

## حل یک مساله تخصیص دو سطحی با استفاده از روش یادگیری ماشین خود نظارتی

محمود صدرا<sup>۱</sup>، مهدی زعفرانیه<sup>۲\*</sup>

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد، گروه علوم کامپیوتر، دانشکده ریاضی و علوم کامپیوتر، دانشگاه حکیم سبزواری، سبزوار، ایران

۲- دانشیار، گروه ریاضی، دانشکده ریاضی و علوم کامپیوتر، دانشگاه حکیم سبزواری، سبزوار، ایران

رسید مقاله: ۱۸ دی ۱۴۰۱

پذیرش مقاله: ۷ خرداد ۱۴۰۲

### چکیده

در این پژوهش یک مساله بهینه‌سازی دوسطحی طراحی شبکه حمل و نقل گسسته بررسی شده و از یک روش ترکیبی بهینه‌سازی-یادگیری ماشین برخط برای حل آن استفاده شده است. به دلیل ماهیت NP-سخت مسایل دوسطحی، یافتن پاسخ مناسب و موثر برای آنها امری دشوار است و ارایه روش‌های جدید و موثر برای حل این مسایل مورد توجه محققان قرار دارد. هدف در این مساله انتخاب بهینه یال‌های جدید جهت احداث در یک شبکه حمل و نقل شهری است که موثرترین سهم را در روان‌سازی شبکه ترافیکی داشته باشند. تابع هدف سطح بالا شامل مساله کمینه کردن زمان سفر کل شبکه و هزینه احداث یال‌های جدید در شبکه است. تابع هدف سطح پایین نیز مساله کمینه کردن زمان سفر هر کدام از کاربران شبکه را مورد بررسی قرار می‌دهد. تعدادی مثال عددی در محیط برنامه‌نویسی پایتون جهت بررسی اعتبار مدل و روش حل، ارایه شده است.

**کلمات کلیدی:** برنامه‌ریزی دوسطحی، یادگیری ماشین نظارت‌شده، مساله تخصیص ترافیک، مساله طراحی شبکه.

### ۱ مقدمه و پیشینه پژوهش

امروزه مسایل مرتبط با حمل و نقل به دلیل پیامدهای اجتماعی و اقتصادی فراوان اهمیت زیادی در بین محققان و مدیران حوزه تخصیص منابع پیدا کرده است [۱، ۲]. به طور کلی در مهندسی حمل و نقل شبکه‌های شهری، دو مساله مرتبط با هم شامل طراحی اولیه شبکه و توسعه و نگهداری آن مورد توجه و تاکید قرار دارد. توسعه معابر شهری امری پرهزینه و حساس است که بر روی زندگی روزمره بخش زیادی از جمعیت مجاور و مسافرانی که از مسیرهای جدید استفاده می‌کنند تاثیرگذار است. از این رو شبیه‌سازی آن با استفاده از مدل‌های ریاضی می‌تواند

\* عهده‌دار مکاتبات

آدرس الکترونیکی: mehdi.zaferanieh@gmail.com +m.zafenieh@hsu.ac.ir

موجب صرفه جویی های کلان اقتصادی شود و سهم ارزنده ای در رضایت کاربران از سیاست گذاران حوزه حمل و نقل شهری داشته باشد [۱، ۳].

بسیاری از مدل های حمل و نقل مانند مدل جریان در شبکه به دلیل ماهیت سلسله مراتبی آنها می توانند به صورت مدل های دوسطحی فرمول بندی شوند [۴، ۵]. مسایل برنامه ریزی دو سطحی در دسته مسایل NP-سخت دسته بندی می شوند و با توجه به ماهیت تابع هدف، محدودیت ها و متغیرهای مساله، می توان راه حل های متنوعی برای آنها ارایه کرد [۶]. در این نوع از مسایل متغیرها به دو دسته متغیرهای سطح بالا و پایین تقسیم می شوند. متغیرهای سطح بالا در اختیار تصمیم گیرنده سطح بالا قرار می گیرد که در نظریه بازی به آن بازیکن رهبر اطلاق می شود و دسته دوم متغیرها در اختیار تصمیم گیرنده سطح پایین قرار دارد که اصطلاحاً به آن بازیکن پیرو اطلاق می شود. در شکل ۱ ارتباط بین مساله دوسطحی و سایر حوزه های علوم و مهندسی آورده شده است. در مدل های حمل و نقل می توان یک نگرش دوسطحی برای طراحی مساله در نظر گرفت. در سطح بالا یک نگاه عمومی (ماکروسکوپی) وجود دارد که زمان کل سفر در شبکه را بررسی و بهینه می کند. در سطح پایین نیز یک نگاه فردی (میکروسکوپی) وجود دارد که زمان سفر هر کدام از کاربران را به صورت مجزا بررسی و بهینه می کند [۷، ۸].

مساله سطح بالا یا پایین در مدل های دوسطحی با توجه به شرایط تابع هدف و محدودیت های متناظر می توانند در دسته مسایل محدب یا نامحدب قرار بگیرند. همچنین متغیرها نیز می توانند به شکل گسسته یا پیوسته تعریف شوند [۹، ۱۰]. در هر کدام از این حالت ها رویکرد حل مساله متفاوت است و روش های متنوعی مانند استفاده از شرایط اولیه-دوگان و یا استفاده از روش های ابتکاری و فراابتکاری برای حل آنها پیشنهاد می شود [۱۱]. مساله طراحی حمل و نقل شبکه گسسته در سطح بالا دارای متغیرهای گسسته با تابع هدف غیرخطی محدب و در سطح پایین نیز دارای متغیرهای پیوسته با یک تابع هدف غیرخطی محدب است و از این رو در دسته مسایل غیر خطی با متغیرهای آمیخته قرار دارد [۷]. برای حل این دسته از مسایل اخیراً محققان از روش یادگیری ماشین استفاده کرده اند [۲، ۳]. روش یادگیری ماشین بدون در نظر گرفتن خواص توابع هدف و محدودیت ها از جمله مشتق پذیری و تحدب و با استفاده از یک سری داده های آموزشی که جهت یادگیری از آنها استفاده می شود رفتار تابع هدف را پیش بینی می کند [۱۲]. کاربردهای روش های یادگیری ماشین به شکل فزاینده ای در حوزه های مربوط به شناخت الگوی رفتار انسان گسترش یافته است به عنوان مثال [۱۳] با استفاده از روش های یادگیری ماشین الگوی خلق و خوی افراد سالمند را با توجه به فعالیت های روزمره آنها مورد بررسی قرار دادند.

در این مقاله یک مدل طراحی حمل و نقل گسسته دوسطحی تخصیص ترافیک مورد بررسی قرار گرفته است که با استفاده از یک روش بهینه سازی-یادگیری ماشین و به کمک روش رگرسیون حل شده است. این روش حل می تواند برای حل سایر مسایل بهینه سازی دوسطحی نیز مورد استفاده قرار گیرد. نوآوری این پژوهش علاوه بر استفاده از روش یادگیری ماشین برخط برای حل مساله تخصیص ترافیک دوسطحی، استفاده از کتابخانه های بهینه سازی در محیط pyomo از زبان برنامه نویسی پایتون است. پیاده سازی جدید و یکپارچه در محیط پایتون که در این مقاله صورت گرفته، به طور چشم گیری زمان اجرای الگوریتم را کاهش داده است.

همچنین در این پژوهش، برخلاف پژوهش‌های پیشین که صرفاً مقدار بهینه تابع هدف به دست آمده از دو روش شمارشی و یادگیری ماشین مقایسه می‌شد، رفتار تابع هدف اصلی و جایگزین هم بررسی و گزارش شده است. علاوه بر آن زمان اجرای قسمت‌های مختلف برنامه مورد مطالعه قرار گرفته و مشخص شد که قسمت یادگیری ماشین سهم اندکی در اجرای زمان کل برنامه دارد.

سازماندهی این مقاله به شرح زیر است. در بخش ۲ به بررسی مدل‌های دوسطحی و راه حل‌های آنها پرداخته می‌شود. در بخش ۳ مساله یادگیری ماشین و انواع روش‌های یادگیری شامل روش‌های نظارت‌شده، بدون نظارت، خودیادگیری و روش‌های تقویتی معرفی می‌شوند. در بخش ۴ مدل ریاضی مساله تخصیص ترافیک و مساله طراحی شبکه دوسطحی معرفی شده و نمادها و فرمول بندی‌های لازم ارائه می‌شود. در بخش ۵ استفاده از روش یادگیری ماشین نظارت‌شده برخط برای حل مساله طراحی شبکه دوسطحی مورد بررسی قرار گرفته و جزییات پیاده‌سازی آن ارائه شده است. در بخش ۶ مثال‌های عددی و پیاده‌سازی الگوریتم روش یادگیری برخط در محیط برنامه‌نویسی پایتون ارائه شده است. در بخش ۷ نیز نتیجه‌گیری و پیشنهادهایی برای انجام کارهای آتی ارائه شده است.

## ۲ معرفی مدل‌های بهینه‌سازی دوسطحی و روش حل آنها

ساختار کلی مسایل برنامه‌ریزی دو سطحی به شکل زیر است:

