مجله تحقیق در عملیات در کاربردهای آن، سال شانزدهم، شماره دوم (پیاپی ۶۱)، تابستان ۹۸، ص ص ۳۷-۱۹
شاپا ۷۲۸۶-۲۲۵۱

یک مدل کوادراتیک مخروطی برای طراحی شبکه زنجیره تأمین با در نظر گرفتن هاب، محدودیت ظرفیت، تاخیر فروش از دست رفته

مجتبی صالحی[1*]، سید رضا میرمجلسی[2]
۱- استادیار، گروه مهندسی صنایع، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه پیام‌نور، تهران، ایران
۲- دانشجوی دکترا مهندسی صنایع، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، تهران، ایران

رسید مقاله: ۹ آذر ۱۳۹۶
پذیرش مقاله: ۱۲ اسفند ۱۳۹۷

چکیده
در این مقاله یک مدل ریاضی برای فرمول‌بندی همزمان تصمیمات مکان‌یابی و کنترل موجودی در یک شبکه زنجیره تامین چهار سطحی با در نظر گرفتن محدودیت ظرفیت ارایه شده است. سطوح در نظر گرفته شده شامل تامین‌کنندگان، انبارها، هاب‌ها و خرده‌فروشان می‌باشد. مدل ارایه شده به دنبال مینیمم نمودن هزینه‌های مکان‌یابی، حمل و کنترل موجودی است. بدین منظور یک مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط غیرخطی ارایه می‌شود. مدل ارایه شده سپس به یک مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط مخروطی تبدیل می‌گردد تا بتوان از سرعت حل بالاتر با استفاده از نرم‌افزارهای تجاری بهره برد. برای مقایسه حالات مختلف کنترل موجودی، استراتژی تاخیر و فروش از دست رفته مجاز نیز، در نظر گرفته شده است. نتایج محاسبات نشان‌دهنده‌ی استواری مدل در استراتژی‌های مختلف موجودی و زمان حل کوتاه‌تر فرمول‌بندی کوادراتیک مخروطی می‌باشد. در نتیجه از این نوع فرمول‌بندی برای حل مسایل با ابعاد بزرگ با استفاده از نرم‌افزارهای تجاری می‌توان استفاده نمود.

کلمات کلیدی: مدیریت زنجیره تامین، مکان‌یابی تسهیلات، کنترل موجودی، برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط کوادراتیک مخروطی.

۱ مقدمه
استراتژی مدیریت زنجیره تامین یکپارچه به شرکت‌ها اجازه می‌دهد تا کارایی را افزایش و اتلاف را کاهش دهند. همچنین پیاده‌سازی موفق زنجیره تامین یکپارچه منجر به صرفه‌جویی در انرژی و سوخت و حذف فعالیت‌های زاید می‌گردد که در نهایت منجر به سودآوری در سازمان می‌شود [۱]. از سوی دیگر هماهنگی بین بخش‌های مختلف سازمان نیازمند تلاش زیادی می‌باشد. به همین جهت استفاده از مدلی ریاضی برای ارزیابی سودآوری این یکپارچه‌سازی ضروری می‌باشد [۲].

* عهده‌دار مکاتبات
آدرس الکترونیکی: m_salehi61@yahoo.com

مسایل زنجیره تامین بر اساس بازه زمانی تصمیم‌گیری در سه گروه عملیاتی(کوتاه مدت)، تکنیکی، و استراتژیک (بلند مدت) تقسیم بندی می‌شوند. به عنوان مثال یک مساله استراتژیک یا بلندمدت، مکان‌یابی انبار می‌باشد؛ زیرا مکان یک انبار معمولا دائمی تعیین شده و قابل تغییر نیست. یکی از مسایل استراتژیک در زنجیره تامین طراحی شبکه توزیع می‌باشد که شامل تعیین تعداد بهینه تسهیلات، مکان‌یابی نصب تسهیلات، و تخصیص مشتریان به این تسهیلات و همچنین یافتن بهترین ارتباط بین تسهیلات است [۳]. از طرف دیگر طبق نظر اسچاستر و همکاران [۴] مسایل طراحی شبکه توزیع تکنیکی نیز هستند. زیرا برخی از مسایل تصمیم طراحی شبکه توزیع شامل تعیین کمیت سفارش و یا زمان مناسب بین سفارشات می‌باشند. برخی از محققان نیز مسایل مدیریت موجودی و تصمیمات مربوط به مکان‌یابی تسهیلات را برای کاهش هزینه‌های سربار سیستم یکپارچه کردند[۵-۸].

یکی از عمده‌ترین هزینه‌ها در شبکه‌های زنجیره تامین، هزینه حمل و نقل می‌باشد. بنابراین کاهش آن نقش موثری در بهینه‌سازی مدل ایفا می کند. یک روش کارا بدین منظور استفاده از هاب می‌باشد [۹]. هاب‌ها محصولات را از چند انبار دریافت می‌کنند و سپس در دسته‌های بزرگ‌تر به خرده‌فروشان ارسال می‌نمایند. به دلیل کاربرد هاب در شبکه‌های حمل و نقل و مخابرات، تحقیقات زیادی در رابطه با مکان‌یابی هاب‌ها در دو دهه گذشته انجام شده است. در این سیستم‌ها جریان بین نقاط که به صورت مبدا/مقصد هستند جابه‌جا می‌شود و به جای جریان مستقیم بین مبدا و مقصد از طریق هاب این جریان صورت می‌گیرد. در واقع هر یک از گره‌های شبکه به یک یا چند هاب متصل است و هاب‌ها با کمک این اتصالات و اتصالات بین خودشان جریان کالا و یا اطلاعات را برقرار می‌کنند. با توجه به نحوه تخصیص گره‌های جریان به هاب‌ها، مکان‌یابی هاب شامل تخصیص تکی و تخصیص چندگانه‌می‌باشد. در تخصیص تکی هر گره فقط به یک هاب و در تخصیص چندگانه هر گروه امکان تخصیص به چند هاب را دارد. مکان‌یابی هاب و تعیین ظرفیت آن یک تصمیم استراتژیک و بلند مدت است.

در این مقاله یک مدل ریاضی برای فرمول‌بندی همزمان تصمیمات مکان‌یابی و کنترل موجودی در یک شبکه زنجیره تامین چهار سطحی با در نظر گرفتن محدودیت ظرفیت ارایه شده است. مدل ارایه شده به دنبال مینیمم نمودن هزینه‌های مکان‌یابی، حمل و نقل و نگهداری موجودی می‌باشد. بدین منظور یک مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط غیرخطی ارایه می‌شود. از مشکلات موجود در مدل‌های مکان‌یابی و کنترل موجودی سخت بودن مدل مورد نظر می‌باشد که زمان حل را بالا می‌برد. به عنوان یک نوآوری جدید در این تحقیق علاوه بر ارایه مدلی جدید، مدل ارایه شده به یک مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط مخروطی تبدیل می‌شود. این فرمول-بندی ما را قادر می‌سازد تا از سرعت حل بالاتر با استفاده از نرم‌افزارهای تجاری بهره ببریم و بتوانیم مسایل دنیای واقعی را مدل کرده و کل کنیم. برای مقایسه حالات مختلف کنترل موجودی، استراتژی تاخیر و فروش از دست رفته مجاز نیز در نظر گرفته شده است.

در ادامه، مقاله بدین ترتیب ساختار یافته است که در بخش ۲ مروری بر ادبیات پیشین انجام می‌شود. بخش ۳ به تعریف مساله و فرمول‌بندی می‌پردازد. در بخش ۴ مدل ریاضی عدد صحیح غیرخطی و کوادراتیک

مخروطی همچنین با حالت‌هایی که سفارش تاخیر شده و فروش از دست رفته مجاز باشد بیان شده است. در بخش ۵ نتایج محاسبات و در فصل ۶ نتیجه‌گیری آورده شده است.

