳۹	بانک ۱۴	۹	۱/۰۰۲۲۱۵	بانک ۲	۲
۱/۶۸۵۳۶۶	بانک ۹	۱۰	۱/۰۳۶۸۳۷	بانک ۳	۳
۲/۶۰۱۳۵	بانک ۸	۱۱	۱/۰۷۳۷۰۳	بانک ۶	۴
۱۰۲/۷۶۰۴	بانک ۱۲	۱۲	۱/۱۱۴۱۹۵	بانک ۱	۵
۱۲۲۴/۵۸۷	بانک ۱۱	۱۳	۱/۱۲۲۱۰۵	بانک ۱۳	۶
۴۹۹۴/۲۸۴	بانک ۴	۱۴	۱/۳۵۰۷۱۴	بانک ۵	۷

جدول ۹. مقادیر کارایی حاصل از اجرای مدل جمعی با فرض بازده ثابت نسبت به مقیاس

شماره بانک	۱۳۹۹	۱۳۹۸	۱۳۹۷	۱۳۹۶	۱۳۹۵	۱۳۹۴	۱۳۹۳	۱۳۹۲	۱۳۹۱	۱۳۹۰	۱۳۸۹
۱	-۲۰۹۳۱۵	-۸۹۹۰۹	-۵۷۵۸۸۳	-۶-۷۸۷۴۳۲	-۶۶۶۸۱۱	-۶۶۰۷۸	-۴۵۶۵۴۹	-۴۷۹۲۱۲	-۱۵۹۰۸۲	-۱۲۹۳۷۰	-۱۲۹۵۹۲
۲	-۱۹۸۴۷۲	-۹۵۸۷۰/۶	*	-۱۴۵۰۸۹	-۱۳۷۰۶۸	-۷۲۰۰۶۷	*	-۱۰۸۹۰	*	*	*
۳	-۱/۴E+۰۷	-۶۶۶۸۱۲۱	-۴۹۵۱۹۳۲	-۳۶۲۵۹۰۹	-۲۹۸۳۷۶۰	-۲۷۲۶۶۹۷	-۱۴۶۲۸۳۸	-۲۲۲۵۵۰۷	-۱۴۲۹۹۰۸	-۱۰۶۶۴۳۴	-۹۲۰۱۶۰
۴	-۱/۲۵E+۰۷	-۸۱۵۰۷۶۳	-۶۱۲۸۷۷	-۵۰۷۵۰۲۸	-۳۷۷۶۳۴۶	-۲۳۰۰۰۴۹	-۲۴۳۳۳۳۱	-۲۱۸۳۵۲۴	-۱۸۹۶۶۲۰	-۱۵۶۵۷۶۱	-۱۳۴۷۱۲۳
۵	-۲۵۱۷۳۷۰	-۲۶۴۶۶۰۱	-۱۹۷۹۹۴۱	-۱۵۰۴۰۸	*	*	-۹۱۷۴۴۱	-۷۵۱۸۵۵	-۲۱۰۱۶۹	*	-۲۷۰۲۹۳
۶	-۳۰۷۹۰۵۸	-۲۷۰۹۴۲۰	-۱۷۸۸۷۰۶	-۱۳۷۱۰۸۱	-۱۰۰۰۵۰۴	-۷۰۴۶۸۴	-۲۲۷۰۳۳	-۶۱۸۷۷۷	*	*	-۸۴۱۰۸/۵
۷	*	*	*	*	*	*	-۸۴۵۹۳/۴	*	*	-۲۳۹۸۷۲/۹	-۲۰۶۷۳/۴
۸	-۲۴۷۶۱۹۱	-۲۱۳۶۸۲۸	-۱۶۰۲۷۱	-۱۲۷۱۸۰۵	-۱۰۰۶۷۵۹	-۷۷۰۲۱۲	-۶۵۸۶۵	-۴۷۵۱۳۹	-۳۱۶۰۷۷	-۱۹۹۱۴۵	-۱۶۱۶۴۶
۹	-۷۵۷۱۲۰۳	-۵۷۷۰۸۸۴	۲۱۲۱۵۵۱۵	-۳۱۸۱۲۷۰۷	-۲۵۹۱۰۸۷	-۲۲۳۲۵۶۶	-۱۶۰۵۷۳۶	-۱۸۱۰۵۸۳	-۱۹۱۶۲۳۹	-۱۰۹۱۱۳۱	-۶۲۸۰۹۳
۱۰	-۵۸۳۸۱۳	-۶۹۲۰۱۴	-۵۸۲۸۷۱	-۴۳۴۹۸۳	-۳۷۲۴۷۹	-۳۶۲۷۷۳	-۳۳۱۹۰۸	-۳۰۱۱۷۷	-۱۷۲۱۷۰	-۱۵۰۳۷۲	-۸۵۰۰۱/۷
۱۱	-۴۴۳۹۱۱	-۱۵۸۳۱۱	-۳۳۸۶۹۱	-۳۰۰۵۸۴۴	-۳۷۸۲۲۵	-۳۰۰۸۲۸	-۱۷۲۳۷۵	-۱۳۲۴۶۶۹	-۴۳۶۹۸/۵	-۸۱۶۴۴/۸	-۳۶۶۵۴/۹
۱۲	-۳۰۳۶۶۲۲	-۲۸۹۵۰۸۱	-۲۵۷۷۷۳۵	-۱۹۵۴۸۱۷	-۱۵۶۴۳۳۶	-۱۱۵۷۸۷۲	-۹۷۱۴۷۸	-۸۴۶۵۰۸	-۶۶۱۷۷۸	-۴۴۴۱۷۹	-۴۴۵۹۹۴
۱۳	-۱۹۱۰۲۵	-۱۲۸۶۸۱	-۱۴۰۶۳۳	-۱۹۵۱۱۱	-۲۰۵۶۸۹	-۱۷۶۱۸۲	*	-۱۵۱۲۵۵	-۷۶۴۵۷	-۵۲۶۸۶/۲	-۴۲۴۷۷/۱
۱۴	-۵۶۰۴۲۷۴	-۴۳۷۶۱۲۶	-۳۳۵۲۲۶۳	-۲۴۴۹۴۳۶	-۲۰۶۳۷۷۷	-۱۶۹۰۲۰	-۱۴۴۱۴۴۵	-۱۴۲۷۲۶۱	-۸۰۵۰۶۰	-۶۸۳۹۰۹	-۶۲۶۱۹۱

