

تحلیل کارایی و رتبه‌بندی شرکت‌های گاز استانی با حضور شاخص‌های نامطلوب

حمزه امیر تیموری^۱، علیرضا امیر تیموری^{۲*}، مهدی کرباسیان^۳

۱- دانشجوی دکتری، گروه مهندسی صنایع، واحد نجف آباد، دانشگاه آزاد اسلامی، نجف آباد، ایران

۲- استاد، گروه ریاضی کاربردی، واحد رشت، دانشگاه آزاد اسلامی، رشت، ایران

۳- دانشیار، گروه مهندسی صنایع، واحد نجف آباد، دانشگاه آزاد اسلامی، نجف آباد، ایران

رسید مقاله: ۱۲ دی ۱۳۹۷

پذیرش مقاله: ۲۲ تیر ۱۳۹۸

چکیده

تحلیل پوششی داده‌ها یک تکنیک الگوریتمی پر کاربرد در حیطه‌ی تحقیق در عملیات است که در سه دهه‌ی اخیر کاربردهای متنوعی از آن در بخش‌های مختلف صنعت گزارش شده است. در این مقاله یک روش کارایی‌سنجی برای ارزیابی عملکرد شرکت‌های گاز استانی با حضور شاخص‌های نامطلوب ارایه شده است. اصل دسترس‌پذیری مدیریتی برای مدل‌سازی خروجی‌های نامطلوب به کار گرفته شده است. در ادامه، یک روش رتبه‌بندی با استفاده از وزن‌های مشترک ارایه خواهد شد. در انتها، بیست و نه شرکت گاز استانی مورد ارزیابی و تحلیل قرار خواهند گرفت.

کلمات کلیدی: تحلیل پوششی داده‌ها، کارایی، وزن‌های مشترک، ورودی و خروجی.

۱ مقدمه

در عصر رقابتی حاضر، شرکت‌ها همواره به دنبال افزایش درآمدها، کاهش هزینه‌ها و بهینه‌سازی تولید هستند. آن‌ها برای تحقق اهداف مهم مذکور همواره تلاش می‌کنند با اتخاذ رویکرد آینده‌نگر و بهره‌گیری از اصول و معیارهای نوین تصمیم‌گیری کارایی خود را افزایش و رشد و توسعه پایدار را تجربه نمایند. تحلیل پوششی داده‌ها (DEA) تکنیکی است که قادر است با برآورد مرز تولید کارایی نسبی واحدهای تصمیم‌گیری با نهاده‌ها و ستاده‌های متفاوت و نامتجانس را اندازه‌گیری نماید. چارنر، کوپر و رودز [۱] با توسعه کار فارل [۲] مدل را برای حالت بازده به مقیاس ثابت ارایه کردند. بنکر، چارنر و کوپر [۳] نیز مدل را برای حالت بازده به مقیاس متغیر پیشنهاد نمودند. در ادبیات ارزیابی کارایی به کمک روش، مطلوبیت ستاده‌ها در افزایشی بودن آن‌ها و مطلوبیت نهاده‌ها در کاهشی بودن آن‌ها است. لذا مدیران همواره تلاش می‌کنند با کاهش نهاده‌ها و افزایش ستاده‌ها،