۲ پیشینه تحقیق

داسکین و همکاران [۱۰]، شن و همکاران [۱۱] از اولین محققانی هستند که تصمیمات موجودی و مکان‌یابی را برای کاهش هزینه کل یکپارچه‌سازی کردند. پس از آن محققان دیگری مساله یکپارچه‌سازی تصمیمات کنترل موجودی در مکان‌یابی تسهیلات بدون ظرفیت را در نظر گرفتند. داسکین و همکاران [۱۰] یک مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح غیر خطی برای مساله مکان‌یابی و کنترل موجودی با در نظر گرفتن ذخیره احتیاطی و هزینه‌های حمل از تامین‌کننده به مراکز توزیع ارایه نمودند. یک روش ابتکاری مبتنی بر آزادسازی لاگرانژ برای حل استفاده شد که در سال ۲۰۰۳ توسط شن و همکاران [۱۱] توسعه داده شد. مسایل مشابه توسط شو و همکاران [۱۲]، اشنایدر و همکاران [۱۳] و تئو و شو [۱۴] ارایه شده است.

میراندا و گریدو [۱۵] مسایل فوق را با در نظر گرفتن ظرفیت ثابت در انبارها توسعه دادند. سیلوا و گائو [۱۶] یک مدل مکان‌یابی تسهیلات برای مینیمم کردن هزینه‌های بازپرسازی موجودی و سایر هزینه‌های مکان‌یابی پیشنهاد نمودند. علاوه بر ظرفیت، یکپارچه‌سازی کنترل موجودی و مکان‌یابی تسهیلات نیز مورد توجه قرار گرفته است که از آن جمله می‌توان به ویدیارتی و همکاران [۱۷]، پارک و همکاران [۱۸] اشاره کرد.

جدول ۱. خلاصه مرور ادبیات

روش حل	سطوح	مدل	تابع هدف	مقاله
ابتکاری آزادسازی لاگرانژ	تأمین‌کننده، مراکز توزیع، انبار	برنامه‌ریزی عدد صحیح غیرخطی	مینیمم‌سازی هزینه	[۱۰]
تولید ستون	انبار، خرده‌فروش	برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط	مینیمم‌سازی هزینه	[۱۴]
ابتکاری آزادسازی لاگرانژ	انبار، خرده‌فروش	برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط	مینیمم‌سازی هزینه	[۱۵]
روش جستجوی حریص انطباق پذیز تصادفی[1]	تأمین‌کننده، انبار، خرده-فروش	برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط	مینیمم‌سازی هزینه	[۱۶]
تقریب محدب قطعه‌ای[2] و ابتکاری آزادسازی لاگرانژ	تأمین‌کننده، انبار، خرده-فروش	برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط غیرخطی	مینیمم‌سازی هزینه	[۱۷]
الگوریتم تکاملی ترکیبی	تأمین‌کننده، انبار، مراکز توزیع، خرده‌فروش	برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط	مینیمم‌سازی هزینه	[۱۸]
ابتکاری	مراکز جمع‌آوری و مراکز توزیع	برنامه‌ریزی غیر خطی عدد صحیح مختلط	ماکزیمم‌سازی سود کل زنجیره تامین	[۱۹]
رویکرد ترکیبی حد پایین و	تأمین‌کننده، انبار، مراکز	برنامه‌ریزی احتمالی-	مینیمم‌سازی هزینه و کاهش اثرات	[۲۰]

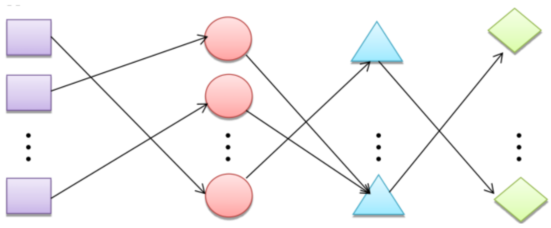
[1] - Greedy Randomized Adaptive Search Procedure
[2] - piecewise concave approximation

الگوریتم فراابتکای	توزیع، خرده‌فروش	تصادفی	زیست محیطی	
الگوریتم ژنتیک	توزیع کننده و خرده فروش	مدل چند هدفه غیرخطی	مینیمم‌سازی هزینه و افزایش سطح خدمات مشتری	[۲۱]
شبیه‌سازی تبرید و جستجوی مستقیم	مراکز توزیع و خرده فروش	برنامه‌ریزی غیر خطی عدد صحیح مختلط	مینیمم‌سازی هزینه	[۲۲]

آتامترک و همکاران [۱۹] چگونگی فرمول‌بندی مسایل یکپارچه موجودی- مکان‌یابی به صورت برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط مخروطی را نشان دادند. این مقاله توسعه مقاله فوق با در نظر گرفتن ظرفیت و سیاست‌های گوناگون موجودی می‌باشد. برخی مقالات موجود در ادبیات به صورت خلاصه در جدول ۱ ارایه شده است.

۳ تعریف مسأله و فرمول‌بندی

شکل ۱ ساختار کلی شبکه زنجیره تامین مورد مطالعه را نشان می‌دهد.



شکل ۱. مدل پیشنهادی مساله

مساله پیشنهادی شامل چهار سطح تامین‌کننده، انبار، هاب و خرده‌فروش می‌باشد. هر تامین‌کننده یک نوع محصول تولید می‌کند که در انبارها ذخیره می‌شود. تقاضاها در هر خرده فروشی مستقل از یکدیگر می‌باشد. برای افزایش کارایی مدل، محصولات از مسیر هاب‌ها از انبار به خرده‌فروش منتقل می‌شود [۲۴]. مدل زنجیره تامین یکپارچه در این مقاله به طور همزمان سه نوع تصمیم را تعیین می‌کند: ۱- مکان‌یابی تسهیلات (تعداد و مکان انبارها و هاب‌ها) ۲- تخصیص (تخصیص تامین‌کنندگان به انبارهای مکان‌یابی شده و همچنین خرده‌فروشان به انبارهای مکان‌یابی شده از طریق هاب‌ها) و ۳- تصمیمات کنترل موجودی در هر انبار مکان‌یابی شده. هدف مینیمم کردن هزینه‌های مکان‌یابی، حمل و نقل و نگهداری موجودی می‌باشد.

- **مفروضات و نشانه‌گذاری**

✓ هر انبار یک سیاست موجودی پیوسته را دنبال می‌کند؛ یعنی زمانی که سطح موجودی در انبارهای کوچک‌تر مساوی نقطه سفارش مجدد شود، یک حجم ثابت سفارش داده می‌شود.

✓ یک موجودی اطمینان در هر انبار در نظر گرفته می‌شود؛ زیرا سیاست موجودی پیوسته هیچ هزینه کمبود موجودی برای تقاضاهای ارضا نشده در نظر نمی‌گیرد.

✓ هر خرده‌فروش یک تقاضای مستقل غیرقطعی دارد که از توزیع نرمال با میانگین و واریانس معلوم پیروی می‌کند.
✓ هزینه ثابت برای سفارش و نگهداری موجودی در هر انبار وجود دارد.
✓ هنگامی که انبار سفارشی را درخواست می‌کند یک لید تایم ثابت پیش از رسیدن سفارش بسته به جایگاه تأمین‌کننده و انبار، سپری می‌شود.
✓ هاب‌ها دارای محدودیت ظرفیت می‌باشند.
✓ محصولات از انبارها به تأمین‌کنندگان سفارش داده می‌شود و در نهایت از طریق هاب‌ها به خرده‌فروشان منتقل می‌گردد.
✓ هزینه استقرار ثابت برای ایجاد انبار و هاب وجود دارد.
✓ هزینه ثابت حمل و نقل بین تأمین‌کننده و انبار، هاب و انبار و هاب و خرده‌فروش وجود دارد.
✓ هر خرده‌فروش تنها از یک هاب و همچنین هر انبار تنها از یک تأمین‌کننده محصول دریافت می‌کند.