$$\text{GBLP: Min}_{x \in X, y \in Y} F(x, y)$$

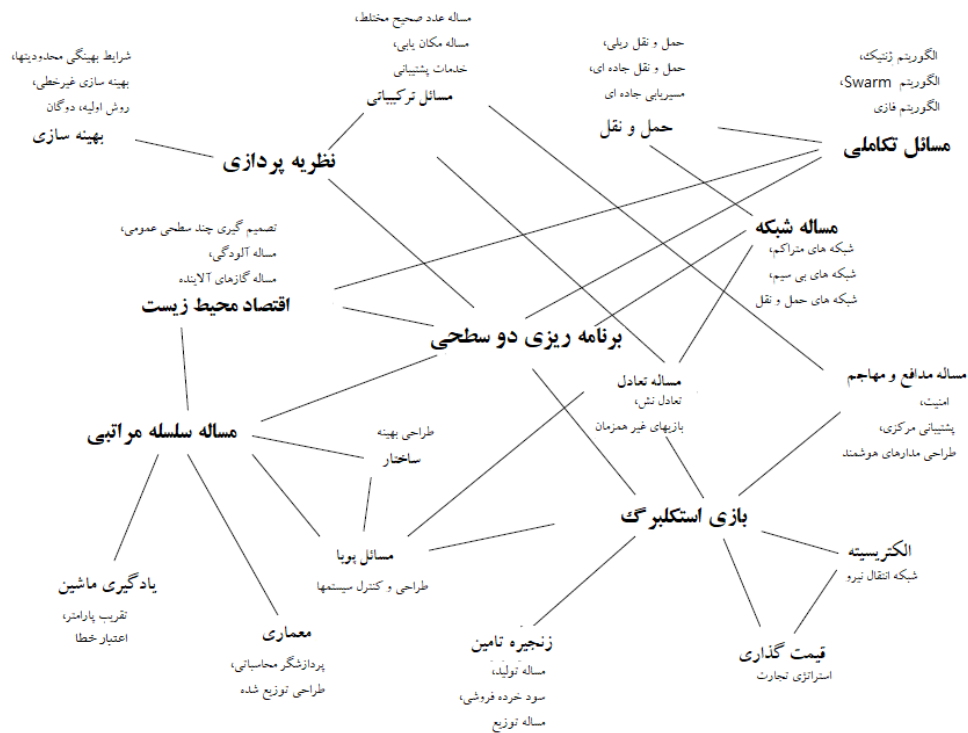
$$s.t. G(x, y) \leq 0$$

$$\text{Min}_{y \in Y} f(x, y)$$

$$s.t. g(x, y) \leq 0$$

که در آن  $x$  متغیر تصمیم مساله سطح بالا،  $F$  و  $G$  به ترتیب توابع هدف و محدودیت‌های مساله سطح بالا،  $y$  متغیر تصمیم مساله سطح پایین و توابع  $f$  و  $g$  به ترتیب توابع هدف و محدودیت‌های مساله سطح پایین هستند. ویژگی اصلی مساله GBLP آن است که از دو مساله بهینه‌سازی در سطوح بالا و پایین تشکیل شده است. در این مدل، مساله سطح پایین به همراه تابع هدف، قیود و متغیرهای تصمیم، بخشی از قیود مساله سطح بالا است. روش حل مساله دوسطحی GBLP به صورت نظری شامل مشخص کردن جواب‌های مساله سطح بالا و سپس دریافت جواب از مساله سطح پایین است [۱۴، ۵].

صدرا و زعفرانیه، حل یک مساله تخصیص دو سطحی با استفاده از روش یادگیری ماشین خود نظارتی



شکل ۱. ارتباط میان مسایل دوسطحی و سایر نظریه ها و کاربردها [۴]

جدول ۱. معرفی برخی روش های حل مسایل دوسطحی در حالت های مختلف

روش حل	کاربرد
تبدیل به مساله یک سطحی	زمانی که مساله سطح پایین محدب و منظم باشد، می توان آنرا با شرایط $KKT^1$ جایگزین کرد و مساله به یک مساله یک سطحی تبدیل شود [۴، ۶].
روش نقطه راسی:	برای مسایل دو سطحی خطی با جواب بهینه منتهای که تمام معادلات و توابع خطی هستند و جواب بهینه آنها در یکی از راس های چند وجهی $X$ حاصل از محدودیت ها قرار دارد [۶].
روش محور گیری مکمل:	بر اساس فرمول بندی مجدد مساله سطح پایین و با استفاده از شرایط $KKT$ عمل می کند [۶].
روش تابع جریمه:	در این روش، تابع سطح پایین یا بالا یا هر دو با یک تابع جریمه جایگزین می شود این روش برای حل مسایل نامحذب استفاده می شود [۴].
روش ناحیه ایمن:	این روش مبتنی بر تکرار است و برای حل مسایل دوسطحی در حالت کلی استفاده می شوند. در آنها ابتدا یک ناحیه برای تقریب تابع هدف در نظر گرفته می شود. اگر تقریب خوب بود، مدل توسعه داده می شود و گرنه کنار گذاشته می شود [۴، ۶].
روش یادگیری ماشین	این روش ها با استفاده از داده های آموزشی سعی در پیش بینی و یادگیری رفتار تابع هدف و محدودیت های مدل های ریاضی دارند. اعتبار این روش ها با استفاده از داده های آزمایشی تحقیق می شود [۱۵، ۱۲].

مسایل برنامه ریزی دوسطحی در دسته مسایل NP-سخت قرار دارند، حتی در ساده ترین نوع مساله که هر دو مساله سطح بالا و پایین مساله برنامه ریزی خطی باشند، به دست آوردن جواب بهینه یا نزدیک به بهینه یک مساله

<sup>1</sup>Karush-Kuhn-Tucker conditions

NP-سخت است [۱۶]. به دلیل گستردگی و تنوع این مسایل، راه حل کلی برای آنها وجود ندارد و بسته به ویژگی‌های مساله برای آنها راه حل‌های اختصاصی ارائه می‌شود. برخی از این راه‌ها در جدول ۱ آمده است.

### ۳ معرفی مساله یادگیری ماشین

روش‌های یادگیری ماشین، عموماً با کمک رایانه و استفاده از الگوریتم‌های یادگیری بدون استفاده از فرمول‌های صریح در مورد یک موضوع خاص اطلاعات جدیدی از رفتار سیستم به دست می‌آورند. الگوریتم‌های یادگیری ماشینی یک مدل ریاضی را بر اساس داده‌های نمونه یا داده‌های آموزشی به کار می‌گیرند و از آن به منظور پیش‌بینی یا تصمیم‌گیری در مورد نمونه‌هایی که بعداً با آنها برخورد می‌کنند و با عنوان داده‌های آزمایشی از آنها یاد می‌شود، بهره می‌برند. یادگیری ماشین در بسیاری زمینه‌ها از جمله مهندسی، کسب و کار، زبان‌شناسی و پزشکی کاربرد دارد. روش‌های یادگیری شامل یادگیری نظارت‌شده، یادگیری نظارت‌نشده، یادگیری خودنظارتی و یادگیری تقویتی [۱۷] است که در ادامه به اختصار به معرفی آنها می‌پردازیم.

جدول ۲. انواع روش‌های یادگیری ماشین و کاربردهای آنها

روش یادگیری	توضیح و کاربرد
یادگیری نظارت‌شده	این روش رایج‌ترین نوع یادگیری ماشین می‌باشد و هدف آن اختصاص دادن ورودی‌ها به برجسب‌های از قبل شناخته شده است [۱۷]. دو روش اصلی یادگیری نظارت‌شده شامل روش رگرسیون برای داده‌های پیوسته و روش طبقه‌بندی برای داده‌های گسسته هستند [۱۲].
یادگیری نظارت نشده	این شاخه از یادگیری ماشین شامل یافتن روابط میان داده‌های ورودی‌ها بدون استفاده از برجسب‌های از قبل مشخص شده است [۱۲].
یادگیری خودنظارتی	یادگیری نظارت شده‌ای است که در آن از برجسب‌گذاری ایجادشده توسط انسان استفاده نمی‌شود. در این روش از برجسب‌هایی استفاده می‌شود که بر اساس داده‌های ورودی و معمولاً با استفاده از الگوریتم‌های ابتکاری تولید می‌شود [۱۲].
یادگیری تقویتی	در یادگیری تقویتی یک عامل، با استفاده از اطلاعاتی که از محیط پیرامون دریافت می‌کند، یاد می‌گیرد بهترین واکنش جهت دریافت حداکثر پاداش ممکن را انجام دهد [۱۲].

### ۴ فرمول‌بندی مساله تخصیص ترافیک (TAP) و مساله طراحی شبکه دوسطحی (BL-NDP)

در این بخش مساله تخصیص ترافیک مورد بررسی قرار می‌گیرد و مدل ریاضی آن ارائه می‌شود. در ادامه مساله دوسطحی تخصیص ترافیک نیز معرفی می‌شود. در ادامه به معرفی مفاهیم اساسی در مبحث حمل و نقل خصوصاً حمل و نقل درون شهری پرداخته می‌شود. برای طراحی یک سیستم حمل و نقل شهری، ابتدا نقاطی از شبکه شهری که مبدا یا مقصد سفر هستند، انتخاب می‌شوند و سپس مدل‌های ریاضی معادل در چهار مرحله شامل تولید سفر، توزیع سفر، تنوع سفر، تخصیص ترافیک [۲] طراحی می‌شوند. در یک شبکه حمل و نقل شهری، مسافران مسیری را انتخاب کنند که زمان سفر آنها را کمینه کند. نتیجه چنین تصمیمات فردی، در نهایت منجر به حالتی می‌شود که در آن هیچ مسافری نمی‌تواند با انتخاب یک مسیر جایگزین، زمان سفر خود را کم‌تر کند. به این

وضعیت، نقطه کاربر متعادل<sup>۱</sup> اطلاق می‌شود. در این حالت تمام مسیرهای استفاده شده توسط کاربران، بین مبداء و مقصدهای یکسان، دارای زمان سفر یکسانی هستند [۱۸، ۲].

اما اگر از دیدگاه مدیران شبکه که نگاه کلی (ماکروسکوپی) به شبکه دارند جریان ترافیک مورد بررسی قرار گیرد، زمانی ترافیک شبکه در حالت بهینه قرار دارد که میانگین زمان تمام سفرهای شبکه در حالت کمینه باشد. این نقطه، نقطه بهینه جریان سیستم نامیده می‌شود. زمان کل سفر در سیستم معمولا با الگوی سفر کاربر متعادل بهینه نمی‌شود، مگر زمانی که در هیچ مسیری تراکم وجود نداشته باشد. در سیستم‌های ترافیک شهری، ترافیک واقعی مشاهده شده در خیابان‌ها به نقطه کاربر متعادل (کمینه شدن زمان سفر یک مسافر) نزدیک تر است تا به نقطه بهینه سیستم (کمینه شدن میانگین زمان سفر در شبکه) [۱۸، ۲]. با داشتن توابع مشخص کننده رابطه حجم ترافیک، زمان سفر و تقاضای سفر، می‌توان بر اساس قانون یکسان بودن زمان سفرها و قانون حداقل کردن هزینه کل، ترافیک را به شبکه حمل و نقل اختصاص داد [۱۸، ۲]. تقاضای سفر معمولا به عنوان میانگین نرخ سفر تعریف می‌شود که عبارت است از میانگین تعداد سفرهای وارد شده به شبکه در یک بازه زمانی خاص است. دوقانون رفتاری ذکر شده در بالا به اصول دوگانه وردراپ<sup>۲</sup> معروف هستند و مطابق تعاریف زیر بیان می‌شوند [۱۸، ۲].

**اصل اول وردراپ:** زمان سفر در تمام مسیرهایی که بین یک زوج مبداء و مقصد استفاده می‌شوند، کمتر یا مساوی زمانی است که در مسیره‌های بلااستفاده با آن روبه‌رو می‌شویم.

