

رتبه بندی و تحلیل حساسیت رتبه‌های واحدهای تصمیم گیرنده در تحلیل پوششی داده‌ها بر مبنای ابرصفحه ایده آل

نازیلا آقایی^{۱*}، فرهاد حسین زاده لطفی^۲، کبری غلامی^۳، زهرا قلیج بیگی^۴

۱- استادیار، گروه ریاضی، واحد اردبیل، دانشگاه آزاد اسلامی، اردبیل، ایران.

۲- استادیار، گروه ریاضی، واحد علوم و تحقیقات، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران

۳- استادیار، گروه ریاضی، واحد بوشهر، دانشگاه آزاد اسلامی، بوشهر، ایران.

۴- استادیار، گروه ریاضی، واحد مبارکه، دانشگاه آزاد اسلامی، مبارکه، ایران.

رسید مقاله: ۷ آذر ۱۳۹۵

پذیرش مقاله: ۱۰ خرداد ۱۳۹۶

چکیده

تا کنون روش‌های زیادی برای رتبه بندی DMU ها در تحلیل پوششی داده‌ها DEA ارائه شده است که اکثر این روش‌ها در تعیین رتبه محدودیت دارند. از محدودیت‌های موجود می‌توان از نشدنی بودن بعضی از این روش‌ها در حالات خاص و یا عدم توانایی آن‌ها در رتبه بندی همه DMU ها یاد کرد که ما در این مقاله روشی جهت رتبه بندی و تحلیل حساسیت رتبه واحدهای تصمیم گیرنده در تحلیل پوششی داده‌ها ارائه داده‌ایم که مدل‌های ارائه شده در این مقاله شدنی بوده و قادر به رتبه بندی همه DMU ها می‌باشد، به عبارت دیگر DMU ها در روش ارائه شده بر مبنای ابرصفحه ایده آل ارزیابی شده و سپس DMU ها را صرف نظر از نمره کارایی رتبه بندی می‌کند و از آنجا که رتبه بندی DMU ها در DEA از مهم‌ترین مفاهیم مدیریتی، اقتصادی و ... می‌باشد؛ بنابراین روشی جهت یافتن بازه پایداری برای رتبه واحدها بیان کردیم و مثال عددی جهت رتبه بندی هشت DMU با دو ورودی و یک خروجی ارائه داده شده است.

کلمات کلیدی: تحلیل پوششی داده‌ها، رتبه بندی، تحلیل حساسیت، ابرصفحه ایده آل.

۱ مقدمه

تحلیل پوششی داده‌ها اولین بار توسط فارل [۱] معرفی شد و سپس توسط چارنز و همکاران [۲] بسط داده شده است. در این گونه مدل‌ها فرض بر این است که چندین ورودی چندین خروجی را تولید می‌کنند. هدف اصلی در این مدل‌ها ارزیابی کارایی DMU تحت ارزیابی در مقایسه با دیگر DMU های مشاهده شده می‌باشد.