- **مجموعه اندیس‌ها**

I مجموعه تأمین‌کنندگان

J مجموعه خرده‌فروشان

K مجموعه انبارها

H مجموعه هاب‌ها

- **پارامترها و نمادگذاری**

F_k هزینه ثابت استقرار برای هر انبار k

G_k هزینه ثابت استقرار برای هر هاب h

RC_{ik} هزینه ثابت حمل برای هر واحد بین تأمین‌کننده i و انبار k

TC_{khj} هزینه ثابت حمل برای هر واحد بین انبار k و خرده‌فروش j از طریق هاب h

H_k هزینه نگهداری موجودی به ازای هر محصول در واحد زمان در انبار k

A_k هزینه ثابت سفارش موجودی به ازای هر محصول در واحد زمان در انبار k

LT_{ik} لید تایم سفارش در واحد زمان از تأمین‌کننده i به انبار k

d_j میانگین تقاضا در واحد زمان برای هر خرده فروش j

u_j واریانس تقاضا در واحد زمان برای هر خرده فروش j

D_k میانگین تقاضا در واحد زمان برای هر انبار k

U_k واریانس تقاضا در واحد زمان برای هر انبار k

L_k لید تایم سفارش در واحد زمان در انبار k

CAP_h ظرفیت هاب h

- **متغیرهای تصمیم**

X_{ik} {۱,۰}اگر انبار k به تأمین‌کننده i تخصیص داده شود ۱ در غیراینصورت ۰ است.

X_{khj} {۱,۰}اگر خرده فروش j به انبار k از طریق هاب h تخصیص داده شود ۱ در غیراینصورت ۰ است.

R_k {۱,۰}اگر انبار در سایت k مستقر شود ۱ در غیراین‌صورت ۰ است.

Y_h {۱,۰}اگر هاب در سایت h مستقر شود ۱ در غیراین‌صورت ۰ است.

Q_k میزان سفارش در انبار k

- **مدل ریاضی عدد صحیح غیرخطی**

هزینه کلی در زنجیره تأمین پیشنهادی به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\sum_{k\in K} F_k R_k + \sum_{h\in H} G_h Y_h + \sum_{i\in I,k\in K,h\in H,j\in J} RC_{ik} W_{ik} u_j X_{khj} + \sum_{k\in K,h\in H,j\in J} TC_{khj} u_j X_{khj}$$
$$+ \sum_{k\in K} H_k Z_{۱-\alpha} \sqrt{\sum_{i\in I,h\in H,j\in J} LT_{ik} u_j W_{ik} X_{khj}} + \sum_{k\in K} H_k \frac{Q_k}{۲} + \sum_{k\in K} A_k \frac{\sum_{h,j} d_j X_{khj}}{Q_k} \qquad (۱)$$

دو عبارت اول هزینه استقرار برای انبار و هاب را به ترتیب نشان می‌دهد. عبارت‌های سوم و چهارم هزینـه حمـل و نقل بین تأمین‌کننده و انبار و انبار و خرده‌فروش را به ترتیب نشان می‌دهد. سه عبارت آخـر مربـوط بـه هزینـه‌هـای موجودی می‌باشد که اولی میانگین هزینه نگهداری ذخیره احتیاطی، دومی هزینه نگهـداری میـانگین موجـودی، و سومی هزینه سفارش‌دهی می‌باشد.

مقدار سفارش بهینه برای انبار k (Q_k^*) از مشتق گرفتن عبارت هزینه کل نسبت به Q_k به‌دست می‌آید:

$$\frac{H_k}{۲} - \frac{A_k}{Q_k^{۲}} \sum_{h\in H,j\in J} d_j X_{khj} = ۰ \qquad (۲)$$

از عبارت فوق به‌دست می‌آید:

$$Q_k^* = \sqrt{\frac{۲A_k D_k}{H_k}} \qquad (۳)$$

با جایگذاری عبارت فوق در تابع هدف، مسأله به صورت زیر در می‌آید (مدل P1):

$$\text{Min} \sum_{k\in K} F_k R_k + \sum_{h\in H} G_h Y_h + \sum_{i\in I,k\in K,h\in H,j\in J} RC_{ik} u_j W_{ik} X_{khj} + \sum_{k\in K,h\in H,j\in J} TC_{khj} u_j X_{khj} +$$
$$\sum_{k\in K} H_k Z_{۱-\alpha} \sqrt{\sum_{i\in I,h\in H,j\in J} LT_{ik} u_j W_{ik} X_{khj}} + \sum_{k\in K} \sqrt{۲A_k H_k \sum_{h\in H,j\in J} d_j X_{khj}} \qquad (۴)$$

به طوری که

$$\sum_{k,h} X_{khj} = ۱ \qquad \forall j \in J \qquad (۵)$$

$$\sum_{i} W_{ik} = R_k \qquad \forall k \in K \tag{۶}$$

$$X_{khj} \le R_k \qquad \forall k \in K, h \in H, j \in J \tag{۷}$$

$$X_{khj} \le Y_h \qquad \forall k \in K, h \in H, j \in J \tag{۸}$$

$$\sum_{k \in K} \sum_{j \in J} X_{khj} \left(\frac{D_k}{۲} + Z_{۱-\alpha} \sqrt{U_k L_k}\right) \le CAP_h \qquad \forall h \in H \tag{۹}$$

$$X_{khj}, W_{ik}, R_k, Y, M_{ikhj} \in \{۱, ۰\} \qquad \forall i \in I, h \in H, k \in K, j \in J \tag{۱۰}$$

محدودیت اول تضمین می‌کند که هر خرده‌فروش دقیقاً توسط یک انبار و یک هاب خدمت‌رسانی می‌شود. محدودیت دوم تضمین می‌کند که هر انبار توسط یک تأمین‌کننده خدمت‌رسانی می‌شود. محدودیت سوم و چهارم تضمین می‌کنند که تخصیص خرده‌فروش j به انبار k از طریق هاب h تنها در صورتی امکان پذیر می‌باشد که انبار k و هاب h وجود داشته باشند. محدودیت پنجم تضمین می‌کند که مجموع محصولاتی که به یک هاب از کلیه انبارها و خرده‌فروشان می‌رسد، از ظرفیت آن هاب تجاوز نکند. محدودیت آخر شرط باینری بودن متغیرها را تضمین می‌کند. در ادامه فرمول‌بندی مخروطی مسأله بیان می‌شود.

- **برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط کوادراتیک مخروطی**

در این قسمت مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح غیرخطی P1 به صورت یک مدل عدد صحیح مختلط کوادراتیک مخروطی (CQMIP) فرمول‌بندی می‌شود. مهم‌ترین مزیت این کار استفاده از نرم‌افزارهای بهینه‌سازی استاندارد مانند CPLEX، Mosek یا GAMS برای حل مدل می‌باشد. برای آشنایی با برنامه‌ریزی کوادراتیک مخروطی محدب به بن تال و نمیروسکی [۲۵] و علیزاده و گلدفارب [۲۶] مراجعه شود.