جدول ۱۰. رتبه‌بندی بانک‌ها با توجه به میانگین نمره کارایی در مدل جمعی با فرض بازده ثابت نسبت به مقیاس

شماره	نام بانک	میانگین کارایی	نام بانک	میانگین کارایی	شماره
۱	بانک ۸	-۱۰۰۶۶۳۴	بانک ۷	-۱۱۷۴۶	۱
۲	بانک ۶	-۱۰۳۴۸۵۲	بانک ۲	-۶۸۸۵۸/۹	۲
۳	بانک ۱۲	-۱۵۱۴۰۳۷	بانک ۱۳	-۱۲۲۶۵۴	۳
۴	بانک ۱۴	-۲۲۳۳۴۵۱	بانک ۱۱	-۲۱۸۲۸۲	۴
۵	بانک ۹	-۲۹۲۷۰۵۸	بانک ۱۰	-۳۷۰۰۹۴	۵
۶	بانک ۳	-۳۴۹۲۴۸۱	بانک ۱	-۶۲۲۳۵۹	۶
۷	بانک ۴	-۴۲۸۴۲۰۴	بانک ۵	-۹۸۰۲۹۶	۷

همان‌طور که از جدول ۱۰ قابل مشاهده است، بانک‌های ۷، ۲ و ۱۳ به ترتیب کارآمدترین بانک‌ها و بانک‌های ۴، ۹ و ۶ به ترتیب ناکارآمدترین بانک‌ها از نظر میانگین کارایی در طول کل دوره و با استفاده از مدل جمعی با فرض بازده ثابت نسبت به مقیاس به شمار می‌روند.

جدول ۱۱. مقادیر کارایی حاصل از اجرای مدل جمعی با فرض بازده متغیر نسبت به مقیاس

شماره بانک	۱۳۹۹	۱۳۹۸	۱۳۹۷	۱۳۹۶	۱۳۹۵	۱۳۹۴	۱۳۹۳	۱۳۹۲	۱۳۹۱	۱۳۹۰	۱۳۸۹
۱	-۱۶۷۸۱۲۰	-۸۹۸۶۵۷	-۵۷۵۰۶۲	-۶۰۴۶۹۷	-۶۶۶۵۶۹	-۵۹۷۰۱۵	-۴۵۶۰۸۸	-۳۰۳۸۷۱	-۶۴۹۹۹/۸	-۵۱۹۲۸/۷	۰
۲	-۵۰۴۳۴/۲	۰	۰	-۱۶۲۵۰۴	-۷۶۶۴۹/۲	۰	۰	۰	۰	۰	۰
۳	-۵۱۸۶۷۱	۰	۰	۰	-۷۲۵۶۵۰/۷	۰	۰	۰..	۰	-۹۷۷۰۳۰	-۴۹۹۹۰..
۴	-۱۲۰۸+۰.۷	-۷۹۶۸۵۶۱	-۶۲۹۷۷۰	-۴۷۷۷۹۱۱	۰	۰	-۲۳۶۹۷۹۵	-۲۱۶۱۰۷۴	-۱۸۷۸۴۳۵	-۱۵۴۳۵۹۱	-۱۳۲۹۵۴۶
۵	-۲۲۴۴۰۸	-۲۶۱۹۸۷۳	-۱۹۷۳۳۹	-۱۵۰۱۷۲۲	۰	۰	-۸۶۹۹۰۴	-۴۲۲۳۳۰	۰	۰	۰
۶	۰	۰	-۱۰۴۵۳۱۳	-۹۸۴۵۳/۳	-۱۰۸۰۹۹۵	-۱۵۲۳۰۱	۰	۰	۰	۰	۰
۷	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰
۸	-۲۴۷۲۷۲۴	-۲۰۷۶۴۷۳	-۱۵۱۷۶۵۱	-۱۱۱۵۲۴۱	-۱۰۰۳۶۳۱	-۷۶۷۶۶۴	-۵۹۲۱۶۳	-۴۱۴۴۱۲	-۲۹۷۹۰۳	۰	-۱۳۹۸۱۰
۹	-۳۴۵۳۲۶۱	-۴۳۳۱۸۱۱	-۴۱۷۳۰۸	-۳۱۵۵۷۷	-۲۵۶۷۰۹۵	-۱۸۵۸۶۸۹	-۱۵۰۸۷۳۳	-۱۵۹۱۵۶	-۱۹۱۳۰۵۲	-۱۰۴۸۱۴	۰
۱۰	-۵۷۶۰۶۱	-۶۹۱۶۹۵	-۲۸۹۰۹۵	۰	-۳۷۰۹۷۲	-۳۵۰۴۳۹	-۲۸۲۳۰۶	-۲۳۷۵۰۴	-۱۵۹۳۸۱	-۱۳۴۳۰۰	-۷۹۶۱۷
۱۱	۰	۰	-۱۷۵۳۹۳	-۲۶۳۸۰۶	-۳۰۵۱۵۳	-۲۰۶۶۸۵	۰	-۹۱۴۷۹/۷	-۳۷۶۰۷/۲	-۵۸۱۵۶/۳	-۲۴۷۹۵/۶
۱۲	-۲۹۹۳۸۰۷	-۲۸۹۴۷۰۱	-۲۵۷۶۰۷۶	-۱۷۴۳۸۹۹	-۱۵۴۷۱۰۴	-۱۱۴۹۴۲۶	-۹۰۵۳۶۱	-۸۲۸۴۰۹	-۶۱۸۶۰۲	-۵۱۰۱۲۱	-۴۲۶۰۵۲
۱۳	-۱۷۵۳۷	-۸۰۲۷۹/۴	-۱۳۱۷۵۳	۰	-۱۳۳۴۵۲	-۱۱۴۹۸۸	۰	۰	-۶۷۳۳۹/۱	-۴۴۸۶۷/۱	-۳۴۳۵۶/۸
۱۴	۰	-۴۳۶۱۳۷۷	-۳۳۴۹۹۱۰	-۲۴۰۳۰۰	-۱۶۴۷۳۵۵	-۱۴۳۷۳۹	-۱۴۰۹۱۵۵	-۱۰۸۸۱۰۱	-۸۵۱۸۳۰	-۶۷۸۱۱۴	-۵۳۱۰۹۱