* عهده‌دار مکاتبات

آدرس الکترونیکی: ateimoori@iaurasht.ac.ir

واحدها را به مرز کارایی برسانند و از این رو غالباً در کاربردهای گزارش شده مدل‌های کلاسیک، فقط حضور ستاده‌های مطلوب در نظر گرفته می‌شود اما این قاعده همیشه قابل اجرا نیست زیرا در برخی فعالیت‌ها به همراه شاخص‌های مطلوب، شاخص‌های نامطلوب هم ناخواسته وارد فرآیند تولید می‌شوند که با توجه به ماهیت آن‌ها، به هیچ وجه امکان حذف کامل یا جلوگیری از تولید آن‌ها وجود ندارد و موجب اتلاف منابع، افزایش هزینه، ایجاد مخاطره برای محیط زیست، نارضایتی جامعه و کاهش کارایی سازمان می‌شوند. به عنوان مثال می‌توان به آلودگی محیطی ناشی از مصرف گاز طبیعی اشاره کرد. با توجه به این که اساس مدل‌های مقدماتی بر مبنای کاهش نهاد و افزایش ستاده استوار است لذا وجود ستاده‌های نامطلوب سبب می‌شود تا سازمان‌ها نتوانند با پیشینه کردن ستاده‌ها به افزایش کارایی دست پیدا کنند. بهره‌گیری از مدل‌های کلاسیک پیش گفته شده سبب پیدایش خطا و محاسبه نادرست کارایی می‌گردد. بنابراین باید از مدل دیگری برای این حالت خاص بهره جست. نخستین بار فار و همکاران [۴] حضور عوامل نامطلوب را در یک مدل تحلیل پوششی داده‌ها مورد بررسی قرار داده‌اند. هایلو و ویمن [۵] در مقاله تحلیل بهره‌وری صنعت کاغذ و خمیر کاغذ کانادا، با این استدلال که ستاده‌های نامطلوب همانند نهاد برای یک واحد تولیدی هزینه در بر دارند آن‌ها را به عنوان نهاد در نظر گرفته و فرض دسترسی پذیری آزاد را بر آن‌ها اعمال کردند. فار و گراسکوف [۶] در مقاله‌ای شرط اصلاح شده هایلو و ویمن را متناقض قوانین فیزیکی و اصول استاندارد تئوری تولید دانسته و رویکرد رایج شده توسط آنان را مردود دانستند و با استفاده از فرض دسترسی پذیری ضعیف شفرد [۷] مدل‌بندی دیگری ارائه نمودند. جهان‌شاهلو و همکاران [۸] با توجه به این که معکوس با ساختار مخروطی تکنیک موثرتری برای ارزیابی سطح خروجی‌ها می‌باشد از آن برای ستاده‌های نامطلوب استفاده کردند. کاسمانن [۹] استفاده فار و گراسکوف [۶] از فاکتور کاهش یکنواخت برای تمام واحدهای تصمیم‌گیری را نادرست دانسته و به جای استفاده از فاکتور انقباضی یکسان، فاکتور کاهش غیریکسان را به کار برده‌اند. یانگ و پولیت [۱۰] برای ارزیابی عملکرد نیروگاه‌های سوخت فسیلی چین مدلی از تحلیل پوششی داده‌ها را ارائه کردند که قادر است با حضور ستاده‌های نامطلوب و غیرقابل کنترل عملکرد واحدها را اندازه‌گیری نماید. فوکویاما و ویر [۱۱] با استفاده از مدل شبکه‌ای جمعی برای ساختار دو مرحله‌ای، عملکرد بانک‌های ژاپنی با ستاده‌های نامطلوب را ارزیابی کردند. پودینوسکی و کاسمانن [۱۲] فرض دسترسی پذیری ضعیف را در قالب اصول موضوعه متفاوتی مورد بحث قرار داده و منطقی بودن ادعای خود را به اثبات رساندند. سویشی و گوتو [۱۳] برای ارزیابی زیست محیطی نیروگاه‌های ژاپن و صنایع تولیدی و مقایسه آن‌ها، اصل دسترسی پذیری مدیریتی برای ستاده‌های نامطلوب را پیشنهاد دادند. چن و همکاران [۱۴] اصل دسترسی پذیری ضعیف شفرد [۷] را برای مدل‌سازی ستاده‌های نامطلوب در تحلیل پوششی داده‌ها به کار گرفته و مدل حاصله را برای ارزیابی محیطی واحدهای صنعتی منطقه‌ای چین با وجود آلاینده‌ها به عنوان یکی از ستاده‌های نامطلوب مورد استفاده قرار دادند. امیر تیموری و همکاران [۱۵] برای مقابله با ستاده‌های نامطلوب در مدل‌های تجزیه و تحلیل عملکرد، فرض دسترسی پذیری آزاد را جایگزین فرض دسترسی پذیری ضعیف کرده و یک تعریف دیگر از فرض دسترسی پذیری ضعیف ارائه کرده و یک پایه اساسی برای ساخت یک فضای تکنولوژی

جدید تولید در حضور ستاده های نامطلوب معرفی نمودند و کارایی این مدل را با استفاده از داده های واقعی ۹۲ نیروگاه زغال سنگی نشان دادند.