* عهده‌دار مکاتبات

آدرس الکترونیکی: nazila.aghayi@gmail.com

با به کار بردن مدل های *DEA* جهت ارزیابی کارایی نسبی واحدهای تصمیم گیرنده معمولاً بیش از یک واحد تصمیم گیرنده کارا ارزیابی می گردد که رتبه بندی این واحدهای تصمیم گیرنده کارا از اهمیتی خاص برخوردار می باشد. بعضی از مدل های رتبه بندی که کارا مورد استفاده قرار می گیرد، مدل اندرسون و پیترسون (*AP*) [۳] و مدل محرابیان و همکاران *MAJ* [۴] می باشد؛ اما باید توجه داشت که در برنامه مدیریتی گاهی هدف رتبه بندی کلی *DMU* ها می باشد که در ارزیابی های صورت گرفته بر پایه چنین هدفی ممکن است *DMU* ای ناکارا رتبه بهتری را نسبت به *DMU* کارا داشته باشد. جهانشاهلو و همکاران [۵] به کمک کارایی متقاطع به رتبه بندی واحدهای تصمیم گیرنده با ارایه وزن های متقارن به عنوان هدف ثانویه پرداختند. همچنین جهانشاهلو و همکاران [۶] مدلی برای رتبه بندی واحدها با در نظر گرفتن وزن مشترک و استفاده از ایده ال مثبت ارایه دادند. رضاییان و فروغی [۷] مدلی پیشنهاد دادند که قادر است واحدهای تصمیم گیرنده کارا را بر اساس اشتراک مرز مرجع رتبه بندی کند. حسین زاده لطفی و همکاران [۸] گزینه ها در سیستم رای گیری را با ارایه مدل چند هدفه و هدف ثانویه رتبه بندی کردند. آقایی و همکاران [۹] با استفاده از وزن مشترک به ارزیابی واحدها در حالت عدم قطعیت با ارایه سطح محافظت و همچنین به رتبه بندی واحدها پرداختند. رستمی مال خلیفه و آقایی [۱۰] واحدهای تصمیم گیرنده را بر اساس کارایی سود کلی آن ها با داده های بازه ای به کمک دو روش اندرسن-پیترسن و نرم L_1 رتبه بندی کردند. الدمک و ذوالفقاری [۱۱] مروری بر روش های رتبه بندی برای واحدهای تصمیم گیرنده انجام دادند. جهانشاهلو و همکاران [۱۲] روشی برای رتبه بندی واحدهای تصمیم گیرنده به کمک نقطه ایده ال و داده های بازه ای در تحلیل پوششی داده ها پیشنهاد کردند. امیری و همکاران [۱۳] به کمک مدل غیرخطی به ارزیابی کارایی شرکت های غذایی و آشامیدنی پذیرفته شده در سازمان بورس و اوراق بهادار با بهره گیری از مدل ارایه شده پرداختند.

در این مقاله رتبه بندی و تحلیل حساسیت رتبه بندی واحدهای تصمیم گیرنده در تحلیل پوششی داده ها بیان شده است. در روش ارایه شده بر مبنای ابرصفحه ایده آل *DMU* ها را ارزیابی کرده و سپس *DMU* ها را صرفه نظر از نمره کارایی رتبه بندی می کنیم و نهایتاً مدلی جهت تحلیل حساسیت رتبه بندی بیان می شود. بخش های این مقاله بدین صورت بیان شده است: در بخش دوم، مفاهیم اولیه در ارتباط با مقاله بیان می شود، در بخش سوم، رتبه بندی و تحلیل حساسیت *DMU* ها در *DEA* بر مبنای ابرصفحه ایده آل ارایه داده می شود، در بخش چهارم مثال عددی و نهایتاً در بخش پنجم نتیجه گیری از مقاله ارایه داده شده، آورده شده است.

۲ مفاهیم اولیه رتبه بندی *DMU* ها در *DEA*

همان طور که قبلاً بیان شد در ارزیابی *DMU* های متجانس به وسیله *DEA* به هر *DMU* یک نمره کارایی بین $1,0$ نسبت داده می شود و اگر مقدار کارایی *DMU* ای یک باشد، آن گاه این *DMU* کارا می باشد. حال اگر در ارزیابی *DMU* های متجانس تعدادی از *DMU* ها کارا شوند چگونه می توان تمایزی بین عملکرد آن ها قایل شد و به چه صورت می توانیم تشخیص دهیم که کدام یک از این *DMU* ها نسبت به دیگری ارجحیت دارد برای پاسخ به این سوال محققین روش هایی را ارایه دادند که به کمک آن ها می توان برخی یا تمامی *DMU* های کارا

را مرتب نمود این مفهوم در DEA رتبه بندی نامیده می شود. در ادامه برخی از روش های رتبه بندی مورد بحث قرار می گیرد.