نتایج ارایه شده برای واحدهای کارا در جدول ۱۱ همانند نتایج ارایه شده در جدول‌های ۵ و ۷ برای مدل‌های *BCC* ورودی محور و خروجی محور می‌باشد. همچنین مشابه جدول ۷ و ۹ بانک شماره ۴ در سال ۱۳۹۹ ناکارآمدترین بانک به شمار می‌رود. رتبه‌بندی بانک‌ها با توجه به میانگین امتیاز کارایی در طول کل دوره با استفاده از مدل جمعی با فرض بازده متغیر نسبت به مقیاس در جدول ۱۲ ارایه شده است.

جدول ۱۲. رتبه‌بندی بانک‌ها با توجه به میانگین نمره کارایی در مدل جمعی با فرض بازده متغیر نسبت به مقیاس

شماره	نام بانک	میانگین کارایی	شماره	نام بانک	میانگین کارایی	میانگین کارایی	شماره	نام بانک	میانگین کارایی	شماره	میانگین کارایی
۱	بانک ۷	-۸۵۰۸۳	۸	بانک ۲	۰	۰	۷	بانک ۱	-۸۵۰۸۳	۰	-۸۵۰۸۳
۲	بانک ۲	-۸۷۵۵۷۲	۹	بانک ۵	-۱۳۰۲۸/۱	-۱۳۰۲۸/۱	۲	بانک ۲	-۸۷۵۵۷۲	-۱۳۰۲۸/۱	-۸۷۵۵۷۲
۳	بانک ۱۳	-۷۱۷۶۱/۲	۱۰	بانک ۸	-۷۱۷۶۱/۲	-۷۱۷۶۱/۲	۱۳	بانک ۳	-۹۴۵۲۵۲	-۷۱۷۶۱/۲	-۹۴۵۲۵۲
۴	بانک ۱۱	-۱۰۵۷۳۴	۱۱	بانک ۱۲	-۱۰۵۷۳۴	-۱۰۵۷۳۴	۱۱	بانک ۴	-۱۴۷۰۸۸۲	-۱۰۵۷۳۴	-۱۴۷۰۸۸۲
۵	بانک ۶	-۲۱۶۰۹۷	۱۲	بانک ۱۴	-۲۱۶۰۹۷	-۲۱۶۰۹۷	۶	بانک ۵	-۱۶۱۳۱۲۵	-۲۱۶۰۹۷	-۱۶۱۳۱۲۵
۶	بانک ۱۰	-۲۸۸۳۰۶	۱۳	بانک ۹	-۲۸۸۳۰۶	-۲۸۸۳۰۶	۱۰	بانک ۶	-۲۳۲۶۸۷۰	-۲۸۸۳۰۶	-۲۳۲۶۸۷۰
۷	بانک ۱	-۵۳۶۰۹۲	۱۴	بانک ۴	-۵۳۶۰۹۲	-۵۳۶۰۹۲	۱	بانک ۷	-۳۶۳۹۴۷۶	-۵۳۶۰۹۲	-۳۶۳۹۴۷۶

مشابه جدول ۱۰ مربوط به رتبه‌بندی بانک‌ها بر اساس میانگین امتیاز کارایی در طول کل دوره با استفاده از مدل جمعی با فرض بازده ثابت نسبت به مقیاس، بانک‌های شماره ۷، ۲ و ۱۳ بالاترین امتیاز کارایی را به خود اختصاص داده‌اند. پایین‌ترین امتیاز کارایی به ترتیب مربوط به سه بانک شماره ۴، ۹ و ۱۴ می‌باشد.

مدل جمعی نیز همانند مدل‌های ورودی محور و خروجی محور مولفه مالکیت و مقیاس را مورد توجه قرار می‌دهد. به این معنی که کما کان بانک‌های دولتی بزرگ‌تر عملکرد نسبی پایین‌تری نسبت به بانک‌های خصوصی کوچک‌تر دارند که این مشاهده می‌باشد مورد توجه تصمیم‌گیرندگان صنعت بانکداری قرار گیرد.