با توجه به این که در فرآیند تولید ستاده های شرکت های گاز استانی تعدادی ستاده نامطلوب وجود دارد در این تحقیق یک روش جدید مبتنی بر تحلیل پوششی داده ها برای ارزیابی شرکت های گاز استانی با حضور ستاده های مطلوب و نامطلوب ارایه شده است و برای مدل بندی ستاده های نامطلوب از دسترسی پذیری مدیریتی بهره گرفته شده که حاصل آن یک مدل برنامه ریزی خطی است. این اصل نخستین بار توسط سویوشی و گوتو [۱۳] معرفی شده است. دراصل دسترسی پذیری مدیریتی، یک واحد تصمیم گیری با افزایش نهاده ها میزان ستاده های نامطلوب را کاهش می دهد و برخلاف تحلیل پوششی داده های کلاسیک، ورودی های وزن دار در صورت کسر قرار داده می شود. در ادامه، برای ایجاد تمایز بیشتر بین واحدهای تصمیم گیری، یک مساله برنامه ریزی خطی صحیح آمیخته معرفی شده که اساس آن استفاده از وزن های مشترک است. به کمک مدل رتبه بندی ارایه شده، تعداد واحدهای کارا به شدت کاهش می یابد.

ادامه این مقاله به صورت زیر سازماندهی می شود: در بخش بعدی، یک مدل کارایی سنجی با حضور شاخص های نامطلوب ارایه خواهد شد. یک روش رتبه بندی با استفاده از وزن های مشترک در بخش سوم ارایه می شود. در بخش چهارم، تئوری های ارایه شده روی بیست و نه شرکت گاز استانی پیاده سازی خواهند شد. نتایج در بخش آخر ارایه می شود.

۲ یک مدل کارایی سنجی با حضور شاخص های نامطلوب

فرض کنید n واحد تصمیم گیری $(DMU_j : j = 1, \dots, n)$ برای ارزیابی وجود دارند که هر کدام نهاده های $x_{ij} : i = 1, \dots, m$ را برای تولید دو دسته ستاده های مطلوب و نامطلوب مصرف می کنند. ستاده های مطلوب با $y_{rj} : r = 1, \dots, s$ و ستاده های نامطلوب با $w_{kj} : k = 1, \dots, K$ نشان داده می شوند. شاخص کارایی واحد تحت ارزیابی p ام را به صورت زیر تعریف می کنیم:

$$e_p = \frac{\sum_{r=1}^s u_r y_{rp} + \sum_{i=1}^m v_i x_{ip}}{\sum_{k=1}^K \gamma_k w_{kp}} \geq \theta, \quad (1)$$

که در آن u_r, v_i و γ_k به ترتیب وزن های متناظر ستاده های مطلوب، نهاده ها و ستاده های نامطلوب می باشند. نکته ای که باید به آن توجه شود این است که برخلاف تعریف کلاسیک تحلیل پوششی داده ها، در این تعریف از کارایی، مجموع توزین شده نهاده ها در صورت کسر کارایی ظاهر شده است و این نشان می دهد که برای بیشینه کردن کارایی، نهاده ها باید افزایش یابند. دلیل این موضوع در ادامه تشریح خواهد شد. اکنون برای ارزیابی عملکرد DMU_p ، مدل برنامه ریزی کسری زیر حل خواهد شد:

$$e_p^* = \text{Max } e_p$$

$$\text{s.t. } \left\{ \begin{array}{l} e_j \leq 1 \quad j = 1, \dots, n \\ u_r, v_i, \gamma_k \geq 0 \quad \text{for all } r, i \text{ and } k \end{array} \right\} \quad (2)$$

با استفاده از تبدیل چارنر و کوپر [۱۶] مدل (۲) به شکل خطی زیر تبدیل می‌شود:

$$e_p^* = \text{Max } \sum_{r=1}^s u_r y_{rp} + \sum_{i=1}^m v_i x_{ip}$$

$$\text{s.t. } \left\{ \begin{array}{l} \sum_{k=1}^K \gamma_u w_{kp} = 1, \\ \left(\sum_{r=1}^s u_r y_{rj} + \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} \right) - \left(\sum_{k=1}^K r_k w_{kj} \right) \leq 0, \quad j = 1, \dots, n, \\ u_r, v_i, \gamma_u \geq 0 \quad \text{for all } r, i \text{ and } k. \end{array} \right. \quad (3)$$

تعریف ۱: به DMU_p کارایی نسبی گفته می‌شود اگر و تنها اگر وزن‌های مثبتی برای مدل (۳) وجود داشته باشد به طوری که $e_p^* = 1$.