اولین گام برای فرمول‌بندی به صورت CQMIP شامل خطی‌سازی عبارت‌های کوادراتیک باینری $W_{ik} X_{khj}$ که در تابع هدف وجود دارند با استفاده از متغیر باینری جدید M_{ikhj} می‌باشد؛ بنابراین یک تکنیک خطی‌سازی معروف که معمولاً برای مسایل تخصیص کوادراتیک استفاده می‌گردد برای رفع عبارت $W_{ik} X_{khj}$ استفاده می‌شود. فرمول‌بندی به صورت زیر در می‌آید:

$$\begin{aligned} \text{Min} & \sum_{k \in K} F_k R_k + \sum_{h \in H} G_h Y_h + \sum_{i \in I, k \in K, h \in H, j \in J} RC_{ik} u_j M_{ikhj} + \sum_{k \in K, h \in H, j \in J} TC_{khj} u_j X_{khj} + \\ & \sum_{k \in K} H_k Z_{۱-\alpha} \sqrt{\sum_{i \in I, h \in H, j \in J} LT_{ik} u_j M_{ikhj}} + \sum_{k \in K} \sqrt{۲ A_k H_k \sum_{h \in H, j \in J} d_j X_{khj}} \end{aligned} \tag{۱۱}$$

به طوری که:

$$M_{ikhj} \le W_{ik} \qquad \forall i \in I, h \in H, k \in K, j \in J \tag{۱۲}$$

$$M_{ikhj} \le X_{khj} \qquad \forall i \in I, h \in H, k \in K, j \in J \tag{۱۳}$$

$$M_{ikhj} \geq W_{ik} + X_{khj} - ۱ \qquad \forall i \in I, h \in H, k \in K, j \in J \qquad (۱۴)$$

$$\sum_{k,h} X_{khj} = ۱ \qquad \forall j \in J \qquad (۱۵)$$

$$\sum_{i} W_{ik} = R_k \qquad \forall k \in K \qquad (۱۶)$$

$$X_{khj} \leq R_k \qquad \forall k \in K, h \in H, j \in J \qquad (۱۷)$$

$$X_{khj} \leq Y_h \qquad \forall k \in K, h \in H, j \in J \qquad (۱۸)$$

$$\sum_{k \in K} \sum_{j \in J} X_{khj} \left(\frac{D_k}{۲} + Z_{۱-\alpha} \sqrt{U_k L_k}\right) \leq CAP_h \qquad \forall h \in H \qquad (۱۹)$$

$$X_{khj}, W_{ik}, R_k, Y, M_{ikhj} \in \{۱,۰\} \qquad \forall i \in I, h \in H, k \in K, j \in J \qquad (۲۰)$$

فرمول‌بندی فوق می‌تواند با تعریف دو متغیر کمکی مثبت $t_k \geq ۰$ و v_k برای جایگذاری عبارت‌های غیرخطی‌ای که در تابع هدف وجود دارد و جایگزینی متغیرهای باینری M_{ikhj} و X_{khj} به شکل کوادراتیک (به صورت $M^۲_{ikhj} = M_{ikhj}$ و $X^۲_{khj} = X_{khj}$) مجدداً فرمول‌بندی شود. مدل ایجاد شده تحت عنوان مدل P2 به صورت زیر می‌باشد:

$$\begin{aligned} \text{Min} \sum_{k \in K} F_k R_k + \sum_{h \in H} G_h Y_h + \sum_{i \in I, k \in K, h \in H, j \in J} RC_{ik} u_j M_{ikhj} + \sum_{k \in K, h \in H, j \in J} TC_{khj} u_j X_{khj} + \\ \sum_{k \in K} H_k Z_{۱-\alpha} t_k + \sum_{k \in K} v_k \sqrt{۲ A_k H_k} \end{aligned} \qquad (۲۱)$$

به طوری که:

$$\sum_{i \in I, h \in H, j \in J} LT_{ik} u_j M^{۲}_{ikhj} \leq t^{۲}_k \qquad \forall k \in K \qquad (۲۲)$$

$$\sum_{h \in H, j \in J} d_j X^{۲}_{khj} \leq v^{۲}_k \qquad \forall k \in K \qquad (۲۳)$$

$$M_{ikhj} \leq W_{ik} \qquad \forall i \in I, h \in H, k \in K, j \in J \qquad (۲۴)$$

$$M_{ikhj} \leq X_{khj} \qquad \forall i \in I, h \in H, k \in K, j \in J \qquad (۲۵)$$

$$M_{ikhj} \geq W_{ik} + X_{khj} - ۱ \qquad \forall i \in I, h \in H, k \in K, j \in J \qquad (۲۶)$$

$$\sum_{k,h} X_{khj} = ۱ \qquad \forall j \in J \qquad (۲۷)$$

$$\sum_{i} W_{ik} = R_k \qquad \forall k \in K \qquad (۲۸)$$

$$X_{khj} \leq R_k \qquad \forall k \in K, h \in H, j \in J \qquad (۲۹)$$

$$X_{khj} \leq Y_h \qquad \forall k \in K, h \in H, j \in J \qquad (۳۰)$$

$$\sum_{k \in K} \sum_{j \in J} X_{khj} \left(\frac{D_k}{۲} + Z_{۱-\alpha} \sqrt{U_k L_k}\right) \leq CAP_h \qquad \forall h \in H \qquad (۳۱)$$

$$X_{khj}, W_{ik}, R_k, Y, M_{ikhj} \in \{۱, ۰\} \qquad \forall i \in I, h \in H, k \in K, j \in J \qquad (۳۲)$$

$$t_k, \nu_k \geq ۰ \qquad \forall k \in K \qquad (۳۳)$$

مدل P2 یک مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط کوادراتیک مخروطی می‌باشد. فرمول‌بندی فوق با استفاده از سالورهایی نظیر CPLEX یا Mosek قابل حل می‌باشد.

- **برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط کوادراتیک مخروطی برای سفارش‌های تاخیر شده مجاز**

در حالتی که سفارش‌های تاخیر شده مجاز باشد مقدار سفارش بهینه برای انبار k (Q_k^*) از رابطه‌ی (۳۴) به‌دست می‌آید:

$$Q_k^* = \sqrt{\frac{۲ A_k D_k}{H_k} \left(\frac{\hat{\pi} + H}{\hat{\pi}}\right)} \qquad (۳۴)$$

که $\hat{\pi}$ هزینه تقاضای تاخیر شده می‌باشد. با جایگذاری عبارت فوق در تابع هدف (همانند مدل قبل)، مسأله به شکل زیر در می‌آید (مدل P3):

$$\text{Min} \sum_{k \in K} F_k R_k + \sum_{h \in H} G_h Y_h + \sum_{i \in I, k \in K, h \in H, j \in J} RC_{ik} u_j M_{ikhj} + \sum_{k \in K, h \in H, j \in J} TC_{khj} u_j X_{khj} +$$
$$\sum_{k \in K} H_k Z_{۱-\alpha} t_k + \sum_{k \in K} \sqrt{\frac{D_k A_k H_k}{۲} \left(\frac{\hat{\pi} + H_k}{\hat{\pi}}\right)} + \sum_{k \in K} \nu_k \sqrt{\frac{A_k H_k \hat{\pi}}{۲ D_k (\hat{\pi} + H_k)}} \qquad (۳۵)$$

به طوری که:

$$\sum_{i\in I,h\in H,j\in J} LT_{ik}u_jM^{۲}{}_{ikhj} \le t^{۲}{}_k \qquad \forall k\in K \tag{۳۶}$$

$$\sum_{h\in H,j\in J} d_j^{۲}X^{۲}{}_{khj} \le \nu^{۲}{}_k \qquad \forall k\in K \tag{۳۷}$$

$$M_{ikhj} \le W_{ik} \qquad \forall i\in I, h\in H, k\in K, j\in J \tag{۳۸}$$

$$M_{ikhj} \le X_{khj} \qquad \forall i\in I, h\in H, k\in K, j\in J \tag{۳۹}$$

$$M_{ikhj} \ge W_{ik} + X_{khj} - ۱ \qquad \forall i\in I, h\in H, k\in K, j\in J \tag{۴۰}$$

$$\sum_{k,h} X_{khj} = ۱ \qquad \forall j\in J \tag{۴۱}$$

$$\sum_{i} W_{ik} = R_k \qquad \forall k\in K \tag{۴۲}$$

$$X_{khj} \le R_k \qquad \forall k\in K, h\in H, j\in J \tag{۴۳}$$

$$X_{khj} \le Y_h \qquad \forall k\in K, h\in H, j\in J \tag{۴۴}$$

$$\sum_{k\in K}\sum_{j\in J} X_{khj}\left(\frac{D_k}{۲} + Z_{۱-\alpha}\sqrt{U_kL_k}\right) \le CAP_h \qquad \forall h\in H \tag{۴۵}$$

$$X_{khj}, W_{ik}, R_k, Y, M_{ikhj} \in \{۱,۰\} \qquad \forall i\in I, h\in H, k\in K, j\in J \tag{۴۶}$$

$$t_k, \nu_k \ge ۰ \qquad \forall k\in K \tag{۴۷}$$

مدل P3 یک مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط کوادراتیک مخروطی می‌باشد.