جدول ۱۳. مقادیر کارایی حاصل از اجرای مدل ضربی با فرض بازده ثابت نسبت به مقیاس

شماره بانک	۱۳۹۹	۱۳۹۸	۱۳۹۷	۱۳۹۶	۱۳۹۵	۱۳۹۴	۱۳۹۳	۱۳۹۲	۱۳۹۱	۱۳۹۰	۱۳۸۹
۱	-۲/۱۴۵۹۸	-۲/۰۸۹۱۲	-۱/۶۵۶۰۱	-۱/۹۹۳۴۶	-۲/۲۳۵۲۶	-۱/۸۶۸۱۵	-۱/۱۸۶۲۱	-۳/۰۳۳۶۴	-۰/۰۳۰۷	-۰/۲۹۶۹	-۰/۴۸۵۱۲
۲	-۱/۱۱۷۰۵	-۱/۰۸۲۱	۰	-۰/۹۷۵۸۸	-۱/۰۴۵۹۸	-۰/۰۴۶۸	۰	-۱/۸۸۰۹	-۰/۰۴۵۵۸	۰	۰
۳	-۳/۰۹۷۷۵	-۴/۲۲۲۷۹	-۲/۷۴۶۱۶	-۳/۸۶۱۶	-۳/۹۰۳۴۴	-۲/۴۶۱۸۸	-۰/۴۴۵۷۹	-۴/۰۷۶۷۳	-۱/۰۲۶۲۲	-۱/۲۶۲۷۷	-۰/۹۶۱۴۷
۴	-۱۶/۰۲۳۱	-۱۵/۰۸۰۹	-۶/۲۲۷۰۲	-۱۵/۰۲۸۰۴	-۳/۰۸۰۸۲	-۱/۰۴۷۵۷	-۰/۵۳۱۲۲	-۱۴/۴۸۳۸	-۰/۷۹۷۸۷	-۶/۲۶۹۳۸	-۵/۷۴۶۷۱
۵	-۲/۹۹۱۸	-۳/۶۲۵۹۶	-۲/۷۵۱۹۳	-۳/۹۷۵۳۴	۰	۰	-۲/۹۶۷۰۸	-۳/۷۸۷۶	-۰/۱۰۵۸	۰	-۰/۳۵۱۵۱
۶	-۲/۰۱۸۹۳	-۲/۰۴۸۴۸	-۲/۷۵۶۱۳	-۳/۱۱۱۲۳	-۳/۳۱۹۰۴	-۱/۰۳۱۹۶	۰	-۳/۴۳۲۸۷	۰	۰	۰
۷	۰	۰	۰	۰	۰	-۸/۹۳۳۱۵	۰	۰	-۲/۱۱۰۲	-۲/۱۲۳۸۱	۰
۸	-۲/۳۱۵۵۷	-۲/۰۵۷۸۵۷	-۲/۵۴۸۲۷	-۲/۷۶۴۴۵	-۲/۷۸۸۶۲	-۲/۶۶۱۵۹	-۴/۰۴۵۲۱	-۳/۳۹۷۰۶	-۲/۷۰۹۷۳	-۴/۱۱۴۱۴	۰
۹	-۲/۹۳۰۱۳	-۴/۰۸۴۷۹	-۴/۶۱۰۸۵	-۴/۴۵۹۰۴	-۴/۲۴۵۱۶	-۲/۷۹۱۲۹	-۱/۸۵۳۵۲	-۴/۱۱۹۱۵	-۲/۱۹۷۲۸	-۱/۹۷۶۳۷	-۰/۵۷۴۴۲
۱۰	-۱/۰۸۹۴۳	-۱/۳۶۲۳۶	-۱/۳۷۱۶۴	-۱/۵۴۱۶۶	-۱/۶۱۴۵۷	-۱/۵۹۴۳۷	-۱/۹۹۱۰۱	-۲/۵۲۹۵۴	-۱/۹۰۷۱۹	-۲/۱۲۲۳۷	-۱/۳۲۷۷
۱۱	-۴/۱۳۰۹۶	-۰/۰۸۳۱۶	-۱۱/۲۵۴	-۱/۹۲۹۹۳	-۱۱/۳۶۸	-۱/۰۵۷۶۱	-۲/۴۹۷۰۷	-۱/۷۷۲۷۳	-۰/۹۱۷۶۹	-۳/۴۵۹۱	-۱/۲۲۸۰۲
۱۲	-۳/۲۶۷۳۶	-۳/۵۰۵۶۵	-۳/۹۱۹۹۱	-۳/۷۶۷۲۷	-۳/۷۷۸۹۷	-۲/۶۲۷۵	-۳/۹۷۶۸۲	-۳/۴۵۷۹۴	-۱/۱۲۶۱۹	-۱/۹۸۹	-۰/۳۰۹۲
۱۳	-۱/۱۴۴۱	-۰/۰۷۵۷۰۱	-۰/۰۵۶۲۸	-۱/۱۷۵۷۸	-۱/۳۲۱۱۸	-۱/۰۰۹۱۳	-۰/۷۳۱۶۶	-۱/۹۷۳۷۳	-۱/۶۹۹	-۰/۹۰۸۵	-۰/۸۹۴۲۴
۱۴	-۲/۶۶۸۹۱	-۴/۱۷۰۷۲	-۴/۱۷۹۵۳	-۴/۱۸۴۳۷۸	-۳/۴۹۴۱۷	-۲/۷۰۰۵۸	-۲/۲۰۲۷۱	-۴/۰۰۹۷۳	-۱/۶۲۶۷۸	-۱/۳۸۱۱۲	-۱/۲۰۵۱

نتایج ارایه شده در مورد واحدهای کارا در جدول ۱۳ مشابه نتایج ارایه شده در جدول‌های ۱، ۳ و ۹ می‌باشد. همانند سایر مدل‌ها بانک شماره ۴ در سال ۱۳۹۹ ناکارآمدترین بانک است. در جدول ۱۴ رتبه‌بندی بانک‌ها بر اساس میانگین نمره کارایی در طول کل دوره با استفاده از مدل ضربی با فرض بازده ثابت نسبت به مقیاس آورده شده است.

با توجه به جدول ۱۴ سه بانک شماره ۲، ۱۳ و ۷ به ترتیب بالاترین امتیاز کارایی و سه بانک شماره ۴، ۱۲ و ۱۱ کمترین امتیاز کارایی را بر اساس میانگین کارایی در طول کل دوره مورد بررسی تحقیق و با استفاده از مدل ضربی تحلیل پوششی داده‌ها تحت فرض بازده ثابت نسبت به مقیاس، به خود اختصاص داده‌اند.