به آسانی می‌توان اثبات کرد که در بهینگی مدل (۳) حداقل یکی از محدودیت‌های $j = 1, \dots, n$ به صورت تساوی برقرار می‌باشد و این موضوع تضمین می‌کند حداقل یک DMU کارایی نسبی است. فرمول‌بندی دوگان مدل (۳) به صورت زیر می‌باشد:

$$\text{Min } \theta$$

$$\text{s.t. } \sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj} \geq y_{ro}, \quad r = 1, \dots, s,$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} \geq x_{io}, \quad i = 1, \dots, m, \quad (4)$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j w_{kj} \leq \theta w_{ko}, \quad k = 1, \dots, K,$$

$$\lambda_j \geq 0, \quad j = 1, \dots, n.$$

مدل فوق یک مساله برنامه‌ریزی خطی است هدف آن کاهش خروجی‌های نامطلوب است. البته لازم به ذکر است چنانچه اهداف دیگری از جمله کاهش ورودی‌ها و یا افزایش خروجی‌های مطلوب مورد نظر باشد، به آسانی می‌توان مدل را بازنگری نمود. در این تحقیق چون اولویت روی کاهش خروجی‌های نامطلوب می‌باشد، ضریب انقباض یا کاهش خروجی‌های نامطلوب به کار گرفته شده است. در فرمول‌بندی دوگان (۴) قید دوم مربوط به نهاده‌ها را در نظر بگیرید. ماهیت این قید نشان می‌دهد که شیوه مدل‌سازی ستاده‌های نامطلوب، استفاده از اصل دسترسی‌پذیری مدیریتی می‌باشد که نخستین بار توسط سویوشی و گوتو [۱۳] معرفی شده است. در دسترسی‌پذیری مدیریتی، یک واحد تصمیم‌گیری با افزایش نهاده‌ها میزان ستاده‌های نامطلوب را کاهش می‌دهد.

۳ رتبه‌بندی با استفاده از وزن‌های مشترک

پس از حل مدل (۴) همانند مدل‌های کلاسیک *DEA*، بیش از یک واحد تصمیم‌گیری کارا خواهد بود که این امر ضرورت‌آریه یک روش رتبه‌بندی را نشان می‌دهد. در ادامه به معرفی یک روش رتبه‌بندی برای واحدهای کارا خواهیم پرداخت. در روش آریه شده، یک مجموعه مشترک وزن‌ها به گونه‌ای پیدا خواهد شد که تنها یک واحد تصمیم‌گیری را به عنوان کاراترین واحد معرفی می‌نماید. برای این منظور n محدودیت زیر در نظر گرفته می‌شوند:

$$\left(\sum_{r=1}^s u_r y_{rj} + \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} \right) - \left(\sum_{k=1}^K \gamma_k w_{kj} \right) \leq 0, \quad j = 1, \dots, n, \quad (5)$$

با افزودن متغیر دودویی d_j به این محدودیت‌ها آن‌ها را به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$\left(\sum_{r=1}^s u_r y_{rj} + \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} \right) - \left(\sum_{k=1}^K \gamma_k w_{kj} \right) + T_j + \varepsilon d_j = 0, \quad j = 1, \dots, n, \quad (6)$$