**اصل دوم وردراپ:** میانگین زمان سفر در کل شبکه کمینه است.

مساله تخصیص ترافیک که بر اساس اصل اول وردراپ مدل‌سازی می‌شود، می‌تواند به عنوان یک نقطه تعادل نش در نظریه بازی مطرح شود [۱۸، ۲].

#### ۴-۱ مدل ریاضی مساله تخصیص ترافیک

برای معرفی مدل ریاضی مساله تخصیص ترافیک یک سطحی و دوسطحی نمادهای لازم را در جدول ۳ معرفی کرده‌ایم. مدل ریاضی مساله تخصیص ترافیک به صورت مساله محدب زیر بیان می‌شود.

$$TAP: \quad \text{Min} \sum_a \int_0^{x_a} t_a(x_a) dx \quad (۱)$$

$$\sum_{p \in P_k} h_{p_k} = r_k, \quad \forall k \quad (۲)$$

$$\sum_k \sum_{p \in P_k} \delta_{kap} h_{p_k} = x_a, \quad \forall a \in A \quad (۳)$$

$$x_a \geq 0, \quad \forall a \in A \quad (۴)$$

در مساله بالا تابع هدف (۱) جهت کمینه کردن زمان سفر از دیدگاه مسافران ارایه شده است. محدودیت (۲) بیان می‌کند، که مجموع سفرهایی که از تمام مسیره‌های موجود میان یک زوج مبداء-مقصد انجام می‌شود، برابر با کل

<sup>۱</sup>User equilibrium

<sup>۲</sup>Wardrop's conditions

تقاضای سفر بین آن زوج مبدا-مقصد است. محدودیت (۳) بیان می کند که جریان ترافیک یک یال برابر با مجموع جریان روی تمام مسیرهایی است که بین زوج های مبدا-مقصد مختلف قرار دارند و شامل این یال نیز هستند.

**جدول ۳.** نمادهای استفاده شده در متن و مدل های ریاضی

$G = (A, N)$	یک شبکه با مجموعه $N$ از گره ها و مجموعه $A$ از یال ها
$K \subseteq N \times N$	مجموعه زوج های مبدا-مقصد شبکه $G$
$P_k$	مجموعه مسیرهای بین راس ابتدایی و انتهایی $k$ امین زوج
$h_{pk}$	جریان موجود در مسیر $p$ ام از مجموعه $P_k$
$x_a$	جریان یال $a$
$t_a(x_a)$	زمان سفر بر روی یال $a$
$t_a^0$	زمان سفر در یال $a$ بدون ترافیک که به آن زمان جریان آزاد <sup>۱</sup> می گویند
$c_a$	ظرفیت یال $a$
$r_k$	تقاضای سفر بین $K$ امین زوج
$\Delta = [\delta_{kap}]$	ماتریس شدن یک یال در یک مسیر که در آن $\delta_{kap}$ ، یک است اگر مسیر $p$ ام از $k$ امین زوج شامل یال $a$ باشد و در غیر این صورت صفر است.
$A'$	مجموعه یال های کاندیدا برای احداث
$y_a$	متغیر تصمیم صفر و یک برای احداث یال های جدید از مجموعه $A'$
$z$	تابع هدف مساله اصلی
$\bar{z}$	تابع هدف مساله جایگزین
$Z$	بردار تمام مقادیر تابع هدف اصلی ( $Z$ ) در تکرارهای اجرای الگوریتم B-ML

محدودیت (۴) هم تصدیق می کند که جریان روی تمام یال ها بزرگ تر یا مساوی صفر است. تابع  $t_a(x_a)$  زمان سفر روی یال  $a$  را مشخص می کند که با استفاده از فرمول BPR<sup>۲</sup> [۲] مطابق رابطه  $t_a(x_a) = t_a^0 \left( 1 + \beta \left( \frac{x_a}{c_a} \right)^\alpha \right)$  به دست می آید. پارامترهای  $\alpha$  و  $\beta$  ثابت و مثبت هستند و در اکثر تحقیقات  $\alpha=4$ ،  $\beta=0.15$  در نظر گرفته می شوند.

#### ۴-۲ مدل ریاضی مساله تخصیص ترافیک دوسطحی

مساله طراحی شبکه گسسته<sup>۳</sup> DNDP، به مساله انتخاب یک سبد بهینه از میان چندین یال کاندید برای اضافه شدن به مجموعه یال های شبکه شهری اشاره می کند، به طوری که بیشترین اثر را در کاهش بار ترافیکی معابر داشته باشد [۱۹]. مساله DNDP یک مساله برنامه ریزی دو سطحی است که در سطح بالا مدیران شبکه شهری اقدام

<sup>۱</sup>Free flow time

<sup>۲</sup>Bureau public of road

<sup>۳</sup>Discrete network design problem

به انتخاب یال‌های جدید (خیابان‌های جدید) جهت احداث می‌کنند و بر اساس اصل دوم وردراپ، جریان ترافیک را از دید سیستم بهینه می‌کنند. در این صورت میانگین زمان سفر روی سیستم کمینه می‌شود. سپس کاربران شبکه با توجه به شرایط جدید شبکه و براساس اصل اول وردراپ سعی می‌کنند زمان سفر خودشان را کمینه کنند و اقدام به انتخاب مسیرها نموده و جریان ترافیک معابر را شکل می‌دهند.

در مدل کلاسیک DNDP هدف انتخاب یک سبد بهینه از مجموعه یال‌های شبکه با توجه به محدودیت بودجه است. در این مقاله محدودیت بودجه به عنوان قسمتی از تابع هدف سطح بالا در نظر گرفته شده است. تابع هدف عبارت از مجموع زمان سفر کل شبکه و هزینه کل احداث یال‌های انتخابی است. در این مدل، زمان سفر را تبدیل به هزینه زمان سفر کرده‌ایم و از یک ضریب  $\lambda$  برای متناسب‌سازی تاثیر دو جمله استفاده کرده‌ایم.

BLP:

$$\text{Min}_{x_a, y_a} (x_a, y_a) = \lambda \cdot \text{VOT} \cdot \sum_{a \in AU A'} x_a t_a(x_a) + \sum_{a \in A'} c_a y_a \quad (5)$$

s.t.

$$y_a \in \{0, 1\}, \quad a \in A' \quad (6)$$

$$\text{Min} \sum \int_0^{x_a} t_a(x_a) dx, \quad (7)$$

$$\text{s.t.} \sum_{p \in P_k} h_{p_k} = r_k, \quad \forall k, \quad (8)$$

$$\sum_k \sum_{p \in P_k} \delta_{kap} h_{p_k} = x_a, \quad \forall a \in A, \quad (9)$$

$$x_a \geq 0, \quad \forall a \in A, \quad (10)$$

رابطه (5) تابع هدف اصلی (BLP)<sup>1</sup> مساله دوسطحی است. در تابع هدف یک ضریب ثابت VOT قرار دارد که به ارزش زمان اشاره می‌کند. در ادامه در بخش 3-4 در مورد این موضوع توضیحات لازم ارائه می‌شود. محدودیت (6) بیان می‌کند که متغیر تصمیم سطح بالا یک متغیر صفر و یک است. اگر یال  $a$  جهت احداث انتخاب شود مقدار این متغیر برابر یک است در غیر این صورت برابر با صفر است. روابط (7) تا (10) مساله سطح پایین را بیان می‌کنند که همان مساله تخصیص ترافیک (TAP) است.

### 3-4 برآورد ارزش زمان سفر

برای برآورد ارزش اقتصادی زمان سفر بسته به مبانی نظری و فرض‌های مختلف، روش‌های زیادی توسط محققان مورد بررسی قرار گرفته است [20, 21]. در این پژوهش از روش تولید محور که عبارت از  $VOT = \frac{GDP}{TW}$  استفاده شده است. در این رابطه VOT ارزش اقتصادی زمان سفر، GDP سرانه تولید ناخالص داخلی و TW متوسط ساعات فعالیت سالانه افراد است.

<sup>1</sup> Bi-level problem



## ۵ روش یادگیری ماشین برای حل مساله طراحی شبکه دوسطحی

در حل مساله دوسطحی BLP از روش رگرسیون خطی که یکی از روش‌های مهم یادگیری ماشین نظارت‌شده است، استفاده کرده‌ایم. روش رگرسیون خطی نوعی تابع پیش‌بینی‌کننده خطی است که در آن متغیر وابسته (متغیری که قرار است پیش‌بینی شود) به صورت ترکیبی خطی از متغیرهای مستقل فرمول‌بندی می‌شود. به عنوان مثال اگر متغیر وابسته  $z$  و متغیرهای مستقل  $y_1, \dots, y_n$  باشند رابطه زیر را برای تقریب متغیر وابسته استفاده می‌کنیم.

$$z = b_1 y_1 + b_2 y_2 + \dots + b_n y_n$$

و به این ترتیب الگوریتم یادگیری ماشین سعی می‌کند با استفاده از داده‌های آموزشی که جهت یادگیری از آنها استفاده می‌شود، مقادیر مناسبی برای  $b_i$ ها به دست آورد و رابطه میان متغیرهای مستقل و متغیر وابسته را با دقت بالا مشخص کند.