جدول ۱۴. رتبه‌بندی بانک‌ها با توجه به میانگین نمره کارایی در مدل ضربی با فرض بازده ثابت نسبت به مقیاس

شماره	نام بانک	میانگین کارایی	نام بانک	شماره	میانگین کارایی	میانگین کارایی	نام بانک	شماره
۱	بانک ۲	-۰/۶۴۵۹۵	بانک ۸	۸	-۲/۵۸۱۷۱	بانک ۳	۳	-۲/۹۵۳۰۲
۲	بانک ۱۳	-۱/۰۷۶۵	بانک ۹	۹	-۲/۹۵۳۰۲	بانک ۱۴	۱۴	-۳/۰۵۴۰۲
۳	بانک ۷	-۱/۱۹۷۰۱	بانک ۱۰	۱۰	-۱/۱۹۴۷۳	بانک ۹	۹	-۴/۱۴۴۷۳
۴	بانک ۱	-۱/۰۵۰۲۶	بانک ۱۱	۱۱	-۱/۰۵۹۰۲۶	بانک ۱۱	۱۱	-۴/۵۲۱۵۲
۵	بانک ۱۰	-۱/۶۶۰۶۳	بانک ۱۲	۱۲	-۱/۶۶۰۶۳	بانک ۱۲	۱۲	-۵/۰۲۳۰۲
۶	بانک ۶	-۱/۷۳۸۰۳	بانک ۱۳	۱۳	-۱/۷۳۸۰۳	بانک ۱۲	۱۲	-۸/۸۳۶۳۶
۷	بانک ۵	-۱/۷۴۱۵۵	بانک ۱۴	۱۴	-۱/۷۴۱۵۵	بانک ۴	۴	-۸/۸۳۶۳۶

## جدول ۱۵. مقادیر کارایی حاصل از اجرای مدل ضربی با فرض بازده متغیر نسبت به مقیاس

شماره بانک	۱۳۹۰	۱۳۸۹	۱۳۹۱	۱۳۹۲	۱۳۹۳	۱۳۹۴	۱۳۹۵	۱۳۹۶	۱۳۹۷	۱۳۹۸	۱۳۹۹
۱	-۰/۲۸۵۷۴	-۲/۰۸۷۳۷	۱/۵۶۵۸۳	-۱/۹۷۴۱۲	-۲/۲۳۲۶۹	-۱/۶۳۵۰۹	-۱/۱۷۹۵۹	-۱/۷۶۸۹	-۰/۴۹۹۰۱	-۰/۲۸۵۷۴	-۰/۳۳۲۰۸
۲	-۰/۹۷۱۶۴	-۰/۸۳۲۵۴	۰	-۰/۹۹۷۴	-۰/۹۵۲۰۶	-۰/۲۸۵۶۳	۰	-۱/۰۷۰۸۵	۰	۰	۰
۳	-۰/۵۲۹۹۸	۰	۰	-۳/۵۵۹۷۶	-۱/۶۴۱۹۱	۰	۰	۰	-۱/۲۵۷۹۱	-۰/۵۲۳۸۳	-۰/۴۲۳۸۳
۴	-۰/۹۴۵۷۷	-۸/۷۳۳	-۵/۲۲۱۷۶	-۸/۶۳۹۰۹	۰	۰	-۳/۸۴۹۹۱	-۸/۹۰۰۳۳	-۴/۸۰۰۱۰	-۴/۶۷۷۹۴	-۴/۳۸۱۱۵
۵	-۰/۷۷۹۶۲	-۳/۵۵۵۳۸	-۲/۵۸۳۸۸	-۲/۴۴۴۶۵	۰	۰	-۱/۶۶۸۱۱	-۱/۵۱۸۷۳	۰	۰	۰
۶	۰	۰	-۱/۹۹۳۵۳	-۱/۰۷۵۷۱	-۳/۲۱۱۴۳	-۰/۸۴۳۷۵	۰	۰	۰	۰	۰
۷	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰
۸	-۰/۲۱۳۰۴	-۲/۴۲۱۱	-۲/۲۷۶۸۴	-۱/۸۱۸۴۱	-۲/۷۸۳۷۱	-۲/۶۵۰۷۱	-۲/۱۹۴۳۲	-۲/۹۲۰۵	-۲/۶۸۲	۰	-۱/۰۶۴۲
۹	-۰/۶۴۴۳۵	-۰/۷۳۴۷	-۴/۲۷۶۵۸	-۴/۱۰۳۹۱	-۴/۱۰۵۷۵	-۲/۱۵۷۵۲	-۱/۷۷۸۴۱	-۳/۱۲۱۱۶	-۱/۶۴۹۸	-۱/۸۶۱۱	۰
۱۰	-۰/۰۸۱۶	-۱/۱۶۱۱	-۱/۰۳۷۱	-۰/۵۲۱۶۳	-۱/۶۱۲۲	-۱/۵۳۹۰۳	-۰/۷۹۲۱	-۲/۰۳۴۱۲	-۱/۲۲۱۲۱	-۱/۲۴۱۷۶	-۰/۷۴۹۶۹
۱۱	۰	۰	-۴/۲۹۷۴۴	-۱/۰۵۴۶۶	-۴/۷۸۶۶۹	-۳/۸۳۸۹۴	۰	-۱/۳۹۳۳۹	-۰/۳۷۱۵۱	-۱/۴۸۵۷۱	-۰/۵۳۶۳۱
۱۲	-۰/۳۱۸۳۶	-۰/۵۰۴۱۱	-۰/۴۴۰۴۵	-۰/۵۷۴۲۳	-۳/۷۳۱۸۲	-۰/۵۶۰۹۲	-۲/۱۳۷۴۶	-۳/۳۱۵۱	-۵/۳۲۵۹۳	-۴/۹۵۹۳۱	-۰/۲۶۸۹۹
۱۳	-۰/۱۱۴۵۷	-۰/۶۶۱۱	-۰/۰۵۳۹۴	۰	-۱/۰۹۱۲	-۰/۷۸۲۰۷	۰	-۰/۸۳۳۱۶	-۰/۰۵۶۳	-۰/۴۱۵۹۷	-۰/۳۷۷۵۵
۱۴	۰	-۰/۱۱۷۵	-۴/۱۶۸۲۴	-۴/۰۴۰۶۷	-۲/۸۶۴۹۹	-۲/۱۹۸۰۸	-۲/۱۷۲۵۶	-۱/۹۳۷۸۷	-۱/۳۸۴۵۴	-۱/۰۹۱۷۸	-۱/۱۰۰۴۸