- **برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط کوادراتیک مخروطی برای فروش از دست رفته مجاز**

در حالتی که فروش از دست رفته مجاز باشد مقدار سفارش بهینه برای انبار k (Q_k^*) از رابطه‌ی (۴۸) به‌دست می‌آید:

$$Q_k^* = \frac{\hat{\pi}D_k}{H_k} + \sqrt{\left(\frac{\hat{\pi}D_k}{H_k}\right)^{۲} - \frac{۲D_kA_k}{H_k}} \tag{۴۸}$$

با جایگذاری عبارت فوق در تابع هدف، مسأله به شکل زیر در می‌آید (مدل P4):

$$\mathrm{Min}\sum_{k\in K}F_kR_k+\sum_{h\in H}G_hY_h+\sum_{i\in I,k\in K,h\in H,j\in J}RC_{ik}u_jM_{ikhj}+\sum_{k\in K,h\in H,j\in J}TC_{khj}u_jX_{khj}+$$
$$\sum_{k\in K}H_kZ_{۱-\alpha}t_k+\sum_{k\in K}\frac{\frac{\hat{\pi}D_k}{۲}+}{\sqrt{\left(\frac{\hat{\pi}D_k}{۲}\right)^{۲}-\frac{D_kA_kH_k}{۲}}}+\sum_{k\in K}\nu_k\frac{A_k}{\frac{\hat{\pi}D_k}{H_k}+\sqrt{\left(\frac{\hat{\pi}D_k}{H_k}\right)^{۲}-\frac{۲D_kA_k}{H_k}}} \quad (۴۹)$$

به طوری که:

$$\sum_{i\in I,h\in H,j\in J}LT_{ik}u_jM^{۲}_{ikhj}\le t^{۲}_k \qquad \forall k\in K \quad (۵۰)$$

$$\sum_{h\in H,j\in J}d_j^{۲}X^{۲}_{khj}\le \nu^{۲}_k \qquad \forall k\in K \quad (۵۱)$$

$$M_{ikhj}\le W_{ik} \qquad \forall i\in I,h\in H,k\in K,j\in J \quad (۵۲)$$

$$M_{ikhj}\le X_{khj} \qquad \forall i\in I,h\in H,k\in K,j\in J \quad (۵۳)$$

$$M_{ikhj}\ge W_{ik}+X_{khj}-۱ \qquad \forall i\in I,h\in H,k\in K,j\in J \quad (۵۴)$$

$$\sum_{k,h}X_{khj}=۱ \qquad \forall j\in J \quad (۵۵)$$

$$\sum_{i}W_{ik}=R_k \qquad \forall k\in K \quad (۵۶)$$

$$X_{khj}\le R_k \qquad \forall k\in K,h\in H,j\in J \quad (۵۷)$$

$$X_{khj}\le Y_h \qquad \forall k\in K,h\in H,j\in J \quad (۵۸)$$

$$\sum_{k\in K}\sum_{j\in J}X_{khj}\left(\frac{D_k}{۲}+Z_{۱-\alpha}\sqrt{U_kL_k}\right)\le CAP_h \qquad \forall h\in H \quad (۵۹)$$

$$X_{khj},W_{ik},R_k,Y,M_{ikhj}\in\{۱,۰\} \qquad \forall i\in I,h\in H,k\in K,j\in J \quad (۶۰)$$

$$t_k,\nu_k\ge ۰ \qquad \forall k\in K \quad (۶۱)$$

مدل P4 یک مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط کوادراتیک مخروطی می‌باشد.

- **برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط غیرخطی با سفارش‌های تاخیر شده مجاز**

همان‌طور که بیان شد، در حالتی که سفارش‌های تاخیر شده مجاز باشد مقدار سفارش بهینه برای انبـار k (Q_k^*) از رابطه‌ی (۶۲) به‌دست می‌آید:

$$Q_k^* = \sqrt{\frac{2A_k D_k}{H_k}\left(\frac{\hat{\pi}+H}{\hat{\pi}}\right)} \tag{62}$$

با جایگذاری عبارت فوق در تابع هدف مساله اصلی، مسأله به شکل زیر در می‌آید (مدل P5):

$$\text{Min} \sum_{k\in K} F_k R_k + \sum_{h\in H} G_h Y_h + \sum_{i\in I,k\in K,h\in H,j\in J} RC_{ik} u_j W_{ik} X_{khj} + \sum_{k\in K,h\in H,j\in J} TC_{khj} u_j X_{khj} + \sum_{k\in K} H_k Z_{1-\alpha} \sqrt{\sum_{i\in I,h\in H,j\in J} LT_{ik} u_j W_{ik} X_{khj}} + \sum_{k\in K} \sqrt{\frac{D_k A_k H_k}{2}\left(\frac{\hat{\pi}+H_k}{\hat{\pi}}\right)} + \sum_{k\in K} \left(\sqrt{\frac{A_k H_k \hat{\pi}}{2D_k(\hat{\pi}+H_k)}} \sum_{h\in H,j\in J} d_j^2 X_{khj}\right) \tag{63}$$

به طوری که

$$\sum_{k,h} X_{khj} = 1 \qquad \forall j \in J \tag{64}$$

$$\sum_{i} W_{ik} = R_k \qquad \forall k \in K \tag{65}$$

$$X_{khj} \le R_k \qquad \forall k \in K, h \in H, j \in J \tag{66}$$

$$X_{khj} \le Y_h \qquad \forall k \in K, h \in H, j \in J \tag{67}$$

$$\sum_{k\in K}\sum_{j\in J} X_{khj}\left(\frac{D_k}{2} + Z_{1-\alpha}\sqrt{U_k L_k}\right) \le CAP_h \qquad \forall h \in H \tag{68}$$

$$X_{khj}, W_{ik}, R_k, Y_h \in \{1,0\} \qquad \forall i \in I, h \in H, k \in K, j \in J \tag{69}$$

مدل P5 یک مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط غیرخطی می‌باشد.

- **برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط غیرخطی با فروش از دست رفته مجاز**

همان‌طور که بیان شد، در حالتی که فروش از دست رفته مجاز می‌باشد مقدار سفارش بهینه برای انبار k (Q_k^*) از رابطه‌ی (۷۰) به‌دست می‌آید:

$$Q_k^{\ *} = \frac{\hat{\pi} D_k}{H_k} + \sqrt{\left(\frac{\hat{\pi} D_k}{H_k}\right)^{۲} - \frac{۲ D_k A_k}{H_k}} \qquad (۷۰)$$

با جایگذاری عبارت فوق در تابع هدف مسأله اصلی، مسأله به شکل زیر در می‌آید (مدل P6):

$$\begin{aligned} \text{Min} & \sum_{k\in K} F_k R_k + \sum_{h\in H} G_h Y_h + \sum_{i\in I,k\in K,h\in H,j\in J} RC_{ik} u_j W_{ik} X_{khj} + \sum_{k\in K,h\in H,j\in J} TC_{khj} u_j X_{khj} + \\ & \sum_{k\in K} H_k Z_{۱-\alpha} \sqrt{\sum_{i\in I,h\in H,j\in J} LT_{ik} u_j W_{ik} X_{khj}} + \sum_{k\in K}\left(\frac{\hat{\pi} D_k}{۲} + \sqrt{\left(\frac{\hat{\pi} D_k}{۲}\right)^{۲} - \frac{D_k A_k H_k}{۲}}\right) + \\ & \sum_{k\in K}\left(\frac{A_k}{\frac{\hat{\pi} D_k}{H_k} + \sqrt{\left(\frac{\hat{\pi} D_k}{H_k}\right)^{۲} - \frac{۲ D_k A_k}{H_k}}} \sqrt{\sum_{h\in H,j\in J} d_j^{\ ۲} X_{khj}}\right) \end{aligned} \qquad (۷۱)$$