در این پژوهش، از روش یادگیری نظارت‌شده برخط<sup>۱</sup> برای تقریب مدل استفاده شده است. مفهوم برخط به این موضوع اشاره می‌کند که داده‌های آموزشی از قبل تولید نشده‌اند و در حین اجرای برنامه تولید و به مجموعه داده‌های قبلی اضافه می‌شوند. در تبیین مدل BLP فرض کرده‌ایم که ابتدا مدیران شهری در سطح بالا از میان  $n$  خیابان کاندید برای احداث تعدادی از آنها را انتخاب کنند تا میانگین زمان سفر کل سیستم کمینه شود. سپس با استفاده از تابع سطح پایین (TAP) مقدار جریان بر روی یال‌های شبکه ( $x_a$ ها) مجدداً محاسبه می‌شود و در نهایت مقدار تابع سطح بالا ( $z$ ) محاسبه می‌شود. توجه کنید که در روش شمارشی<sup>۲</sup> مساله باید حل شود، که بسیار زمان‌بر است. با توجه به این که متغیرهای تصمیم سطح بالا  $y$ ها هستند لذا تابع هدف اصلی BLP (رابطه (۵)) را با تابع هدف خطی که ضریب تسهیلات از روش یادگیری ماشین برخط به دست آمده است جایگزین می‌کنیم.

$$\text{Min } Z' = \sum_{a \in A'} b_a y_a + b \quad (11)$$

در این تابع هدف،  $b_a$ ها وزن یال‌های کاندید برای احداث در شبکه شهری هستند. با توجه به این که مساله کمینه کردن مقدار تابع هدف است، احتمال انتخاب یال‌هایی که دارای وزن کمتر هستند، بیشتر خواهد بود. ضریب ثابت  $b_0$  هم که در واقع عرض از مبدا تابع خطی است، به جهت افزایش دقت انطباق  $Z$  و  $Z'$  اضافه شده است. اکنون بدون در نظر گرفتن مساله سطح پایین که شامل متغیرهای پیوسته است، مساله سطح بالا را با مساله بهینه‌سازی خطی (LP) یک سطحی زیر جایگزین می‌کنیم:

<sup>1</sup> Online

$$LPF : \text{Min } \bar{Z} = \sum_{a \in A} b_a \cdot y_a \quad (12)$$

s.t.

$$y_a \in \{0,1\}, \quad a \in A' \quad (13)$$

$$\sum_{a \in Y_1^k} y_a - \sum_{a \in Y_2^k} y_a \leq |Y_1^k| - 1, \quad \text{where } Y_1^k = \{a | y_a^k = 1\}; Y_2^k = \{a | y_a^k = 0\}, \quad k=1, \dots, i, \quad (14)$$

که در آن تابع هدف (۱۲) همان تابع خطی جایگزین است. از آن جا که  $b_0$  عددی ثابت است و تاثیری در جواب مساله بهینه سازی LP ندارد از تابع هدف رابطه (۱۲) حذف شده است. محدودیت (۱۳) نیز به انتخاب یا عدم انتخاب یک یال اشاره می کند. محدودیت (۱۴) هم جهت تضمین عدم انتخاب مجموعه یال های تکراری به مدل اضافه شده است. اکنون باید  $b_a$  ها مقداردهی شوند. این کار وظیفه بخش یادگیری ماشین است که در آن روش یادگیری نظارت شده است، به صورت برخط استفاده شده است.

### ۵-۱ تحلیل رفتار مدل یادگیری ماشین

از آنجا که مساله LOF تقریبی از مساله دوسطحی BLP است، بنابراین انتظار داریم پس از آموزش درست و کامل، رفتاری مشابه با تابع هدف اصلی BLP (رابطه (۵)) داشته باشد. بنابراین اگر در نقطه ای مقدار تابع هدف LOF در رابطه (۱۲) کمینه است انتظار داریم در همان نقطه مقدار تابع هدف اصلی هم بهینه یا با تقریب خوبی نزدیک به بهینه باشد. برای این منظور از روش رگرسیون خطی در روش یادگیری ماشین نظارت شده استفاده شده است. اما هدف، استفاده از خروجی رگرسیون به عنوان یک طبقه بند نیست، بلکه از پارامترهایی که در مرحله آموزش یادگیری ماشین به دست می آید برای انتخاب یال های کاندید در مساله LOF استفاده می کنیم. الگوریتم بهینه سازی-یادگیری ماشین که به اختصار آن را B-ML<sup>۱</sup> می نامیم، در ادامه معرفی شده است.

### ۵-۲ الگوریتم ترکیبی بهینه سازی-یادگیری ماشین (B-ML)

(گام آماده سازی) در مساله سطح بالای BLP یک جواب شدنی اولیه برای متغیرهای تصمیم ( $y$  ها) در نظر می گیریم که از بردار صفر ( $Y=0$ ) استفاده کرده ایم.

۱- (گام یک) با استفاده از بردار  $Y$ ، مساله سطح پایین (TAP) را حل کرده و جریان یال ها ( $X_a$  ها) را محاسبه می کنیم و در مساله سطح بالا (رابطه (۵)) قرار می دهیم و با استفاده از آن مقدار  $Z$  را محاسبه می کنیم.

۲- (گام دو) در این مرحله بردار  $Y$  و مقدار  $Z$  (رابطه (۵)) به دست آمده از آن در مرحله فعلی و همین طور تمام بردارهای  $Y$  و  $Z$  های متناظر آنها که در تکرارهای قبل محاسبه شده اند را برای آموزش رگرسیون رابطه (۱۱) استفاده می کنیم. پس از اینکه مرحله آموزش رگرسیون انجام شد، ضرایب ( $b_a$ ) های رابطه (۱۱) مشخص می شوند.

<sup>1</sup> Bi-level Machine Learning

۳- (گام سه) مقادیری که برای پارامترها ( $b_a$ )ها به دست آمده را در مساله LOF قرار داده و آنرا حل می‌کنیم. در نتیجه بردار  $Y$  جدید به دست می‌آوریم و از قرار دادن آن در تابع هدف مساله اصلی (رابطه (۵)) مقدار  $Z$  متناظر آن را محاسبه می‌کنیم.

۴- (گام چهار) اگر شرط اتمام الگوریتم (تعداد تکرار مشخص یا عدم تغییر تابع هدف در تکرارهای متوالی) به دست آمده است از حلقه خارج می‌شویم و بهترین جواب به دست آمده را گزارش می‌کنیم. در غیراین صورت به مرحله ۲ می‌رویم.

### ۶ پیاده‌سازی الگوریتم ترکیبی بهینه‌سازی-یادگیری ماشین و مثال‌های عددی

برای بررسی درستی الگوریتم ترکیبی بهینه‌سازی-یادگیری ماشین (B-ML) که جزئیات آن در بخش‌های قبلی ارائه شد، دو مثال مورد بررسی قرار گرفته است. ابتدا یک شبکه با ۹ راس و در ادامه شبکه شهری سیوکس فالز<sup>۱</sup> مورد بررسی و تحلیل قرار گرفته است. چهار حالت شامل ۶، ۷، ۸ و ۹ یال کاندید هم با استفاده از الگوریتم B-ML و هم به روش شمارش کامل حل شدند و نتایج به دست آمده اعتبار روش B-ML را تایید می‌کند. لازم به ذکر است که مراحل حل یک مساله واقعی BLP شامل تهیه داده‌های اولیه از جمله نقشه شبکه حمل و نقل است. علاوه بر آن حل مساله TAP، محاسبه جریان یال‌ها، حل مساله بهینه‌سازی خطی، حل مساله رگرسیون، انتخاب یال‌های کاندید و ساخت مجدد شبکه و اطلاعات آن بر اساس تغییرات جدید شبکه به صورت پویا و در حین اجرای برنامه انجام می‌شود.

جدول ۴. مقایسه پیاده‌سازی روش بهینه‌سازی-یادگیری ماشین در این پژوهش و مقاله بگلویی و همکاران

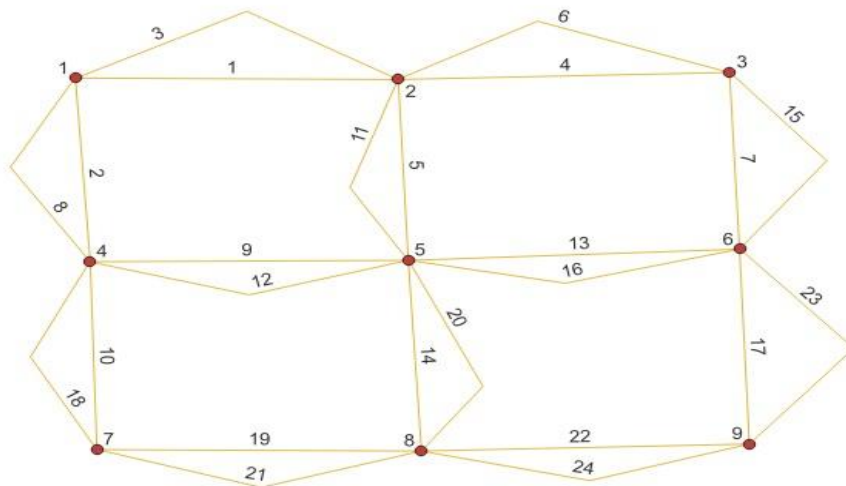
مرحله	بگلویی و همکاران	صدرا-زعفرانیه
کد الگوریتم اصلی	Visual basic متصل به Excel	پایتون
اتصال و کار با پایگاه داده	Access	پایتون و Sql light
حل TAP	EMME3	پایتون کتابخانه pyomo و حل کننده ipopt
حل مساله بهینه‌سازی خطی	GAMS	پایتون کتابخانه pyomo و حل کننده glpk
یادگیری ماشین	MATLAB	پایتون و کتابخانه sklearn

پژوهشگران برای انجام مراحل ذکر شده، از چندین نرم افزار و روش پیاده سازی متفاوت استفاده کرده‌اند. به عنوان نمونه روش ارائه شده توسط بگلویی و همکاران [۳] و روش این پژوهش در جدول ۴ مقایسه شده‌اند. همان‌طور که در جدول ۴ مشخص شده است یکی از دستاوردهای این تحقیق یکپارچه کردن تمام قسمت‌های برنامه در محیط برنامه‌نویسی متن باز و پر قدرت پایتون است که باعث افزایش کیفیت، سرعت و دقت اجرای برنامه شده است. زیرا نیاز به استفاده از نرم افزارهای متعدد و غیریکپارچه را از بین می‌برد و با کاهش زمان مورد نیاز جهت انتقال نتایج از یک نرم افزار به نرم افزار دیگر، سرعت اجرای برنامه را افزایش داده و انعطاف‌پذیری اجرای برنامه و امکان آزمایش فرضیه‌های مختلف را فراهم می‌آورد. اجرای برنامه‌های روی یک سیستم با پردازنده 2.9 GHz Intel(R) Core(TM) i7 CPU @ 2.6 GHz با ۱۲ گیگابایت حافظه انجام شده است.

<sup>1</sup>Sioux Falls

### ۶-۱ مثال (شبکه ۹ راسی)

در شبکه ۹ راسی شکل ۲ تعداد ۶ یال کاندید مطابق با هزینه‌های جدول ۵ را در نظر گرفته‌ایم. در ادامه با استفاده از الگوریتم B-ML و در ۲۰ تکرار نتایج شکل ۳ و جدول ۶ به دست آمده است. ابتدا رابطه میان تابع هدف اصلی BLP (رابطه (۵)) و تابع هدف خطی جایگزین LOF (رابطه (۱۲)) را برای لاهای مختلف بررسی کرده‌ایم. نتایج در شکل ۳ نمایش داده شده‌اند. همان‌طور که در نمودارهای به دست آمده مشاهده می‌شود، مقادیر دو تابع هدف به ازای یال‌های انتخاب شده، متفاوت است.