۲-۱ مدل اندرسون و پیترسون

اندرسون و پیترسون [۳] مدل ابرکارایی را ارائه کردند. آن ها جهت رتبه بندی DMU ها با حذف DMU مورد نظر از مجموعه امکان تولید و اجرای مدل DEA برای باقیمانده DMU ها یک نمره رتبه بندی برای آن به دست آوردند. این مدل که به AP مشهور است به صورت زیر است:

$$\begin{aligned}
 & \text{Max } \sum_{r=1}^s u_r y_{r_0} \\
 & \text{s.t. } \sum_{i=1}^m v_i x_{i_0} = 1, \\
 & \sum_{r=1}^s u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} \leq 0, \quad j = 1, \dots, n, j \neq 0, \\
 & u_r \geq 0, \quad r = 1, \dots, s, \\
 & v_i \geq 0, \quad i = 1, \dots, m.
 \end{aligned} \tag{1}$$

دو مشکل اساسی مدل AP

الف- مدل AP در ماهیت ورودی برای DMU های با ورودی های صفر، ممکن است نشدنی گردد.
 ب- مدل AP برای DMU هایی در ماهیت ورودی با داده های نزدیک به صفر ارزیابی دقیقی رانمی دهد همچنین برای DMU هایی که داده های نزدیک به صفر دارند.

۲-۲ مدل MAJ

محراییان و همکاران [۴] مدل MAJ را جهت رتبه بندی واحدهای کارا مطرح نمودند. در این مدل حرکت به سوی مرز در امتداد موازی محور ورودی ها و به صورت حرکتی در مسیرهای قائم و عمود بر هم و قدم های مساوی انجام می شود. این مدل به صورت زیر است:

$$\begin{aligned}
 & \text{Min } 1+w \\
 & \text{s.t. } \sum_{j \neq 0}^n \lambda_j x_{ij} \leq x_{i_0} + w, \quad i = 1, \dots, m, \\
 & \sum_{j \neq 0}^n \lambda_j y_{rj} \leq y_{r_0}, \quad r = 1, \dots, s, \\
 & \lambda_j \geq 0, \quad j = 1, \dots, n, j \neq 0.
 \end{aligned} \tag{2}$$

دو آل مساله فوق همان فرم مضربی مدل است که به صورت زیر است:

$$\begin{aligned}
 & \text{Max} \quad \sum_{r=1}^s u_r y_{r0} - \sum_{i=1}^m v_i x_{i0} \\
 & \text{s.t.} \quad \sum_{r=1}^s u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} \leq 0, \quad j = 1, \dots, n, j \neq 0, \\
 & \quad \sum_{i=1}^m v_i = 1, \\
 & \quad u_r \geq 0, \quad r = 1, \dots, s, \\
 & \quad v_i \geq 0, \quad i = 1, \dots, m.
 \end{aligned} \tag{3}$$

مشکلات مدل MAJ

الف- مقدار تابع هدف بهینه مساله به واحد اندازه گیری ورودی ها بستگی دارد. برای از بین بردن این مشکل، لازم است که داده ها را نرمال نماییم.

ب- ممکن است مدل MAJ در برخی حالات نشدنی گردد. برای رفع این مشکل مدل MAJ اصلاح شده پیشنهاد شد.

۲-۳ مدل MAJ اصلاح شده

همان طور که قبلا بیان شد، ممکن است در برخی حالات مدل نشدنی گردد برای رفع این مشکل ساعتی و همکاران [۱۴] مدلی ارائه دادند که در آن با کاهش ورودی ها و هم زمان افزایش خروجی ها با اندازه مساوی، DMU تحت ارزیابی را روی مرز کارایی تصویر می کند این مدل به صورت زیر است:

$$\begin{aligned}
 & \text{Min} \quad 1+w \\
 & \text{s.t.} \quad \sum_{j \neq 0}^n \lambda_j x_{ij} \leq x_{i0} + w, \quad i = 1, \dots, m, \\
 & \quad \sum_{j \neq 0}^n \lambda_j y_{rj} \leq y_{r0} - w, \quad r = 1, \dots, s, \\
 & \quad \lambda_j \geq 0, \quad j = 1, \dots, n, j \neq 0.
 \end{aligned} \tag{4}$$

۳ رتبه بندی و تحلیل حساسیت DMU ها در DEA بر مبنای ابرصفحه ایده آل

همان طور که قبلا بیان شد در ارزیابی DMU ها امکان دارد چندین DMU از نقطه نظر کارایی دارای اندازه کارایی یکسان باشند، در چنین مواقعی مدیر خواهان تعیین ارجحیت بین چنین DMU هایی می باشند، برای این منظور بحث رتبه بندی DMU ها مطرح می شود و حتی در حالت کلی صرف نظر از نمره کارایی به دنبال ارجحیت بین DMU ها هستند که در این حالت امکان دارد DMU ناکارایی رتبه بهتری نسبت به کارا داشته باشد. در این حالت می توان بعد از ارائه رتبه کلی، رتبه DMU های کارا را به ترتیب اولویت به دست آمده مشخص کرد.