به طوری که:

$$\sum_{k,h} X_{khj} = ۱ \qquad \forall j \in J \qquad (۷۲)$$

$$\sum_{i} W_{ik} = R_k \qquad \forall k \in K \qquad (۷۳)$$

$$X_{khj} \le R_k \qquad \forall k \in K, h \in H, j \in J \qquad (۷۴)$$

$$X_{khj} \le Y_h \qquad \forall k \in K, h \in H, j \in J \qquad (۷۵)$$

$$\sum_{k\in K}\sum_{j\in J} X_{khj}\left(\frac{D_k}{۲} + Z_{۱-\alpha}\sqrt{U_k L_k}\right) \le CAP_h \qquad \forall h \in H \qquad (۷۶)$$

$$X_{khj}, W_{ik}, R_k, Y_h \in \{۱,۰\} \qquad \forall i \in I, h \in H, k \in K, j \in J \qquad (۷۷)$$

مدل P6 یک مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط غیرخطی می‌باشد.

٤ نتایج محاسباتی

مدل P1 (مدل پایه)، P5 و P6 از آنجایی که یک مدل غیرخطی هستند، با استفاده از سالور BARON حل شده است؛ اما مدل‌های P2 تا P4 که به فرم برنامه‌ریزی کوادراتیک مخروطی تبدیل شده‌اند، قابلیت حل با استفاده از CPLEX را دارا می‌باشند. همان‌طور که بیان شد، مهم‌ترین مزیت فرمول‌بندی کوادراتیک مخروطی،

قابلیت حل آن با استفاده از نرم‌افزارهای بهینه‌سازی استاندارد همچون CPLEX می‌باشد. برای حل مسایل از یک سیستم با مقدار حافظه 6GB و COREi7 CPU استفاده شده است. مقادیر پارامترهای مدل از مقاله‌های پارک و همکاران [۲۳] و نازیک و ترنکوایست [۲۷] استخراج شده است (جدول ۲).

جدول ۲. مقادیر پارامترهای مدل

F_k	U[۳۰۰۰،۳۵۰۰]
G_h	U[۲۰۰۰،۲۵۰۰]
RC_{ik}	U[۱۰۰،۱۲۰]
TC_{khj}	U[۸۰،۹۵]
H_k	U[۱۰،۱۵]
A_k	U[۱۵۰،۱۸۰]
LT_{ik}	U[۱۵،۳۰]
d_j	U[۱۰،۲۰]
u_j	U[۳،۱۵]
D_k	U[۱۰،۲۰]
U_k	U[۱۵،۳]
L_k	U[۲۰،۳۰]
CAP_h	U[۱۵،۲۲۰]
$\hat{\pi}$	U[۵۰،۷۰]

نتایج زمان‌های حل (ثانیه) برای مسایل نمونه در ابعاد مختلف برای مدل‌های غیرخطی (P1، P5 و P6) در جدول ۳ نشان داده شده است.

جدول ۳. زمان حل مسایل نمونه برای مدل‌های غیرخطی (ثانیه)

ردیف	[j, h, k, i]	P1	P5	P6
۱	[۲،۲،۲،۳]	۰/۲	۰/۲۵	۰/۲
۲	[۳،۳،۲،۳]	۰/۳	۰/۳	۰/۲۵
۳	[۴،۳،۳،۳]	۰/۵	۰/۸	۰/۸۵
۴	[۵،۴،۳،۴]	۴	۴	۳
۵	[۶،۴،۴،۴]	۱۷	۱۷	۱۲
۶	[۸،۴،۴،۴]	۴۱	۸۴	۱۰۳
۷	[۱۰،۴،۴،۴]	۱۰۲	۱۱۶	۱۶۸
۸	[۱۲،۵،۴،۴]	۲۷۱	۲۹۱	۴۰۹
۹	[۱۵،۵،۴،۶]	۵۶۲	۵۹۲	۷۲۶
۱۰	[۱۸،۶،۴،۸]	۱۲۶۵	۱۴۰۶	۱۵۹۸
۱۱	[۲۰،۷،۵،۱۰]	۲۶۴۰	۲۸۱۰	۳۲۰۵
۱۲	[۳۰،۸،۵،۱۰]	۶۹۵۵	۷۷۳۵	۸۶۱۵
۱۳	[۳۰،۸،۸،۱۰]	۱۵۶۷۱	۱۸۷۳۰	۲۳۴۲۱
۱۴	[۱۰۰،۱۰،۱۰،۱۰]	۸۶۴۰۰>	۸۶۴۰۰>	۸۶۴۰۰>
۱۵	[۲۰۰،۱۰،۱۰،۱۰]	۸۶۴۰۰>	۸۶۴۰۰>	۸۶۴۰۰>

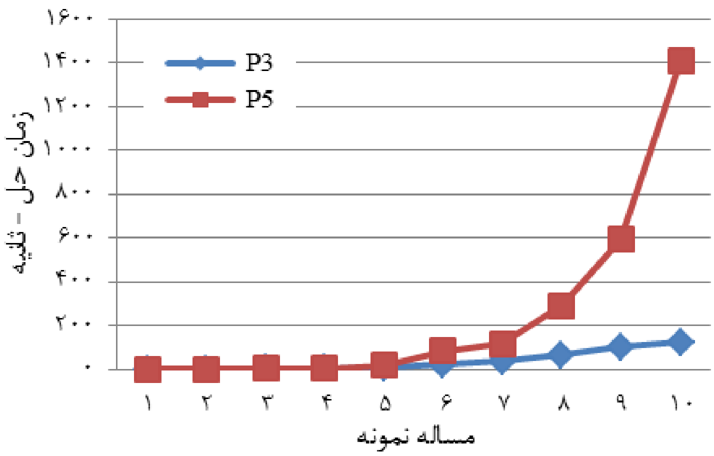
نتایج زمان‌های حل (ثانیه) برای مسایل نمونه در ابعاد مختلف برای مدل‌های کوادراتیک مخروطی (P2، P3 و P4) در جدول ۴ نشان داده شده است.

جدول ٤. زمان حل مسایل نمونه برای مدل‌های کوادراتیک مخروطی (ثانیه)

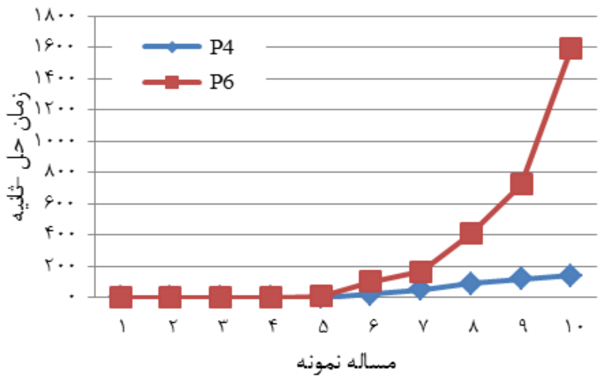
ردیف	[j, h, k, i]	P2	P3	P4
۱	[۲،۲،۲،۳]	۰/۴	۰/۵	۰/۴
۲	[۳،۳،۲،۳]	۰/۶	۰/۶	۰/۵
۳	[۴،۳،۳،۳]	۱	۱/۶	۱/۷
۴	[۵،۴،۳،۴]	۳	۳	۲/۵
۵	[۶،۴،۴،۴]	۵	۵	۳/۵
۶	[۸،۴،۴،۴]	۹	۱۹	۲۳
۷	[۱۰،۴،۴،۴]	۳۲	۳۶	۵۲
۸	[۱۲،۵،۴،۴]	۶۲	۶۶	۹۳
۹	[۱۵،۵،۴،۶]	۹۴	۹۹	۱۲۲
۱۰	[۱۸،۶،۴،۸]	۱۱۲	۱۲۴	۱۴۱
۱۱	[۲۰،۷،۵،۱۰]	۱۳۸	۱۴۶	۱۶۷
۱۲	[۳۰،۸،۵،۱۲]	۱۵۲	۱۶۹	۱۸۸
۱۳	[۳۰،۸،۸،۱۰]	۲۸۳	۲۹۸	۳۱۲
۱۴	[۱۰۰،۱۰،۱۰،۱۰]	۳۶۵۰	۳۸۳۱	۴۱۲۸
۱۵	[۲۰۰،۱۰،۱۰،۱۰]	۱۳۱۶۵	۱۳۸۴۱	۱۴۲۲۱