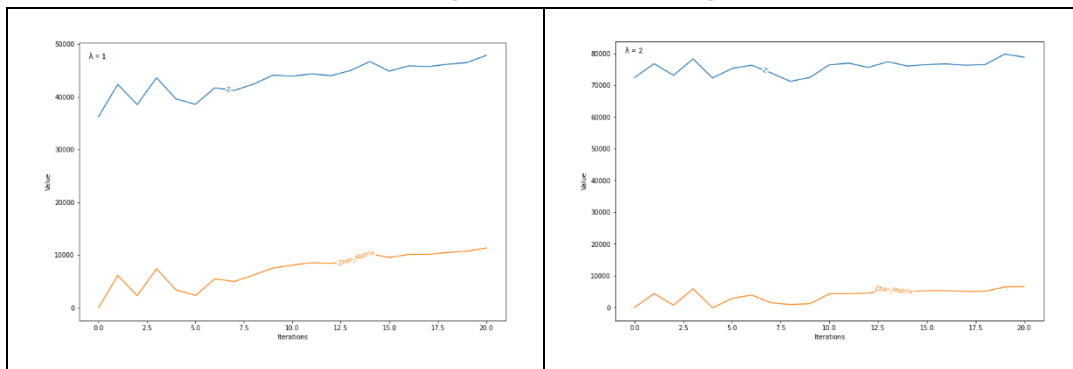


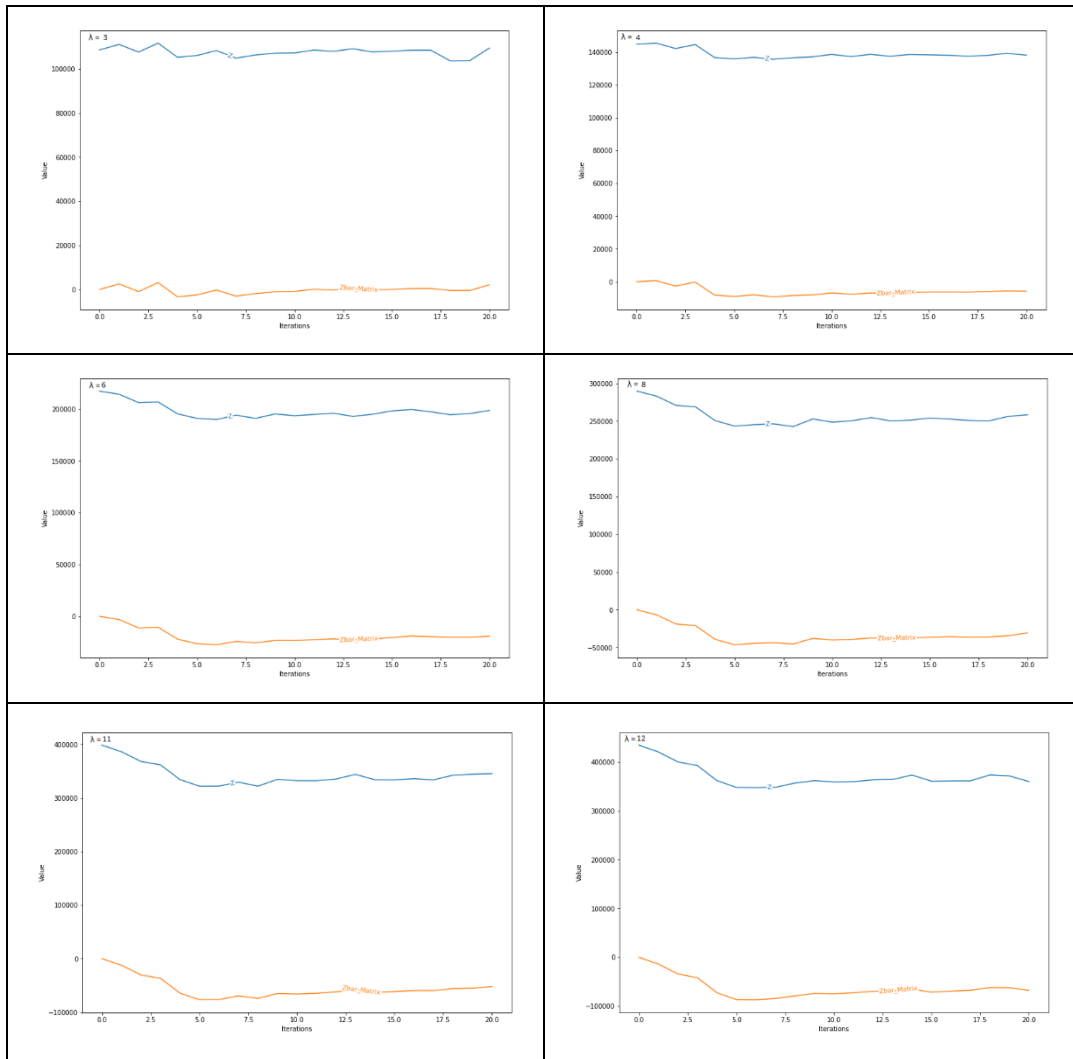
شکل ۲. شبکه ۹ راسی به همراه شماره راس‌ها و شماره یال‌ها

جدول ۵. هزینه ساخت یال‌های شبکه ۹ راسی

شماره یال	۴	۶	۹	۱۲	۱۴	۲۰
هزینه احداث	۸۰۰۰	۴۰۰۰	۹۰۰۰	۷۰۰۰	۶۰۰۰	۶۵۰۰

زیرا تابع اصلی مجموع زمان سفر تمام شبکه و تابع جایگزین صرف یک مجموع از لاهای با ضرایب متفاوت را نمایش می‌دهد، پس منطقی است که مقادیر دو تابع هدف کاملاً متفاوت باشد. اما رفتار هر دو تابع شبیه به هم است به این مفهوم که تابع هدف جایگزین، روند کاهشی/افزایشی منطبق بر روند کاهشی/افزایشی تابع اصلی دارد. از این رو می‌توانیم نقاط کمینه/بیشینه تابع اصلی را با استفاده از تابع جایگزین پیش‌بینی کنیم.





شکل ۳. مقایسه توابع هدف BLP و LOF در شبکه ۹ راسی

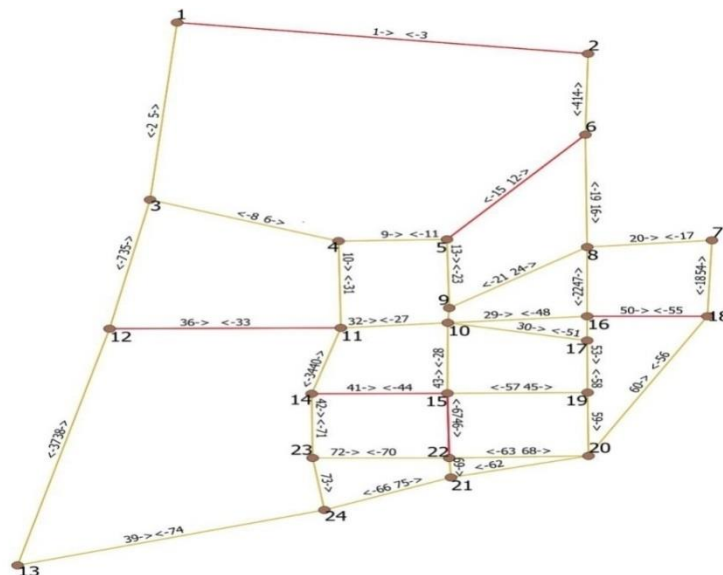
جدول ۶. مقدار تابع هدف سطح بالا در مساله BLP و یالهای انتخاب شده به ازای مقادیر مختلف در شبکه ۹ راسی

$\lambda$	شماره تکرار رسیدن مقدار کمینه Z	مقدار کمینه Z	شماره تکرار رسیدن به مقدار کمینه $\bar{Z}$	یالهای انتخاب شده	مجموع هزینه لینکها
۱	۰	۳۶۲۰۵	۰	هیچ یالی	۰
۲	۸	۷۱۱۸۳	۸	۱۴	۶۰۰۰
۳	۱۸	۱۰۳۶۳۹	۱۸	۱۴ و ۶	۱۰۰۰۰
۴	۷	۱۳۵۶۱۸	۷	۱۴ و ۶ و ۱۲ و ۴	۲۳۰۰۰
۵	۵	۱۶۳۲۷۳	۵	۱۴ و ۶ و ۱۲ و ۴	۲۳۰۰۰
۶	۵	۱۸۹۸۶۶	۶	۱۴ و ۶ و ۱۲ و ۴ و ۲۰	۲۹۵۰۰
۷	۸	۲۱۶۲۶۰	۸	۱۴ و ۶ و ۱۲ و ۴ و ۲۰	۲۹۵۰۰
۸	۸	۲۴۲۶۵۴	۸	۱۴ و ۶ و ۱۲ و ۴ و ۲۰	۲۹۵۰۰
۹	۸	۲۶۹۰۴۹	۸	۱۴ و ۶ و ۱۲ و ۴ و ۲۰	۲۹۵۰۰
۱۰	۸	۲۹۵۴۳۳	۸	۱۴ و ۶ و ۱۲ و ۴ و ۲۰	۲۹۵۰۰
۱۱	۸	۳۲۱۷۶۲	۵	۱۴ و ۶ و ۱۲ و ۴ و ۲۰ و ۹	۳۲۰۰۰
۱۲	۶	۳۴۷۵۶۸	۶	۱۴ و ۶ و ۱۲ و ۴ و ۲۰ و ۹	۳۸۵۰۰

با بررسی جدول ۶ مشخص می‌شود که با افزایش ضریب وزنی قسمت اول تابع هدف (زمان سفر کل سیستم) در برابر قسمت دوم (هزینه احداث یال‌ها)، تعداد یال بیشتر و بالطبع هزینه بیشتری توسط الگوریتم پیشنهاد می‌شود. توجه کنید که در حالت  $\lambda = 1$  که میزان بهبود ترافیک کل شبکه از هزینه احداث یال‌ها کم‌تر است احداث هیچ یالی پیشنهاد نمی‌شود. مقدار افزایشی تابع هدف با افزایش مقدار  $\lambda$  نیز موید درستی الگوریتم پیشنهادی است.