با توجه به جدول ۱۵ بانک شماره ۷ تنها بانکی است که در تمام دوره‌ها امتیاز کارایی را به خود اختصاص داده است و امتیاز کارایی سایر بانک‌ها در دوره‌های مختلف دچار نوسانات می‌باشد. کمترین امتیاز کارایی مربوط به بانک شماره ۴ در سال ۱۳۹۹ با امتیاز کارایی ۸/۹۴۵۷۶۷-۰ می‌باشد. در ادامه رتبه‌بندی بانک‌ها با در نظر گرفتن میانگین کارایی حاصل از اجرای مدل ضربی با فرض بازده متغیر نسبت به مقیاس در کل دوره، در جدول ۱۶ آورده شده است.

## جدول ۱۶. رتبه‌بندی بانک‌ها با توجه به میانگین نمره کارایی در مدل ضربی با فرض بازده متغیر نسبت به مقیاس

شماره	نام بانک	میانگین کارایی	نام بانک	شماره	نام بانک	میانگین کارایی	نام بانک	شماره	میانگین کارایی	نام بانک	میانگین کارایی
۱	بانک ۷	۰	بانک ۸	۸	بانک ۱	۱	بانک ۱۱	۹	-۰/۳۹۲۰۴۲۴	بانک ۱۱	۰/۶۳۳۰۵۸۸
۲	بانک ۲	۰	بانک ۱۰	-۰/۰۴۸۲۹۳	بانک ۸	۱۰	بانک ۱۳	-۰/۰۴۸۴۲۹۳	بانک ۱۴	-۰/۰۴۷۶۷۳۸	-۰/۲۹۷۹۷۷۲
۳	بانک ۳	۰	بانک ۶	-۰/۰۴۷۶۷۳۸	بانک ۹	۱۲	بانک ۵	-۰/۰۶۸۳۰۳۵	بانک ۱۲	-۰/۱۹۹۲۲۸۹	-۰/۴۵۵۱۵۲
۴	بانک ۴	۰	بانک ۱۰	-۰/۱۳۹۰۹۴۲۵	بانک ۴	۱۴	بانک ۷	-۰/۰۹۰۹۴۲۵	بانک ۱۱	-۰/۲۸۶۹۹۵۹	-۰/۲۸۶۹۹۵۹

از جدول ۱۶ داریم که بانک‌های ۷، ۲ و ۱۳ مشابه مدل‌های قبلی به ترتیب بالاترین رتبه را در بین سایر بانک‌ها دارند و بانک‌های ۱۲، ۴ و ۹ نیز به ترتیب در پایین ترین رتبه قرار می‌گیرند.

مشاهده تقریباً ثابت با فروض بازده به مقیاس ثابت و متغیر با ماهیت‌های مختلف مدل‌ها از ورودی محور گرفته تا خروجی محور یا ماهیت جمعی گرفته تا ضربی، عملکرد پایین بانک‌های دولتی بزرگ در مقایسه با بانک‌های خصوصی کوچک طی یک دهه ارزیابی بانک‌های کشور است. لذا این مشاهده می‌بایست مورد توجه تصمیم‌گیرندگان و سیاستگذران حوزه بانکی از جمله دولت و مجلس و نهاد بانک مرکزی قرار گیرد. از دیدگاه بنگاه

محور یافته‌ها می‌توانند بازخورد خوبی برای بانک‌های دولتی باشد تا به سیاست‌های بهبودی خود اهتمام بیشتری داشته باشند.

## ۵ بحث و نتیجه گیری

با بررسی نتایج حاصل از اجرای مدل‌ها و رتبه‌بندی آن‌ها بر اساس میانگین کارایی در کل دوره، می‌توان مشاهده نمود که سه بانک شماره ۲، ۷ و ۱۳ به طور عمده در اکثر مدل‌ها جزء کارآمدترین بانک‌ها بوده‌اند در حالی که بانک‌های شماره ۴ و ۱۲ در اکثر مدل‌ها کمترین رتبه را براساس میانگین کارایی کل دوره به خود اختصاص داده‌اند. در این مورد می‌توان اشاره به دولتی بودن بانک‌های شماره ۴ و ۱۲ نمود که می‌تواند تاثیر مستقیمی بر نمره کارایی این بانک‌ها داشته باشد و منجر به کاهش کارایی این بانک‌ها شود. از طرفی دیگر بانک شماره ۷ در بین بانک‌های کارآمد تنها بانک دولتی محسوب می‌شود. در رابطه با کارآمد بودن بانک شماره ۷ با توجه به دولتی بودن آن می‌توان بیان نمود که این بانک در مقایسه با سایر بانک‌های دولتی اندازه کوچک‌تری دارد. همچنین مقادیر متغیرهای مربوط به سرمایه، دارایی‌ها و سپرده‌ها باعث شده است که این بانک بتواند در مقابل سایر بانک‌های دولتی امتیاز کارایی بالاتری را کسب نموده و جزء بهترین بانک‌ها از نظر عملکرد و کارایی باشد.