$$\sum_{j=1}^n d_j = n-1, \quad d_j \in \{0, 1\}, \quad j = 1, \dots, n,$$

که در آن ε به قدر دلخواه کوچک در نظر گرفته می‌شود. قید $\sum_{j=1}^n d_j = n-1$ و دودویی بودن d_j ها تضمین می‌کند که $n-1$ تا از d_j ها برابر یک و دقیقاً یک d_j برابر صفر باشد. اگر T_j متناظر $d_j = 0$ باشد در آن صورت DMU_j روی ابرصفحه به دست آمده قرار خواهد گرفت و از این رو کارا خواهد بود. اگر تابع هدف $\text{Min} \sum_{j=1}^n T_j$ را با محدودیت‌های (۶) در نظر بگیریم، ثابت خواهد شد که حداقل یک T_j برابر صفر خواهد بود. لذا مساله برنامه‌ریزی صحیح مختلط زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$\begin{aligned} & \text{Min} \quad \sum_{j=1}^n T_j \\ & \text{s.t.} \quad \left(\sum_{r=1}^s u_r y_{rj} + \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} \right) - \left(\sum_{k=1}^K \gamma_k w_{kj} \right) + T_j + \varepsilon d_j = 0, \quad j = 1, \dots, n, \\ & \quad \sum_{j=1}^n d_j = n-1, \\ & \quad d_j \in \{0, 1\}, \quad j = 1, \dots, n, \\ & \quad T_j \geq 0, \quad j = 1, \dots, n, \\ & \quad u_r, v_i \text{ and } \gamma_k \geq 0 \quad \text{for all } r, i \text{ and } k. \end{aligned} \quad (7)$$

به آسانی می‌توان ثابت کرد که مدل (۷) که مدل وزن مشترک نامیده می‌شود شدنی و کران‌دار است. به علاوه در بهینگی دقیقاً یک d_j و T_j متناظر آن، برابر صفر است. $\bar{T}_j = T_j + \varepsilon d_j$ در واقع نقش میزان ناکارایی DMU_j را ایفا می‌کند. در بهینگی مدل (۷) دقیقاً یکی از \bar{T}_j ها برابر صفر است و از این رو DMU_j بهترین

رتبه را دارا می‌باشد و بسته به مقدار بقیه T_j ها، DMU های دیگر رتبه‌بندی خواهند شد. توجه داشته باشید که

$$\bar{T}_j \text{ برابر صفر به گونه‌ای تعیین می‌شود که } \sum_{j=1}^n T_j \text{ کمینه شوند.}$$

۴ مطالعه کاربردی در شرکت‌های گاز استانی

در این بخش مدل پیشنهادی روی داده‌های مربوط به ۲۹ شرکت گاز استانی پیاده‌سازی خواهد شد. شرکت‌های گاز استانی در ۳۱ استان کشور مستقر هستند و هر شرکت به عنوان یک واحد تصمیم‌گیری مستقل زیر نظر شرکت ملی گاز ایران فعالیت می‌کند. به دلیل تازه تاسیس بودن دو شرکت و فقدان اطلاعات لازم، تمرکز تحقیق روی ۲۹ شرکت صورت گرفته است. اگرچه شاخص‌های متعددی در این بخش قابل تعریف می‌باشد، لیکن به دلیل تمرکز تحقیق روی شاخص‌های معین، تنها هشت شاخص به عنوان ورودی و خروجی در نظر گرفته شده است.

در این ارزیابی سه نهاد، چهار ستاده مطلوب و یک ستاده نامطلوب در نظر گرفته شده است. نهاده‌ها شامل هزینه‌های عملیاتی (غیرپرسنلی) (ده میلیون ریال)، حجم گاز تحویلی (مترمکعب) و هزینه حقوق و دستمزد کارکنان (ده میلیون ریال) می‌باشد. ستاده‌های مطلوب نیز شامل درآمد کل (ده میلیون ریال)، تعداد مشترکین، حجم شبکه (کیلومتر) و ضریب نفوذ گازرسانی شهری و روستایی هستند. تنها ستاده نامطلوب این تحقیق آلودگی محیطی (مترمکعب) در نظر گرفته شده است. توصیف آماری شاخص‌های نهاد و ستاده در جدول ۱ ارائه شده است. دوره ارزیابی یک دوره یک ساله در سال ۹۴ می‌باشد.