روش رتبه بندی که ما در این مقاله ارایه می دهیم به صورتی است که تمامی DMU ها را رتبه بندی می کند، و مبنای این رتبه بندی بر اساس فاصله تا ابرصفحه ایده آل پایه گذاری شده است که هر چه فاصله تا ابرصفحه ایده آل کم تر باشد DMU مورد نظر رتبه بهتری دارد و طبق این روش برای مدیر ارجح تر می باشد. نهایتاً در این قسمت تحلیل حساسیت رتبه بندی روش ارایه داده شده بیان می شود.

حال فرض کنید n DMU تحت ارزیابی وجود دارد، به طوری که DMU_j ($j = 1, \dots, n$) ورودی x_{ij} ($i = 1, \dots, m$) را برای تولید s خروجی y_{rj} ($r = 1, \dots, s$) مصرف می کند.

۳-۱ رتبه بندی DMU ها در DEA بر مبنای ابرصفحه ایده آل

اکثر مدل هایی که تاکنون برای رتبه بندی ارایه داده شده اند فقط قادر به رتبه بندی واحد تصمیم گیرنده کارا می باشند. در حالی که مدل ارایه داده شده در اینجا همه واحدهای تصمیم گیرنده را بر مبنای ابرصفحه ایده آل رتبه بندی می کند.

از آنجا که روش مذکور بر مبنای ابرصفحه ایده آل می باشد، ابتدا واحد تصمیم گیرنده ایده آل و ابرصفحه ایده آل معرفی می شوند.

تعریف ۱: واحد تصمیم گیرنده ایده آل واحدی است که با مصرف کم ترین ورودی بیش ترین خروجی را تولید کند.

$$y_r^{\max} = \max_j \{y_{rj}\} \quad r = 1, \dots, s$$

$$x_i^{\min} = \min_j \{x_{ij}\} \quad i = 1, \dots, m$$

مدل (۵) مینیمم فاصله ابرصفحه متناظر هر DMU تا ابرصفحه ایده آل را نشان می دهد و جهت رتبه بندی همه DMU ها مورد استفاده قرار می گیرد ملاک رتبه بندی به گونه ای است که هر چه مقدار s_j کم تر باشد DMU تحت ارزیابی از رتبه بهتری برخوردار خواهد بود.

$$\begin{aligned} & \text{Min} \quad \{s_1, s_2, \dots, s_n\} \\ \text{s.t.} \quad & \sum_{r=1}^s u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} + s_j = 0, \quad j = 1, \dots, n, \\ & \sum_{r=1}^s u_r y_r^* - \sum_{i=1}^m v_i x_i^* = 0, \\ & u_r \geq \varepsilon, \quad r = 1, \dots, s, \\ & v_i \geq \varepsilon, \quad i = 1, \dots, m. \end{aligned} \quad (5)$$

مدل (۵) به صورت $MOLP$ می باشد که برای حل آن چندین روش وجود دارد که ما در این قسمت جهت سهولت در محاسبه و خطی کردن مدل از روش مجموع وزن دار شده استفاده می کنیم که مدل فوق را می توان به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$\begin{aligned}
 & \text{Min} \quad \sum_{j=1}^n s_j \\
 & \text{s.t.} \quad \sum_{r=1}^s u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} + s_j = 0, \quad j = 1, \dots, n, \\
 & \quad \quad \sum_{r=1}^s u_r y_r^* - \sum_{i=1}^m v_i x_i^* = 0, \\
 & \quad \quad u_r \geq \varepsilon, \quad r = 1, \dots, s, \\
 & \quad \quad v_i \geq \varepsilon, \quad i = 1, \dots, m.
 \end{aligned} \tag{6}$$

به طور خلاصه ملاک، رتبه بندی s_j می باشد به گونه ای که هر چه s_j کم تر باشد DMU_j از رتبه بهتری برخوردار می باشد. شایان ذکر است که متغیر s_j همواره مثبت است.