با مقایسه تعداد واحدهای کارآمد در طول کل دوره مورد بررسی با استفاده از هر یک از مدل‌ها مشاهده می‌شود که تعداد واحدهای کارآمد در هریک از مدل‌هایی که تحت فرض بازده ثابت نسبت به مقیاس عمل می‌کنند، (مدل *CCR* وروдی محور، مدل *CCR* خروجی محور، مدل جمعی تحت فرض بازده ثابت نسبت به مقیاس و مدل ضربی تحت فرض بازده ثابت نسبت به مقیاس) باهم برابر و به تعداد ۱۹ واحد کارآمد است. این موضوع نشان می‌دهد که این مدل‌ها دارای قدرت تشخیص یکسانی هستند. در مقایسه مدل‌ها تحت فرض بازده متغیر نسبت به مقیاس، (مدل *BCC* ورودی محور، مدل *BCC* خروجی محور، مدل جمعی تحت فرض بازده متغیر نسبت به مقیاس و مدل ضربی تحت فرض بازده متغیر نسبت به مقیاس) برآورد می‌شود که تعداد واحدهای کارا مشاهده شده در کل دوره با استفاده از مدل جمعی با تعداد واحدهای کارا مشاهده شده در کل دوره با استفاده از مدل *BCC* ورودی محور و مدل *BCC* خروجی محور برابر و به تعداد ۵۱ واحد است که به یکسان بودن قدرت تشخیص این مدل‌ها اشاره دارد. تعداد واحدهای کارا مشاهده شده در کل دوره با استفاده از مدل ضربی تحت فرض بازده متغیر نسبت به مقیاس برابر با ۴۴ واحد است که این مقدار کمتر از تعداد واحدهای کارا مشاهده شده در سایر مدل‌ها با فرض بازده متغیر نسبت به مقیاس می‌باشد و در واقع به این معنی است که تحت فرض بازده متغیر نسبت به مقیاس، مدل ضربی نسبت به سایر مدل‌های استفاده شده در این تحقیق قدرت تشخیص بالاتری دارد و بنابراین برای تفکیک واحدهای کارا از ناکارا مناسب‌تر است. استفاده از مدل‌های جمعی و ضربی از این رو که همزمان روی کاهش ورودی‌ها و افزایش خروجی‌ها تمرکز دارند، نسب به مدل‌های *CCR* و *BCC* ترجیح داده می‌شود اما چیزی که موجب برتری مدل‌های ضربی نسبت به مدل‌های جمعی می‌شود این است که شکل تابع تولید در مدل‌های ضربی بصورت S-شکل می‌باشد در حالی که در مدل‌های جمعی این تابع محدب است. بر اساس اصول مبانی اقتصاد تولید و مبانی اقتصاد خرد، تابع تولید لزوماً محدب نیست و در برخی

مناطق شامل تعقر است. فرض تحدب امکان افزایشی، ثابت و کاهشی بودن بازده به مقیاس را در طول مرز تولید فراهم می‌کند اما این امر مستلزم آن است که محصولات حاشیه‌ای افزایشی نباشند. محدودیت مربوط به فرض تحدب ممکن است برای تکنولوژی‌های تولید، که در آن‌ها تابع تولید در برخی مناطق مقرر است و مجموعه امکان تولید محدب نیست، مناسب نباشد. مدل ضربی برخلاف مدل‌های شعاعی و جمعی امکان افزایش، ثابت و کاهش تولیدات حاشیه‌ای را در طول مرز تولید فراهم می‌کند. و بطور همزمان سه ویژگی تولید\_تحدب، خطی و تعقر\_از یک تابع تولید را شامل می‌شود در نتیجه تابع تولیدی که در این مدل تخمین زده می‌شود، نسبت به سایر مدل‌ها برتری دارد. اگر در برخی از مناطق تابع تولید شواهدی مبنی بر افزایش محصولات حاشیه‌ای وجود داشته باشد، مدل ضربی مدل مناسب‌تری برای تحلیل کارایی می‌باشد.

## منابع

- [1] Svitalkova, Z., (2014). Comparison and evaluation of bank efficiency in selected countries in EU. *Procedia Economics and Finance*, 12, 644-653.
- [2] Tsolas, I.E. and V. Charles., (2015). Incorporating risk into bank efficiency: A satisficing DEA approach to assess the Greek banking crisis. *Expert Systems with Applications*, 42(7), 3491-3500.
- [3] Berger, A.N. and D.B. Humphrey., (1997). Efficiency of financial institutions: International survey and directions for future research. *European journal of operational research*, 98(2), 175-212.
- [4] Soteriou, A. and S.A. Zenios., (1997). Efficiency, profitability, and quality in the provision of banking services. University of Cyprus, Nicosia, CYPRUS.
- [5] Berger, A.N., W.C. Hunter, and S.G. Timme., (1993). The efficiency of financial institutions: A review and preview of research past, present and future. *Journal of Banking & Finance*, 17(2-3), 221-249.
- [6] Sherman, H.D. and F. Gold., (1985). Bank branch operating efficiency: Evaluation with data envelopment analysis. *Journal of banking & finance*, 9(2), 297-315.
- [7] Koetter, M., A. Karmann, and E. Fiorentino., (2006). The cost efficiency of German banks: a comparison of SFA and DEA, *Discussion Paper Series* 2.
- [8] Titko, J., J. Stankevičienė, and N. Lāce., (2014). Measuring bank efficiency: DEA application. *Technological and Economic Development of Economy*, 20(4), 739-757.
- [9] Henriques, I.C., et al., (2018). Efficiency in the Brazilian banking system using data envelopment analysis. *Future Business Journal*, 4(2), 157-178.
- [10] Kamarudin, F., et al., (2019). Bank efficiency in Malaysia a DEA approach. *Journal of Central Banking Theory and Practice*, 8(1), 133-162.
- [11] Antunes, J., et al., (2021). Bank efficiency estimation in China: DEA-RENNNA approach. *Annals of Operations Research*, 1-26.
- [12] Lee, C.-C., W. Ni, and X. Zhang., (2023). FinTech development and commercial bank efficiency in China. *Global Finance Journal*, 57, 100850.
- [13] Gržeta, I., S. Žiković, and I. Tomas Žiković., (2023). Size matters: analyzing bank profitability and efficiency under the Basel III framework. *Financial innovation*, 9(1), 43.
- [14] Wu, H., et al., (2023) Interest rate liberalization and bank efficiency: A DEA analysis of Chinese commercial banks. *Central European Journal of Operations Research*, 31(2), 467-498.
- [15] Shi, X., L. Wang, and A. Emrouznejad., (2023). Performance evaluation of Chinese commercial banks by an improved slacks-based DEA model. *Socio-Economic Planning Sciences*, 2023. 90, 101702.
- [16] Antunes, J., et al., (2024). Cost efficiency of Chinese banks: Evidence from DEA and MLP-SSRP analysis. *Expert Systems with Applications*, 237, 121432.
- [17] Shaddady, A. and F. Alnori., (2024). ESG practices and bank efficiency: new evidence from an oil-driven economy. *International Journal of Islamic and Middle Eastern Finance and Management*, 17(2), 233-251.