همان‌طور که مشاهده می‌شود با افزایش سایز مساله زمان حل در مدل‌های P1، P5 و P6 که با استفاده از سالور BARON حل شده است، با شدت بیش‌تری افزایش می‌یابد. این در حالی است که مدل‌های P2 تا P4 که به فرم کودراتیک مخروطی می‌باشند و قابلیت حل با CPLEX را دارند، در زمان‌هایی کوتاه‌تر به جواب بهینه دست پیدا می‌کنند. شکل‌های ۲، ۳ و ۴ این موضوع را واضح‌تر نشان می‌دهند.

شکل ۲. زمان حل در مقابل مساله نمونه برای مدل‌های پایه و کوادراتیک مخروطی در حالت پایه



شکل ۳. زمان حل در مقابل مساله نمونه مدل‌های پایه و کوادراتیک مخروطی در حالت تاخیر مجاز



شکل ٤. زمان حل در مقابل مساله نمونه مدل‌های پایه و کوادراتیک مخروطی در حالت فروش از دست رفته

همان‌طور که مشاهده می‌شود با افزایش سایز مساله میزان افزایش زمان حل در مدل‌های غیرخطی بیش‌تر از مدل-های کوادراتیک مخروطی در کلیه‌ی استراتژی‌های موجودی (تاخیر و فروش از دست رفته مجاز) می‌باشد.

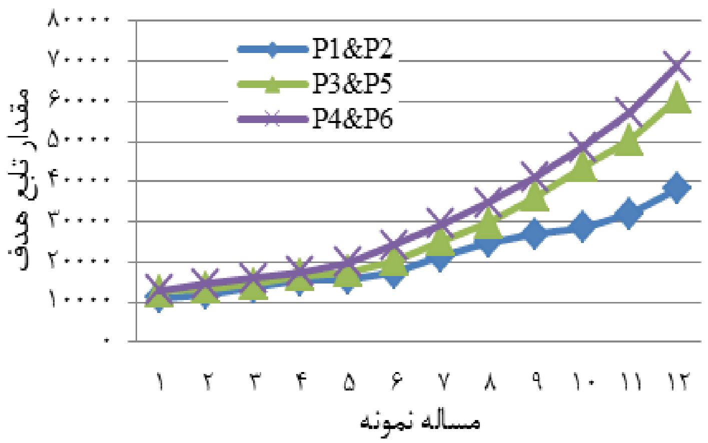
جدول ۵ مقادیر تابع هدف را برای مسایل نمونه مدل‌های ارایه شده نشان می‌دهد.

جدول ۵. مقدار تابع هدف مسایل نمونه

ردیف	[j, h, k, i]	P1	P2	P3	P4	P5	P6
۱	[۲،۲،۲،۳]	۱۱۰۹۴	۱۱۰۹۴	۱۲۷۸۲	۱۲۹۷۰	۱۲۷۸۲	۱۲۹۷۰
۲	[۳،۳،۲،۳]	۱۲۰۳۴	۱۲۰۳۴	۱۳۳۱۷	۱۴۵۸۲	۱۳۳۱۷	۱۴۵۸۲
۳	[۴،۳،۳،۳]	۱۳۷۱۷	۱۳۷۱۷	۱۴۴۳۹	۱۵۹۱۶	۱۴۴۳۹	۱۵۹۱۶
۴	[۵،۴،۳،۴]	۱۵۴۲۳	۱۵۴۲۳	۱۶۵۵۶	۱۷۴۸۳	۱۶۵۵۶	۱۷۴۸۳
۵	[۶،۴،۴،۴]	۱۵۵۹۲	۱۵۵۹۲	۱۷۵۹۳	۱۹۹۱۸	۱۷۵۹۳	۱۹۹۱۸
۶	[۸،۴،۴،۴]	۱۷۴۱۶	۱۷۴۱۶	۲۰۱۸۱	۲۴۰۹۳	۲۰۱۸۱	۲۴۰۹۳
۷	[۱۰،۴،۴،۴]	۲۱۵۲۷	۲۱۵۲۷	۲۵۳۴۷	۲۹۴۱۳	۲۵۳۴۷	۲۹۴۱۳
۸	[۱۲،۵،۴،۴]	۲۴۸۰۹	۲۴۸۰۹	۲۹۷۷۹	۳۴۷۶۲	۲۹۷۷۹	۳۴۷۶۲

۹	[۱۵،۵،۴،۶]	۲۶۸۴۲	۲۶۸۴۲	۳۶۴۲۳	۴۱۰۸۴	۳۶۴۲۳	۴۱۰۸۴
۱۰	[۱۸،۶،۴،۸]	۲۸۵۷۱	۲۸۵۷۱	۴۳۷۴۹	۴۸۶۵۵	۴۳۷۴۹	۴۸۶۵۵
۱۱	[۲۰،۷،۵،۱۰]	۳۲۰۴۶	۳۲۰۴۶	۵۰۴۸۸	۵۷۳۸۵	۵۰۴۸۸	۵۷۳۸۵
۱۲	[۳۰،۸،۵،۱۲]	۳۸۳۲۳	۳۸۳۲۳	۶۰۶۴۵	۶۸۸۲۱	۶۰۶۴۵	۶۸۸۲۱
۱۳	[۳۰،۸،۸،۱۰]	۴۵۷۶۵	۴۵۷۶۵	۷۳۴۵۱	۹۱۸۶۳	۷۳۴۵۱	۹۱۸۶۳
۱۴	[۱۰۰،۱۰،۱۰،۱۰]	–	۱۱۲۳۱	۱۹۱۴۶	۲۰۸۹۵۶	–	–
۱۵	[۲۰۰،۱۰،۱۰،۱۰]	–	۱۵۸۷۴۶	۲۳۴۱۲۷	۲۵۶۷۸۹	–	–

نتایج نشان می‌دهند که مقدار تابع هدف در مدل‌های با فروش از دست رفته مجاز بیش‌تر از سایر مدل‌ها می‌باشد (شکل ۵).



شکل ۵. مقادیر تابع هدف در مقابل مساله نمونه

همان‌طور که مشاهده می‌شود مدل‌های (P1 و P2) که هر دو یک مساله؛ اما با فرمول‌بندی‌های متفاوت (غیرخطی و کوادراتیک مخروطی) می‌باشند، مقادیر تابع هدف یکسانی را نتیجه می‌دهند. این موضوع برای مدل-های (P3 و P5) و (P4 و P6) نیز صادق می‌باشد.