۳-۲ تحلیل حساسیت DMU ها در DEA بر مبنای ابرصفحه ایده آل

از آنجا که رتبه بندی DMU ها از مهم ترین اهداف مدیران می باشد و خواهان اطلاعات کافی مبنی بر این که شاخص های مربوط به DMU ها در چه بازه ای تغییر کنند به گونه ای که رتبه های حاصل شده حفظ شوند، بنابراین برای این منظور تحلیل حساسیت رتبه بندی DMU ها مطرح می شود که در این مقاله، جهت تحلیل حساسیت DMU ها در DEA بر مبنای ابرصفحه ایده آل که در قسمت قبل بیان شد، از مدل های زیر استفاده می شوند. بدون اینکه به کلیت استدلال خللی وارد شود فرض شده است که DMU ها به صورت زیر مرتب شده اند:

$$s_1 < s_2 < \dots < s_o < \dots < s_n$$

مدل (۷) جهت محاسبه شعاع پایداری در حالتی استفاده می شود که DMU تحت ارزیابی بهبود می یابد، به گونه ای که رتبه خودش و دیگر DMU ها حفظ شود.

$$\begin{aligned}
 & \text{Max} \quad \alpha \\
 & \text{s.t.} \quad \sum_{r=1}^s u_r (y_{rj} + \alpha) - \sum_{i=1}^m v_i (x_{ij} - \alpha) + s_o = 0, \\
 & \quad \quad \sum_{r=1}^s u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} + s_j = 0, \quad j = 1, \dots, n, \quad j \neq o, \\
 & \quad \quad \sum_{r=1}^s u_r y_r^* - \sum_{i=1}^m v_i x_i^* = 0, \\
 & \quad \quad y_{rj} + \alpha \leq y_r^*, \quad r = 1, \dots, s, \\
 & \quad \quad x_{ij} - \alpha \geq x_i^*, \quad i = 1, \dots, m, \\
 & \quad \quad s_1 < s_2 < \dots < s_o < \dots < s_n \\
 & \quad \quad \alpha \geq 0 \\
 & \quad \quad u_r \geq \varepsilon, \quad r = 1, \dots, s, \\
 & \quad \quad v_i \geq \varepsilon, \quad i = 1, \dots, m.
 \end{aligned} \tag{7}$$

قضیه ۱: اگر α^* جواب بهینه مدل (۷) باشد آنگاه با جا به جایی DMU_o با $DMU_{\bar{o}} = (x_o - \alpha, y_o + \alpha)$ و $\alpha \in [0, \alpha^*)$ و حل مدل (۶) رتبه DMU ها هیچ تغییری نمی کند. به عبارت دیگر $[0, \alpha^*)$ شعاع پایداری رتبه بندی می باشد. برهان: با توجه به وجود قید $s_1 < s_2 < \dots < s_o < \dots < s_n$ در مدل اثبات بدیهی می باشد. جهت محاسبه شعاع پایداری در حالتی که DMU تحت ارزیابی بدتر می شود به گونه ای که رتبه خودش و دیگر DMU ها حفظ شود از مدل (۸) استفاده می شود.

$$\begin{aligned}
 & \text{Max } \alpha \\
 \text{s.t. } & \sum_{r=1}^s u_r (y_{rj} - \alpha) - \sum_{i=1}^m v_i (x_{ij} + \alpha) + s_o = 0 \\
 & \sum_{r=1}^s u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} + s_j = 0, \quad j = 1, \dots, n, j \neq o, \\
 & \sum_{r=1}^s u_r y_r^* - \sum_{i=1}^m v_i x_i^* = 0, \\
 & y_{rj} - \alpha \leq y_r^*, \quad r = 1, \dots, s, \\
 & x_{ij} + \alpha \geq x_i^*, \quad i = 1, \dots, m, \\
 & s_1 < s_2 < \dots < s_o < \dots < s_n \\
 & \alpha \geq 0 \\
 & u_r \geq \varepsilon, \quad r = 1, \dots, s, \\
 & v_i \geq \varepsilon, \quad i = 1, \dots, m.
 \end{aligned} \tag{۸}$$

قضیه ۲: اگر α^* جواب بهینه مدل (۸) باشد آنگاه با جا به جایی DMU_o با $DMU_{\bar{o}} = (x_o + \alpha, y_o - \alpha)$ و $\alpha \in [0, \alpha^*)$ و حل مدل (۶) رتبه DMU ها هیچ تغییری نمی کند. به عبارت دیگر $[0, \alpha^*)$ شعاع پایداری رتبه بندی می باشد.