## ۶-۲ مثال (شبکه شهری سیوکس فالز)

برای مطالعه در مورد شبکه شهری واقعی، از اطلاعات حمل و نقل شهر **Sioux-Falls** که در آدرس <https://github.com/bstabler/TransportationNetworks> در دسترس است استفاده شده است. اطلاعات شبکه حمل و نقل این شهر یک الگوی استاندارد و شناخته‌شده در حوزه حمل و نقل است و در مقالات متعدد مورد استفاده و استناد قرار گرفته است. این شبکه شامل ۲۴ راس و ۷۶ یال است. برای بررسی مدل و الگوریتم ارائه شده تعداد ۹ یال با هزینه‌های متفاوت مطابق جدول ۷ انتخاب شده است. برای بررسی تحلیل حساسیت مدل و الگوریتم حداکثر تعداد یال‌های منتخب را از بین اعداد ۷، ۸ و ۹ انتخاب کرده‌ایم. با افزایش تعداد یال‌های انتخاب شده، انتظار داریم مقدار تابع هدف افزایش پیدا کند زیرا هزینه احداث یال‌ها افزایش می‌یابد. اما اگر تنها قست زمان سفر کل در تابع هدف را در نظر بگیریم، مقدار آن کاهش می‌یابد. زیرا خیابان‌های شهر بیشتر شده‌اند و در نتیجه سرعت حرکت در آنها افزایش یافته است. از این رو ستون زمان سفر کل به جدول ۸ اضافه شده است.



شکل ۴. نقشه شهر سیوکس فالز

جدول ۷. هزینه احداث یالهای کاندید شبکه سیوکس فالز (میلیون دلار)

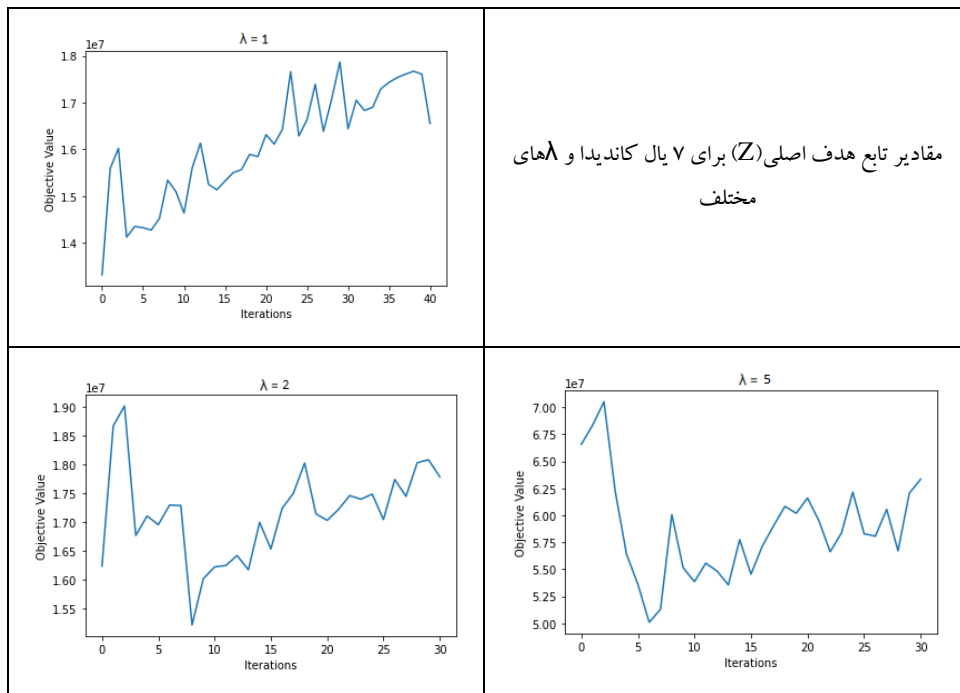
شماره یال	۱	۳	۱۲	۱۵	۳۳	۳۶	۴۷	۴۶	۵۰
هزینه ساخت	۲.۴	۲.۴	۱.۲	۱.۲	۲.۲	۲.۲	۱.۹	۱.۹	۱.۸

الگوریتم B-ML بر روی شبکه سیوکس فالز و برای تعداد مختلف یال کاندیدا و مقادیر مختلف  $\lambda$  اجرا شد و نتایج زیر به دست آمد. همان طور که در جدول ۸ مشخص است، در اجراهای متعدد مقادیر کمیته تابع هدف که از روش شمارشی و روش B-ML به دست می آید با دقت بالایی بر هم منطبقند. از این جدول می توان نتیجه گرفت که اجرای الگوریتم B-ML با تعداد تکرار تقریباً ۲۰ درصد کل اجراهای لازم در روش محاسبه تمام حالات، می تواند جواب بهینه مساله BLP را با دقت بالایی معرفی کند. از نظر زمانی هرچه تعداد یال ها و مسیرهای انتخاب شده بین مبدا و مقصدها بیشتر باشد، حل مساله TAP نیاز به زمان بیشتری دارد. حل مساله رگرسیون هم نیازمند زمان اجرای بیشتری است. اما زمان اجرای مساله TAP در مقایسه با مساله رگرسیون بسیار بیشتر است و حدود ۹۸ درصد زمان اجرای الگوریتم به حل مساله TAP اختصاص دارد.

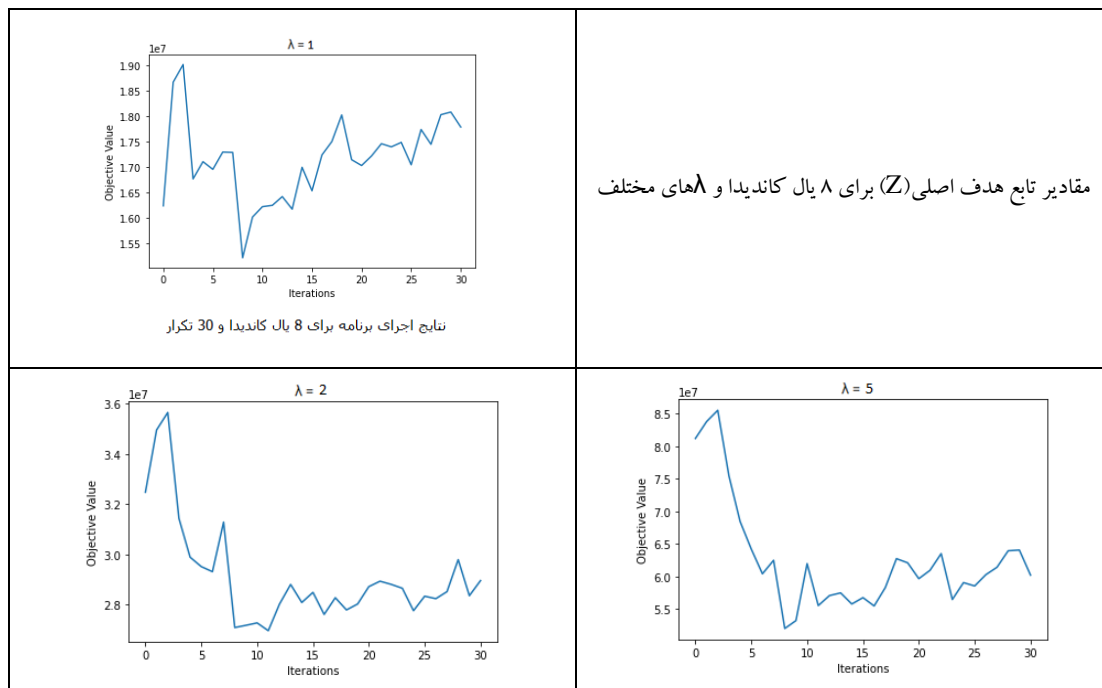
جدول ۸. اجرای الگوریتم شمارشی و الگوریتم B-ML بر روی شبکه سیوکس فالز

تعداد یال های کاندید	$\lambda$	محاسبه تابع هدف برای تمام ترکیبات ممکن انتخاب یال ها			محاسبه تابع هدف با استفاده از یادگیر ماشین			مقدار کمیته تابع هدف	زمان سفر کل	یال های پیشنهادی
		تعداد محاسبه	مدت زمان اجرا (دقیقه)	مقدار کمیته تابع هدف	تعداد تکرار	مدت زمان اجرا (دقیقه)	شماره تکرار مقدار کمیته تابع هدف			
۷	۱	۱۲۸	۷۰	۱۳۳۱۲۹۵۸	۳۰	۱۷	۴	۱۳۳۱۲۹۵۸	هیچ یال	
۷	۲	۱۲۸	۷۰	۲۵۰۷۱۵۷۴	۳۰	۱۷	۴	۲۵۰۷۱۵۷۴	۱۵ و ۱۲	
۷	۵	۱۲۸	۷۰	۵۰۰۹۴۴۸۹	۳۰	۱۷	۶	۵۰۰۹۴۴۸۹	۱۵ و ۱۲ و ۳ و ۳۶	
۸	۱	۲۵۶	۱۴۵	۱۵۲۱۲۹۵۸	۳۰	۱۷	۸	۱۵۲۱۲۹۵۸	۴۶	
۸	۲	۲۵۶	۱۴۵	۲۶۹۷۱۵۷۴	۳۰	۱۷	۱۱	۲۶۹۷۱۵۷۴	۱۵ و ۱۲ و ۳ و ۴۶	
۸	۵	۲۵۶	۱۴۵	۵۱۹۹۴۴۸۹	۳۰	۱۷	۸	۵۱۹۹۴۴۸۹	۱۵ و ۱۲ و ۳ و ۳۶ و ۴۶	
۹	۱	۵۱۲	۲۴۸	۱۷۰۱۲۹۵۸	۱۰۰	۶۲	۵۶	۱۷۰۱۲۹۵۸	۵۰ و ۴۶	
۹	۲	۵۱۲	۲۴۸	۲۸۷۷۱۵۷۴	۱۰۰	۵۴	۹۹	۲۸۷۷۱۵۷۴	۱۵ و ۱۲ و ۳ و ۳۶ و ۴۶ و ۵۰	

در هر صورت الگوریتم B-ML دقت و عملکرد خوبی را نشان می دهد. با افزایش مقدار  $\lambda$  انتظار داریم مقدار تابع هدف سطح بالا و تعداد یال های انتخابی افزایش یابد که این نتیجه گیری در جواب های به دست آمده از هر دو روش شمارشی و B-ML دیده می شود. علاوه بر آن با افزایش تعداد یال های کاندید تعداد تکرارهای روش شمارشی و روش B-ML افزایش پیدا می کند که این مورد نیز در دقت و زمان به دست آمدن جواب ها تاثیر گذار بوده است.