جدول ۱. توصیف آماری نهادها و ستاده‌ها

	x_1	x_2	x_3	y_1	y_2	y_3	y_4	w_1
مینیم	۹۶	۲۹۴۵۹۷	۳۲۴۷/۷۰	۱۱۲۵	۶۰۰۴۷۹	۱۵۵۲	۰/۱۳۷	۰/۰۰۱۶
ماکسیم	۲۶۲۰	۲۴۴۱۵۶۷۰	۶۳۴۲۷۵۰	۲۰۸۹۸۷	۲۰۲۰۸۹۰۶	۴۶۷۲۱	۱/۹۷۶	۰/۵۲۴
میانگین	۸۸۷/۳۸	۶۹۲۳۸۱۶/۳۵	۱۵۷۵۴۵۳/۹۶	۳۹۹۶۷۱/۱۴	۴۹۱۷۱۵۱/۳۱	۱۱۶۶۴/۵۹	۱/۰۶	۰/۰۵۸۷
انحراف معیار	۷۲۶/۹۶	۵۸۵۹۱۷۰/۸۸	۱۵۳۵۹۹۵۱	۴۰۸۱۸/۷۸	۵۴۸۲۶۹۷/۹۰	۶۳۲۱/۱۱	۰/۸۲۱۱	۰/۱۰۱۷

برای ارزیابی عملکرد این بیست و نه شرکت، مدل (۴) روی این داده‌ها اجرا شد. توصیف آماری اندازه کارایی و نقاط تصویر واحدها در جدول ۲ ارائه گردید. نتایج بیان‌گر آن است که از ۲۹ شرکت استانی تنها دو شرکت شماره ۶ و ۷ کارا ظاهر شده‌اند همچنین شرکت شماره ۴ ناکارترین شرکت شده است.

جدول ۲. توصیف آماری نهادها و ستاده‌های واحدهای تصویر

کارایی	x_1	x_2	x_3	y_1	y_2	y_3	y_4	w_1
مینیم	۳۰۲/۱۹	۳۶۴۰۵۴۲/۱۹	۹۲۴۸/۴۳	۱۵۲۵۴/۵۹	۱۴۳۶۲۱۴	۲۶۹۶/۹۰	۰/۲۹۴۳	۰/۰۰۰۴
ماکسیم	۲۶۲۰	۲۹۰۶۶۹۴۸/۸۱	۶۸۳۰۲۰۲/۰۶	۲۰۳۹۳۷	۴۳۳۰۷۱۸۵/۵۲	۴۶۷۲۱	۳/۵۳۰۲	۰/۰۰۳۷
میانگین	۹۵۸/۲۴	۱۶۰۶۹۶۸۳/۴۶	۳۲۵۲۳۳۲/۸۵	۶۵۳۰۱/۸۵	۲۰۰۳۷۳۸/۲۷	۲۳۰۵۲/۷۳	۱/۸۵۵۲	۰/۰۰۲۰
انحراف معیار	۶۹۷/۲۲	۶۴۴۲۲۵۴/۰۸	۱۶۲۸۵۱۲/۳۳	۵۷۱۳۱/۶۲	۷۵۰۶۴۱۵/۱۶	۷۷۵۰/۵۷	۰/۶۲۱۴	۰/۰۰۰۷

با مقایسه‌ی جداول ۱ و ۲ به آسانی می‌توان دید که برای کاستن خروجی‌های نامطلوب باید تمام ورودی‌ها افزایش یابند. این انتظار منطقی است چرا که به نظر می‌رسد باید برای به‌روزرسانی تجهیزات هزینه کرد. در مقابل این افزایش هزینه، خروجی‌های نامطلوب به طور قابل ملاحظه‌ای کاهش یافته است. به علاوه، خروجی‌های مطلوب نیز افزایش قابل ملاحظه‌ای دارند.

با به کارگیری مدل جدید وزن‌های مشترک (۷)، رتبه‌بندی واحدها تعیین گردید و بر این اساس شرکت شماره ۶ رتبه اول و شرکت شماره ۷ رتبه دوم را کسب نمودند.