برهان: با توجه به وجود قید $s_1 < s_2 < \dots < s_o < \dots < s_n$ در مدل اثبات بدیهی می باشد. نکته ۱: مدل های (۷) و (۸) غیر خطی می باشند که به راحتی می توان با استفاده از قید نرمال ساز

$$\sum_{r=1}^s u_r + \sum_{i=1}^m v_i = 1$$

آن ها را خطی کرد.

مدل (۷) با اعمال این قید به صورت زیر بیان می شود:

$$\begin{aligned}
 & \text{Max } \alpha \\
 \text{s.t. } & \sum_{r=1}^s u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} - \alpha + s_o = 0, \\
 & \sum_{r=1}^s u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} + s_j = 0, \quad j = 1, \dots, n, j \neq o, \\
 & \sum_{r=1}^s u_r y_r^* - \sum_{i=1}^m v_i x_i^* = 0, \\
 & \sum_{r=1}^s u_r + \sum_{i=1}^m v_i = 1,
 \end{aligned} \tag{۹}$$

$$\begin{aligned}
 y_{ij} - \alpha &\leq y_r^*, & r &= 1, \dots, s, \\
 x_{ij} + \alpha &\geq x_i^*, & i &= 1, \dots, m, \\
 s_1 &< s_2 < \dots < s_o < \dots < s_n \\
 \alpha &\geq 0 \\
 u_r &\geq \varepsilon, & r &= 1, \dots, s, \\
 v_i &\geq \varepsilon, & i &= 1, \dots, m.
 \end{aligned}$$

به طور مشابه مدل (۸) نیز بازنویسی می شود.

نکته ۲: مشکل مدل ارایه شده در اینجا از نظر وجود جواب های دگرین می باشد به گونه ای که برای هر جواب رتبه بندی تغییر می کند و متعاقباً شعاع پایداری برای رتبه بندی تغییر می کند که این مشکل اکثر روش های رتبه بندی می باشد و آن نیز به دلیل استفاده از مدل های تحلیل پوششی داده ها در رتبه بندی است که همگی مشکل جواب بهینه چندگانه را دارند.

۴ مثال عددی

برای فهم بیشتر روش رتبه بندی ارایه داده شده در این مقاله مثال عددی به صورت زیر بیان می شود، فرض کنید مجموعه ی داده ها شامل ۸ DMU است هر کدام دارای دو ورودی و یک خروجی می باشد. مقدار داده ها در جدول (۱) نشان داده شده است :

جدول ۱. داده های مثال عددی

DMU	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	DMU(ایده آل)
ورودی ۱	۷	۳	۲/۵	۵	۱	۴	۷	۲	۱
ورودی ۲	۱	۳	۲	۲	۵	۱	۴	۳	۱
خروجی	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱

نتایج حاصل از حل مدل (۶) در جدول (۲) آورده شده است، همان طور که توضیح داده شد DMU ای که فاصله کمتری از ابرصفحه ایده آل دارد رتبه بهتری را به خود اختصاص می دهد، سطر دوم جدول مقادیر مربوط به s_j ($j = 1, \dots, 8$) و سطر سوم مقادیر رتبه را با توجه به سطر دوم به دست آورده شده است. برای حل این مساله از نرم افزار WinQSB استفاده شده است و مقدار $\varepsilon = 0.01\%$ می باشد.