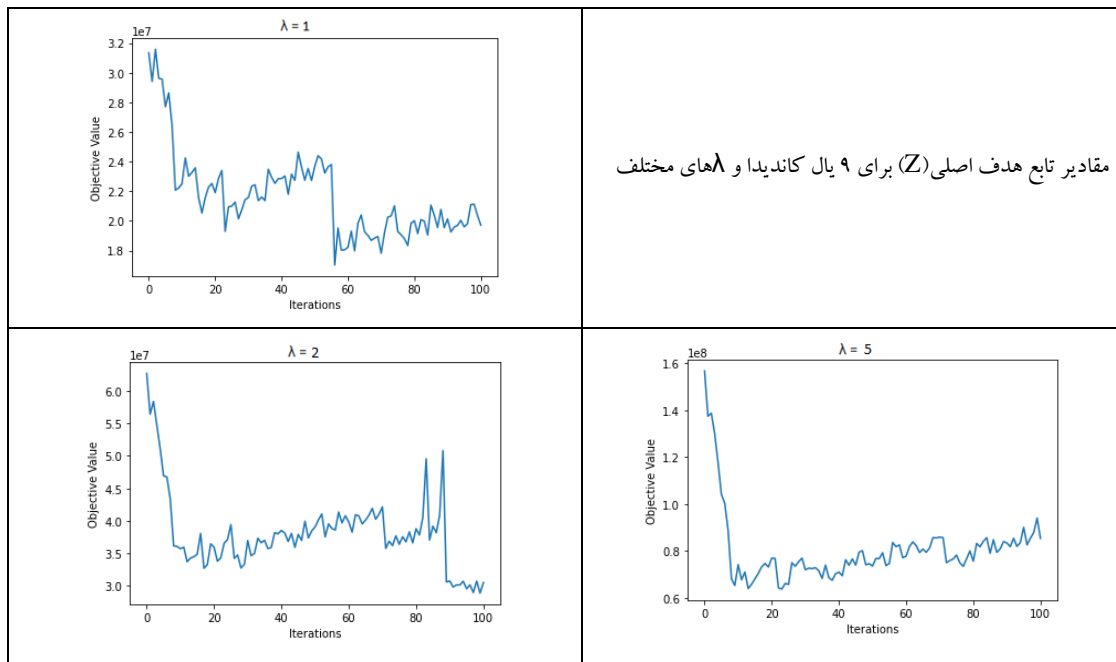


شکل ۵. مقادیر تابع هدف اصلی ( $Z$ ) برای ۷ یال کاندیدا و ۸های مختلف در شبکه سیوکس فالز



شکل ۶. مقادیر تابع هدف اصلی ( $Z$ ) برای ۸ یال کاندیدا و ۸های مختلف در شبکه سیوکس فالز

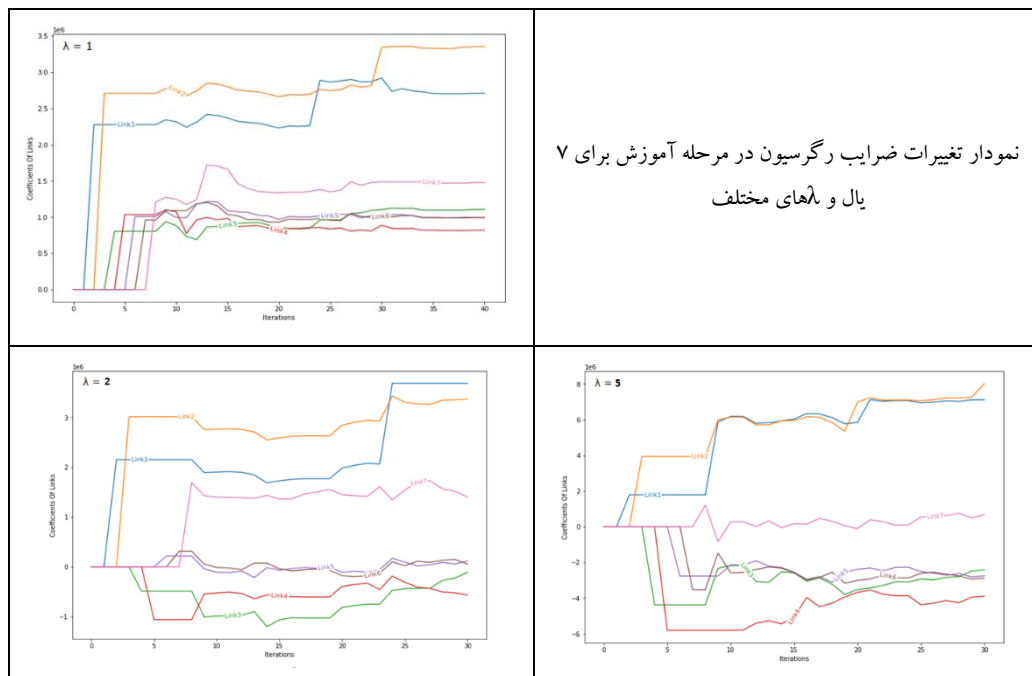




مقادیر تابع هدف اصلی (Z) برای ۹ یال کانیددا و  $\lambda$  های مختلف

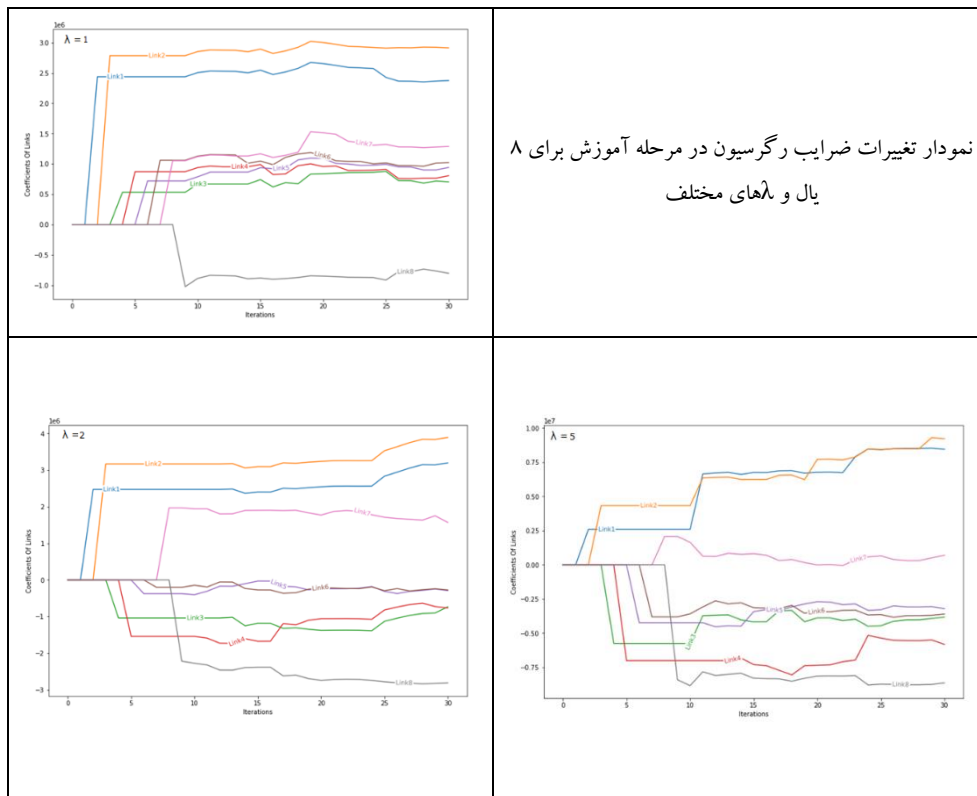
شکل ۷. مقادیر تابع هدف اصلی (Z) برای ۹ یال کانیددا و  $\lambda$  های مختلف در شبکه سیوکس فالز

همان طور که از شکل های ۷-۵ می توان نتیجه گرفت با افزایش تعداد یال های کانیدد و بالطبع افزایش تعداد حالت ها در الگوریتم B-ML نیاز به تعداد تکرار بیشتری جهت به دست آوردن جواب هایی با دقت مناسب دارد. اما معمولاً این تعداد تکرار حدود ۲۰ درصد کل حالت های ممکن است.

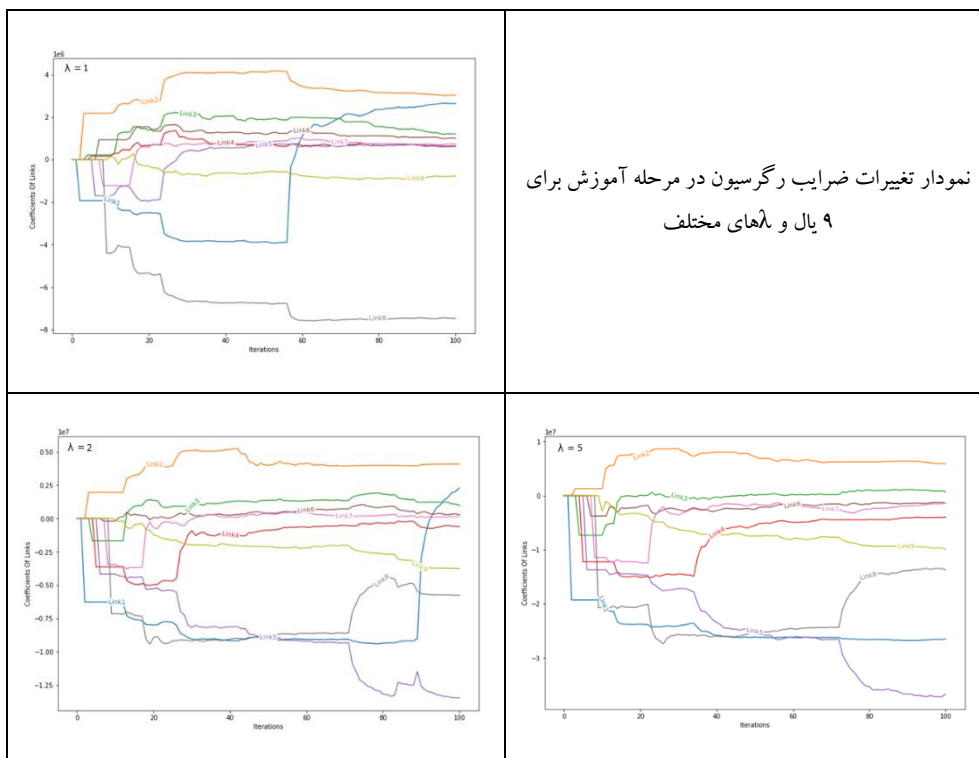


نمودار تغییرات ضرایب رگرسیون در مرحله آموزش برای ۷ یال و  $\lambda$  های مختلف

شکل ۸. نمودار تغییرات ضرایب رگرسیون در مرحله آموزش برای ۷ یال و  $\lambda$  های مختلف در شبکه سیوکس فالز