۵ نتیجه‌گیری و پیشنهادات

در این تحقیق یک روش جدید مبتنی بر تحلیل پوششی داده‌ها برای ارزیابی شرکت‌های گاز استانی ارائه شده است. در مدل ارائه‌شده هم ستاده‌های مطلوب و هم ستاده‌های نامطلوب در نظر گرفته شده‌اند و برای مدل‌بندی ستاده‌های نامطلوب، از دسترس‌پذیری مدیریتی بهره گرفته شده که حاصل آن یک مدل برنامه‌ریزی خطی است. در ادامه برای ایجاد تمایز بیشتر بین واحدهای تصمیم‌گیری، یک مساله برنامه‌ریزی خطی صحیح آمیخته معرفی شد که اساس آن استفاده از وزن‌های مشترک است. به کمک مدل رتبه‌بندی ارائه شده، تعداد واحدهای کارا به شدت کاهش می‌یابد. مدل‌های ارائه شده مشکل نشدنی بودن و بی‌کرانی را ندارند. در پایان، نتایج تئوری این تحقیق روی داده‌های مربوط به شرکت‌های گاز استانی پیاده‌سازی شدند. ارتباط موضوع این تحقیق با بحث تعیین بهترین واحد کارا موضوع جدیدی است که می‌تواند زمینه مطالعات آتی باشد که پژوهشگران در صدد انجام آن خواهند بود.

منابع

- [1] Charnes, A., Cooper, W. W., Rhodes, E., (1978). Measuring the efficiency of decision- making units, *European Journal of Operational Research*, 2, 429-444.
- [2] Farrell, M. J., (1957). The measurement of productive efficiency, *Journal of The Royal Statistical Society*, 120, 253-290.
- [3] Banker, R. D., Charnes, A., Cooper, W. W., (1984). Some models for estimating technical and scale inefficiencies in data envelopment analysis, *Management Science*, 30, 1078-1092.
- [4] Färe, R., Grosskopf, S., Lovell, C. A. K., Pasurka, C., (1989). Multilateral productivity comparisons when some outputs are undesirable: A non-parametric approach, *Review of Economics and Statistics*, 71(1), 95-98.
- [5] Hailu A., Veeman, T. S., (2001). Non-parametric Productivity Analysis with undesirable outputs: An application to the Canadian Pulp and Paper Industry, *American Journal of Agricultural Economics*, 83(3), 605-616.
- [6] Färe, R., Grosskopf, S., (2003). Non-parametric Productivity Analysis with undesirable Outputs: Comment, *American Journal of Agricultural Economics*. 85(4), 1070-1074.
- [7] Shephard, R. W., *Indirect Production Functions*, *Mathematical Systems in Economics*, 10, Meisenheim am Glan: Anton Hain, 1974.
- [8] Jahanshahloo, G. R., Vencheh, A. H., Foroughi, A. A., Matin, R. K., (2004). Inputs/output estimation in DEA when some factors are undesirable, *Applied Mathematics and Computations*, 156, 19-32.
- [9] Kuosmanen, T., (2005). Weak disposability in nonparametric production analysis with undesirable outputs, *American Journal of Agricultural Economics*, 87(4), 1077-1082.

- [10] Yang, H., Pollitt, M., (2019). Incorporating both undesirable outputs and uncontrollable variables into DEA: The performance of Chinese coal-fired power plants, *European Journal of Operational Research*, 197(3), 1095-1105.
- [11] Fukuyama, H. Weber, W. L., (2010). A slacks-based inefficiency measure for a two-stage system with bad outputs, *Omega*, 38(5), 398-409.
- [12] Podinovski, V. V., Kuosmanen, T., (2011). Modelling weak disposability in data envelopment analysis under relaxed convexity assumption, *European Journal of Operational Research*, 211(3), 577-585.
- [13] Sueyoshi, T., Goto, M., (2012). Weak and strong disposability vs. Natural and managerial disposability in DEA environmental assessment: Comparison between Japanese electric Power industry and manufacturing industries, *Energy Economic*, 34(3), 686–699.
- [14] Chen, L., Jia, G., (2016). Environmental efficiency analysis of China's regional industry: A data envelopment analysis based approach, *Journal of Cleaner Production*, 142, 856-853.
- [15] Amirteimoori, A., Kordrostami, S., Fooladvand, M., (2017). Efficiency measurement using nonparametric production analysis in the presence of undesirable outputs: An application to power plants, *Operations Research and Decisions*, 3, 5-20.
- [16] Charnes, A., Cooper, W. W., (1962). Programming with Linear Fractional Functional. *Naval Research Logistics Quarterly*, 9, 181-186.