۵ نتیجه‌گیری

در این مقاله یک مدل ریاضی برای فرمول‌بندی همزمان تصمیمات مکان‌یابی و کنترل موجودی در یک شبکه زنجیره تامین چهار سطحی با در نظر گرفتن محدودیت ظرفیت ارایه شده است. سطوح در نظر گرفته شده شامل تامین‌کنندگان، انبارها، هاب‌ها و خرده‌فروشان می‌باشد. مدل زنجیره تامین یکپارچه در این مقاله به طور همزمان سه نوع تصمیم را تعیین می‌کند: ۱- مکان‌یابی تسهیلات (تعداد و مکان انبارها و هاب‌ها) ۲- تخصیص (تخصیص تامین‌کنندگان به انبارهای مکان‌یابی شده و همچنین خرده‌فروشان به انبارهای مکان‌یابی شده از طریق هاب‌ها) و ۳- تصمیمات کنترل موجودی در هر انبار مکان‌یابی شده. هدف مینیمم کردن هزینه‌های مکان‌یابی، حمل و نقل و موجودی می‌باشد. بدین منظور یک مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط غیرخطی ارایه می‌شود. مدل ارایه شده

سپس به یک مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط کوادراتیک مخروطی تبدیل می‌شود تا بتوان از سرعت حل بالاتر با استفاده از CPLEX بهره برد. برای مقایسه حالات مختلف کنترل موجودی، استراتژی تاخیر و فروش از دست رفته مجاز نیز در نظر گرفته شده است. نتایج محاسبات نشان می‌دهد که فرمول‌بندی کوادراتیک مخروطی فوق؛ حتی با در نظر گرفتن سیاست‌های مختلف موجودی، در زمان کوتاهی حل می‌شود. به عنوان یک نوآوری جدید در این تحقیق علاوه بر ارایه مدلی جدید، مدل ارایه شده به یک مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط مخروطی تبدیل می‌شود. این فرمول‌بندی ما را قادر می‌سازد تا از سرعت حل بالاتر با استفاده از نرم‌افزارهای تجاری بهره ببریم و بتوانیم مسایل دنیای واقعی را مدل کرده و کل کنیم. رویکرد مورد استفاده برای تبدیل به مدل مخروطی در مقالات مشابه نیز قابل کاربرد است. به عنوان پیشنهاد آتی می‌توان عدم قطعیت را به گونه‌ای که فرم کوادراتیک مخروطی حفظ گردد، به مدل افزود.

منابع

[۲۲] حسینی، ز.، اسمعیلی، م.، قاسمی‌یقین، ر.، (۱۳۹۱) ارایه مدل بهینه‌سازی چند هدفه برای تصمیمات توام موجودی و قیمت‌گذاری درحالت زمان های تدارک احتمالی (نمایی و یکنواخت) با استفاده از الگوریتم ژنتیک. تحقیق در عملیات در کاربردهای آن . ۱۱ (۱).

[1] Mentzer, J. T., DeWitt, W., Keebler, J. S., Min, S., Nix, N. W., Smith, C. D. and Zacharia, Z. G. (2001) DEFINING SUPPLY CHAIN MANAGEMENT, Journal of Business Logistics. Blackwell Publishing Ltd, 22(2), 1–25.

[2] K Tan, K. C. (2001) A framework of supply chain management literature, European Journal of Purchasing & Supply Management, 7(1), 39–48.

[3] Puga, M. S., Minner, S., & Tancrez, J. S. (2018). Two-stage supply chain design with safety stock placement decisions. International Journal of Production Economics.

[4] Schuster, M., Minner, S., & Tancrez, J. S. (2017). Two-stage supply chain design with safety stock placement decisions(No. 2017001). Université catholique de Louvain, Center for Operations Research and Econometrics (CORE).

[5] Mousavi, S. M., Bahreininejad, A., Musa, S. N., & Yusof, F. (2017). A modified particle swarm optimization for solving the integrated location and inventory control problems in a two-echelon supply chain network. Journal of intelligent manufacturing, 28(1), 191-206.

[6] Qu, H., Wang, L., & Liu, R. (2015). A contrastive study of the stochastic location-inventory problem with joint replenishment and independent replenishment. Expert Systems with Applications, 42(4), 2061-2072.

[7] Farahani, R. Z., Rashidi Bajgan, H., Fahimnia, B., & Kaviani, M. (2015). Location-inventory problem in supply chains: a modelling review. International Journal of Production Research, 53(12), 3769-3788.

[8] Ahmadzadeh, E., & Vahdani, B. (2017). A location-inventory-pricing model in a closed loop supply chain network with correlated demands and shortages under a periodic review system. Computers & Chemical Engineering, 101, 148-166.

[9] Shahabi, M., & Unnikrishnan, A. (2014). Robust hub network design problem. Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review, 70, 356-373.

[10] Daskin, M. S., Coullard, C. R. and Shen, Z.-J. M. (2002) An Inventory-Location Model: Formulation, Solution Algorithm and Computational Results, Annals of Operations Research. Kluwer Academic Publishers, 110(1/4), 83–106.

[11] Shen, Z.-J. M., Coullard, C. and Daskin, M. S. (2003) A Joint Location-Inventory Model, Transportation Science, 37(1), 40–55.

[12] Shu, J., Teo, C.-P. and Shen, Z.-J. M. (2005) Stochastic Transportation-Inventory Network Design Problem, Operations Research. INFORMS, 53(1), 48–60.

[13] Snyder, L. V., Daskin, M. S. and Teo, C.-P. (2007) The stochastic location model with risk pooling, European Journal of Operational Research, 179(3), 1221–1238.

[14] Teo, C.-P. and Shu, J. (2004) Warehouse-Retailer Network Design Problem, Operations Research. INFORMS, 52(3), 396–408.
[15] Miranda, P. A. and Garrido, R. A. (2004) Incorporating inventory control decisions into a strategic distribution network design model with stochastic demand, Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review, 40(3), 183–207.
[16] Silva, F. and Gao, L. (no date) A Joint Replenishment Inventory-Location Model, Networks and Spatial Economics. Springer US, 13(1), 107–122.
[17] Vidyarthi, N., Çelebi, E., Elhedhli, S. and Jewkes, E. (2007) Integrated Production-Inventory-Distribution System Design with Risk Pooling: Model Formulation and Heuristic Solution, Transportation Science, 41(3), 392–408.
[18] Lin, L., Gen, M. and Wang, X. (2009) Integrated multistage logistics network design by using hybrid evolutionary algorithm, Computers & Industrial Engineering, 56(3), 854–873.
[19] Kaya, O., & Urek, B. (2016) A mixed integer nonlinear programming model and heuristic solutions for location, inventory and pricing decisions in a closed loop supply chain. Computers & Operations Research, 65, 93-103.
[20] Zhalechian, M., Tavakkoli-Moghaddam, R., Zahiri, B., & Mohammadi, M. (2016). Sustainable design of a closed-loop location-routing-inventory supply chain network under mixed uncertainty. Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review, 89, 182-214.
[21] Diabat, A., Dehghani, E., & Jabbarzadeh, A. (2017). Incorporating location and inventory decisions into a supply chain design problem with uncertain demands and lead times. Journal of Manufacturing Systems, 43, 139-149.
[23] Park, S., Lee, T.-E. and Sung, C. S. (2010) A three-level supply chain network design model with risk-pooling and lead times, Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review, 46(5), 563–581.
[24] Cheong, M. L., Bhatnagar, R. and Graves, S. C. (2007) Logistics Network Design with Supplier Consolidation Hubs and Multiple Shipment Options, Journal of Industrial and Management Optimization, 3(1).
[25] Ben-Tal, A., Chung, B. Do, Mandala, S. R. and Yao, T. (2011) Robust optimization for emergency logistics planning: Risk mitigation in humanitarian relief supply chains, Transportation Research Part B: Methodological, 45(8), 1177–1189.
[26] Alizadeh, F. and Goldfarb, D. (2003) Second-order cone programming, Mathematical Programming. Springer-Verlag, 95(1), 3–51.
[27] Nozick, L. K. and Turnquist, M. A. (2001) Inventory, transportation, service quality and the location of distribution centers, European Journal of Operational Research, 129(2), 362–371.