جدول ۲. نتایج مربوط به حل مدل (۶)

DMU	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸
s_j	۰/۰۶	۰/۰۴	۰/۰۲۵	۰/۰۵	۰/۰۴	۰/۰۳	۰/۰۹	۰/۰۳
رتبه بندی	۷	۴	۱	۶	۴	۲	۸	۲

۵ نتیجه گیری

در این مقاله رتبه بندی و تحلیل حساسیت رتبه واحدهای تصمیم گیرنده در تحلیل پوششی داده‌ها بیان شده است. در روش ارایه شده بر مبنای ابرصفحه ایده آل *DMU* ها را ارزیابی کرده و سپس *DMU* ها را براساس نمره کارایی رتبه بندی نموده و نهایتاً مدلی جهت تحلیل حساسیت رتبه بیان می‌شود. در واقع با حل یک مدل (مدل (۶)) تمام *DMU* ها رتبه بندی می‌شوند و این از مزایای روش ارایه داده شده می‌باشد. یکی از بزرگ‌ترین ایرادات مدل وجود جواب‌های بهینه دگرین می‌باشد که باید راهکار موثری برای رفع این مشکل به عنوان کارهای آتی در نظر گرفته شود از دیگر ایرادات مدل این است که امکان دارد چندین *DMU* دارای رتبه یکسان باشند.

منابع

- [1] Farrell, M.J., 1957. The measurement of productive efficiency. *Journal of the Royal Statistical Society* 120 (3), 253-281.
- [2] Charnes, A., Cooper, W.W., Rhodes, E., 1978. Measuring the efficiency of decision making units. *European Journal of Operational Research* 2 (6), 422-444.
- [3] Anderson, P., Peterson, N.C., (1993). A procedure for ranking efficient units in Data Envelopment Analysis, *Management Science* 39, 1261-1264.
- [4] Mehrabian, S., Alirezaei, M. R., Jahanshahloo, G. R., 1998. A complete efficiency ranking of decision making unit: an application to the teacher training university, *Computational Optimization and Application*, 14, 261-266.
- [5] Jahanshahloo, G. R. , Hosseinzadeh Lotfi, F. , Jafari, Y. , Maddahi, R. 2011. Selecting symmetric weights as a secondary goal in DEA cross-efficiency evaluation. *Applied Mathematical Modelling*, 35 , 544-549 .
- [6] Jahanshahloo, G. R. , Hosseinzadeh Lotfi, F. , Khanmohammadi, M., Kazemi- manesh, M. , Rezaie, V. 2010. Ranking of units by positive ideal DMU with common weights. *Expert Systems with Applications*, 37 , 7483-7488 .
- [7] Rezaeiani, M. J., Foroughi, A.A., 2017. Ranking efficient decision making units in data envelopment analysis based on reference frontier share, *European Journal of Operational Research* 1-10.
- [8] Hosseinzadeh Lotfi, F., Rostamy-Malkhalifeh, M., Aghayi, N., Ghelej Beigi, Z., Gholami, K., 2013. An improved method for ranking alternatives in multiple criteria decision analysis, *Applied Mathematical Modelling*, 37 (1-2), 25-33.
- [9] Aghayi, N., Tavana, M., Raayatpanah, M. A., 2016, Robust efficiency measurement with common set of weights under varying degrees of conservatism and data uncertainty, *European Journal of Industrial Engineering* 10 (3), 385-405.
- [10] Rostamy-Malkhalifeh, M., Aghayi, N., 2011, Two Ranking of Units on the Overall Profit Efficiency with Interval Data, *Mathematics Scientific Journal* 82, 73-93.
- [11] Aldamak, A. M., Zolfaghari, S., 2017, Review of efficiency ranking methods in data envelopment analysis. *Measurement*, 106, 161-172.
- [12] Jahanshahloo, G. R., Hosseinzadeh Lotfi, F., Rezaie, V., Khanmohammadi, M., 2011, Ranking DMUs by ideal points with interval data in DEA. *Applied Mathematical Modelling* 35 (1) 218-229.
- [13] Amiri M, Bamdadsoorf J, Mansouri mohammad abadi S. 2018, Provide a Model for Performance Evaluation of Decision Making Units by Using Common Weight Model of Data Envelopment Analysis Approach. *Journal of Operational Research and Its Applications*. 15 (1).
- [14] Saati, M.S., Zerafat Angiz, M., Jahanshahloo, G.R., 2002. A model for ranking decision making units in data envelopment analysis, *Recerca Operativa*, 31, 47-59.