شکل ۹. نمودار تغییرات ضرایب رگرسیون در مرحله آموزش برای ۸ یال و  $\lambda$ های مختلف



شکل ۱۰. نمودار تغییرات ضرایب رگرسیون در مرحله آموزش برای ۹ یال و  $\lambda$ های مختلف برای شبکه سیوکس فالز

یکی دیگر از مواردی که در این تحقیق مورد بررسی قرار گرفت، بررسی وضعیت تغییر و آموزش ضرایب رگرسیون یال‌های انتخاب شده در الگوریتم B-ML است. مرحله یادگیری مدل که در شکل‌های ۸-۱۰ نشان داده

شده است، نتیجه می‌دهد که الگوریتم B-ML بعد از حدود ۲۰ درصد از کل تکرارهای ممکن در یک روند ثابت ضرایب را مشخص می‌کند و از این رو جواب مطلوب در این تعداد تکرار به دست می‌آید. با نگاه به این نمودارها مشخص می‌شود که مدل به خوبی آموزش دیده است و از نقطه شروع در یک روند سریع با کاهش ضرایب یال‌های مناسب، آنها را از بقیه یال‌ها جدا کرده و ضرایب منفی را برای آنها به دست می‌آورد و لذا برای احداث یال‌های جدید پیشنهاد می‌شوند. به عنوان مثال در قسمت اول شکل ۸ ضرایب مشخص شده برای یال‌های کاندید با رنگ‌های مختلف نمایش داده شده است. مشاهده می‌کنید در این شکل بعد از حدود ۲۰ تکرار ضرایب یال‌ها ثابت باقی می‌ماند و از این رو انتظار داریم بعد از حدود ۳۰ تکرار جواب بهینه را با استفاده از الگوریتم B-ML به دست آوریم. در سایر نمودارهای داده شده در شکل‌های ۹ و ۱۰ نیز این موضوع دیده می‌شود. در شکل شماره ۹ دیده می‌شود که ضرایب یال‌ها برای آموزش به حدود ۴۰ تکرار نیاز دارند و در شکل ۱۰ حدود ۸۰ تکرار برای آموزش ضرایب یال‌های منتخب مورد نیاز است. توجه کنید که تعداد کل حالت‌های شمارشی برای شکل ۸، ۹ و ۱۰ به ترتیب ۱۲۸، ۲۵۶ و ۵۱۲ تکرار است. کدهای نوشته شده برای این مقاله در آدرس اینترنتی <https://github.com/mahmoodsadra/Payannameh> در دسترس مخاطبان قرار دارد.

## ۷ نتیجه‌گیری و کارهای آتی

با بررسی‌هایی که در این پژوهش انجام شد، مشخص شد که استفاده از روش یادگیری ماشین در حل مسایل دو سطحی که در دسته مسایل NP-سخت قرار می‌گیرند، موثر است و جواب‌هایی با دقت و کیفیت بالا را در زمان‌های مناسبی ارائه می‌کند. در این مقاله، یک مدل دو سطحی طراحی شبکه مورد بررسی قرار گرفت و به کمک یک روش ترکیبی بهینه‌سازی-یادگیری ماشین نظارت شده (B-ML)، این مساله حل شد. نتایج به دست آمده نشان داد پیش‌بینی روش یادگیری ماشین از تابع هدف سطح بالای مساله دوسطحی جواب‌هایی با دقت بالا را ارائه می‌کند. جهت بررسی دقیق‌تر و اطمینان از صحت جواب‌های به دست آمده، از روش شمارشی نیز جواب‌های بهینه مساله دوسطحی را به دست آوردیم و با جواب‌های الگوریتم B-ML مقایسه کرده‌ایم. نوآوری انجام شده در این پژوهش علاوه بر پیاده‌سازی مساله یادگیری ماشین برخط در محیط برنامه‌نویسی پایتون، مقایسه تابع هدف مساله سطح بالا و تابع پیش‌بینی رگرسیون است. همچنین زمان اجرای قسمت‌های مختلف برنامه مورد مطالعه قرار گرفته و مشخص شد که قسمت یادگیری ماشین سهم اندکی در اجرای زمان کل برنامه دارد.

پیاده‌سازی یکپارچه قسمت‌های مختلف کار در محیط برنامه‌نویسی پایتون موجب افزایش کیفیت و دقت جواب‌های به دست آمده است. زمان اجرای الگوریتم B-ML نیز زمان‌های معقول و مناسبی است که بعد از حدود کمتر از ۲۰ درصد انجام تکرارهای لازم برای روش شمارشی جواب‌های مساله BLP را مشخص می‌کند. لازم به ذکر است که زمان اجرای الگوریتم B-ML تا حدود ۹۸ درصد مربوط به حل مساله TAP است و اجرای روش رگرسیون فقط حدود ۲ درصد زمان اجرا را شامل می‌شود. مثال‌های عددی بر روی دو شبکه در اندازه کوچک و متوسط مورد بررسی قرار گرفت و تحلیل جواب‌ها همراه با مقایسه تابع هدف شمارشی و الگوریتم ترکیبی بهینه‌سازی-یادگیری ماشین B-MI در قسمت نتایج عددی گزارش شده است. علاوه بر موارد ذکر شده

روش ارائه شده در این مقاله می‌تواند برای حل مسایل دوسطحی در حالت کلی نیز استفاده شود. به عبارت دیگر این روش مستقل از خواص توابع هدف، محدودیت‌ها و متغیرها است.

برای تحقیقات آتی می‌توان از دیگر روش‌های یادگیری ماشین نیز استفاده کرد و جواب‌های به دست آمده را با جوابهای به دست آمده در این پژوهش مقایسه کرد. به عنوان مثال به جای استفاده از روش رگرسیون خطی می‌توان از کرنل‌های چندجمله‌ای یا شعاعی بهره گرفت، هر چند که دقت روش رگرسیون خطی نیز در حد بالایی قرار دارد. استفاده از روش‌های یادگیری بیزین که بر پایه احتمال گاوسی استوار است، نیز می‌تواند برای کاهش تعداد داده‌های آموزشی و افزایش سرعت همگرایی مفید باشد. علاوه بر همه این حالت‌ها می‌توان رفتار کاربران را در استفاده از مسیرهای مختلف علاوه بر تابع هدف هزینه از دیدگاه‌های دیگر مانند آلودگی محیط زیست، پایداری ترافیک و یا رفتار کاربران بررسی کرد. در حل همه این مسایل می‌توان از روش‌های یادگیری ماشین بهره گرفت.

## منابع

- [1] Black, John.(2018). Urban transport planning: Theory and practice, Vol. 4.Routledge.
- [2] Patriksson M.(2015). The traffic assignment problem: models and methods, Courier Dover Publications.
- [3] Bagloee SA, Asadi M, Sarvi M, Patriksson M.(2018). A hybrid machine-learning and optimization method to solve bi-level problems.Expert Systems with Applications, 1;95:142-52.
- [4] Sinha A, Malo P, Deb K.(2017). A review on bilevel optimization: from classical to evolutionary approaches and applications, IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 22(2):276-95.
- [5] Migdalas A.(1995). Bilevel programming in traffic planning: Models, methods and challenge, Journal of global optimization,7(4):381-405.
- [6] Colson B, Marcotte P, Savard G.(2007). An overview of bilevel optimization.Annals of operations research, 153(1):235-56.
- [7] Abareshi, Maryam, and Mehdi Zaferanieh.(2019). A bi-level capacitated P-median facility location problem with the most likely allocation solution, Transportation Research Part B: Methodological 123, 1-20.
- [8] Zaferanieh, Mehdi, Maryam Abareshi, and JafarFathali.(2022). The minimum information approach to the uncapacitated p-median facility location problem, Transportation Letters 14, no. 3, 307-316.
- [9] Mahmoodi A, Sadeghi H.(2020). Developing (1, T) Policy for Two-level Inventory Systems with non-Identical Retailers and Perishable Items, Journal of Operational Research in Its Applications, 17 (2) :27-46. (In Persian).
- [10] Bagloee SA, Asadi M, Richardson L.(2012). Methodology for parking modeling and pricing in traffic impact studies, Transportation research record, 2319(1):1-2.
- [11] Bagloee SA, Shnaiderman M, Tavana M, Ceder A.(2015). A logit-based model for facility placement planning in supply chain management, International Journal of Logistics Systems and Management, 20(1):122-47.
- [12] Duda, Richard O., and Peter E. Hart.( 2006). Pattern classification.John Wiley & Sons.
- [13] Falah Rad M, Shakeri M, KhoshhalRoudposhti K, Shakerinia I.( 2022). Elderly Daily Activity-Based Mood Quality Estimation Using Decision-Making Methods and Smart Facilities (Smart Home, Smart Wristband, and Smartphone), Journal of Operational Research in Its Applications, 19 (2) :1-21. (In Persian).
- [14] Abareshi M, Zaferanieh M.(2019). A bi-level capacitated P-median facility location problem with the most likely allocation solution, Transportation Research Part B: Methodological, 123:1-20.
- [15] Zaferanieh, Mehdi, Maryam Abareshi, and Morteza Jafarzadeh.(2023). A bi-level p-facility network design problem in the presence of congestion, Computers & Industrial Engineering 176 : 109010.
- [16] Jeroslow RG.(1985). The polynomial hierarchy and a simple model for competitive analysis,Mathematical programming, 32(2):146-64.
- [17] Chollet F.(2021). Deep learning with Python, Simon and Schuster.

- [18] Correa, José R., and Nicolás E. Stier-Moses.(2011). Wardrop equilibria, Encyclopedia of Operations Research and Management Science,Wiley.
- [19] Tomar RS, Agrawal S.(2018). A Survey on Network Optimization Problem: Transport Network Design Problem, InProceedings of 3rd International Conference on Internet of Things and Connected Technologies (ICIoTCT), (pp. 26-27).
- [20] Rezaei N, Eblaghal G.S. (2014). Estimating the time value in daily business and education in big urban cities and their nearby areas (Tehran case study), Applied economics journal.(In Persian).
- [21] Shahi J, Ahangari H.(2005). Comparing results of different methods for estimating the value of traveling time, Joutnal of transportation research. (In Persian).