- [18] Afroj, F., C.B. Dutta, and F. Farjana., (2024). Interrelationship between bank efficiency and non-performing loans: evidence from Bangladesh. *Journal of Banking and Financial Technology*, 1-16.
- [19] Venugopal, S.K., (2024). Loan Portfolio Management and Bank Efficiency: A Comparative Analysis of Public, Old Private, and New Private Sector Banks in India. *Economies*, 12(4), 81.
- [20] Li, X., et al., (2024). Evaluation of bank efficiency by considering the uncertainty of nonperforming loans. *Omega*, 126, 103069.
- [21] hasanzadeh, A., (2007). Efficiency and factors affecting it in the Iranian banking system. *Economic Articles with an Islamic approach*, 4(7), 75-98.in persian.
- [22] Saeed, M., S.m. Saber, and H. Ali., (2011). Evaluating the efficiency of Eqtesad Novin Bank branches using a combination of neural network method and data envelopment analysis. *Journal of Operational Research and Its Applications*, 8(4), 29-39. in persian.
- [23] Fatemeh, M.A. and Y.T. Naserali., (2014). Evaluating Bank Efficiency Using Data Envelopment Analysis and Examining Its Relationship with Financial Ratios. *Journal of Economics and Business Research*, 5(8), 43-51. in persian.
- [24] Ali, G.M., et al., (2017). Determining the cost and profit efficiency of banks using the data envelopment analysis technique and examining its determining factors. *Empirical accounting research*, 7(3), 81-100. in persian.
- [25] Hosein, A., (2018). Evaluating the efficiency of selected banks in Iran and its relationship with intra-bank and macroeconomic variables. *Applied Economic Studies of Iran (Applied Economic Studies)*, 7(26#b00273), 89-114. in persian.
- [26] Mahnaz, A.N., K. Elahe, and M. Frzane., (2019). Evaluating the performance of bank branches using the weight control approach in data envelopment analysis. *Financial Engineering and Securities Management (Portfolio Management)*, 10(40), 1-28. in persian.
- [27] Mohammad Rahim, R., P. Keykhosro, and A.D. Labat., (2019). Investigating the efficiency of bank management using the DEA technique (case study of various branches of Tehran banks). *Productivity Management (Beyond Management)*, 13(49#f00918), 123-144. in persian.
- [28] Ali, E., K. Balal, and M. Saeed., (2021). Presenting a Data Envelopment Analysis Model with Weight Constraints to Evaluate Efficiency in the Banking Industry. *Journal of Operational Research and Its Applications*, 18(4), 73-84. in persian.
- [29] Gholamreza, P.K., T.A. Abbas, and A.K. Mohammad Ali., (2021). Comparing the resolution power of variable-scale return models to evaluate the efficiency of decision-making units in the banking industry. *Industrial Management Quarterly*, 15(54), 25-34. in persian.
- [30] Yaghob, A., et al., (2024). Investigating the impact of integrating smart contracts into blockchain on operational efficiency in banks. *Scientific Journal of Modern Research Approaches in Management and Accounting*, 8(30), 1156-1175. in persian.
- [31] Hamed, A.M., et al., (2024). Evaluating the efficiency of Mellat Bank branches using leader-follower and multi-period models. *Journal of Islamic Banking Economics*, 13(48), 435-461. in persian.
- [32] Ghasemi Toudestki, H .,et al., (2024). Using Factor Analysis to Extract the Weight and Importance of Each of the Steps of the NSBM Model in Universal Banking System. *Journal of Operational Research and Its Applications*, 21(1), 37-56. in persian.
- [33] Charnes, A., W.W. Cooper, and E. Rhodes., (1978). Measuring the efficiency of decision making units. *European journal of operational research*, 2(6), 429-444.
- [34] Banker, R.D., A. Charnes, and W.W. Cooper., (1984). Some models for estimating technical and scale inefficiencies in data envelopment analysis. *Management science*, 30(9), 1078-1092.
- [35] Charnes, A., et al., (1985). Foundations of data envelopment analysis for Pareto-Koopmans efficient empirical production functions. *Journal of econometrics*, 30(1-2), 91-107.
- [36] Charnes, A., et al., (1982). A multiplicative model for efficiency analysis. *Socio-Economic Planning Sciences*, 16(5), 223-224.
- [37] Mehdiloozad, M., B.K. Sahoo, and I. Roshdi., (2014). A generalized multiplicative directional distance function for efficiency measurement in DEA. *European Journal of Operational Research*, 232(3), 679-688.
- [38] Charnes, A., et al., (1983). Invariant multiplicative efficiency and piecewise Cobb-Douglas envelopments. *Operations Research Letters*, 1983. 2(3), 101-103.