

## ارایه مدلی برای مساله مکان‌یابی - موجودی سه سطحی با در نظر گرفتن کمبود موجودی و تقاضا همبسته و حل آن با استفاده از الگوریتم فرا ابتکاری

بهنام وحدانی<sup>۱\*</sup>، توفیق الهویرنلو<sup>۲</sup>، مهدی سلطانی<sup>۳</sup>

۱- استادیار، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد قزوین، دانشکده مهندسی صنایع و مکانیک، گروه مهندسی صنایع، قزوین، ایران

۲- استاد، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد قزوین، تحقیقات تهران، گروه ریاضی، تهران، ایران

۳- کارشناسی ارشد، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد قزوین، دانشکده مهندسی صنایع و مکانیک، گروه مهندسی صنایع، قزوین، ایران

رسید مقاله: ۲۷ بهمن ۱۳۹۳

پذیرش مقاله: ۱۶ تیر ۱۳۹۴

### چکیده

در این مقاله، یک مساله مکان‌یابی - موجودی سه سطحی با همبستگی تقاضا را در حالی که کمبود مجاز است بررسی می‌کنیم. مدل به دنبال کمینه نمودن کل هزینه‌های زنجیره‌ی تامین، شامل هزینه‌های مکان‌یابی تسهیلات، حمل و نقل و موجودی می‌باشد. با توجه به این که مساله مورد بررسی جزء مسایل NP-Hard محسوب می‌شود، به منظور حل آن دو الگوریتم فرا ابتکاری، شامل الگوریتم ژنتیک و شبیه‌سازی تبرید ارایه شده است. در نهایت نیز الگوریتم‌های پیشنهادی بر روی چند مساله عددی اجرا شده که نشان‌گر کارایی بهتر الگوریتم ژنتیک از لحاظ تابع هدف نسبت به الگوریتم شبیه‌سازی تبرید است؛ ولی از لحاظ زمان محاسباتی، شبیه‌سازی تبرید عملکرد بهتری دارد.

**کلمات کلیدی:** زنجیره‌ی تامین، مکان‌یابی - موجودی، کمبود موجودی، الگوریتم‌های فرا ابتکاری.

### ۱ مقدمه

یکی از زمینه‌های مهم در زنجیره‌ی تامین، تصمیمات مکان‌یابی - موجودی در شبکه زنجیره‌ی تامین است. برای بسیاری از صنایع، شبکه‌های زنجیره‌ی تامین به عنوان پایه و اساس عملیاتی در نظر گرفته می‌شود. امروزه در بازار رقابتی، با توجه به مخاطره‌آمیز بودن محیط نامشخص عملیاتی، طراحی شبکه به گونه‌ای مقرون به صرفه، کارآمد و پاسخ‌گو بسیار مهم می‌باشد [۱]. یک شبکه استراتژیکی با طراحی مناسب می‌تواند به طور بالقوه ۶۰ درصد هزینه‌های زنجیره‌ی تامین را کاهش دهد [۲]. در تنظیمات کلاسیک، طراحی چنین سیستمی در درجه اول به طرز برخورد با مشکلات استراتژیکی مربوط به تعداد و محل امکانات لازم (انبارها و کارخانه‌ها) برای یک شبکه با حداقل هزینه و بدون پرداختن به مشکلات عملیاتی (مانند کنترل موجودی و سطح خدمات) وابسته است. به طور

\* عهده‌دار مکاتبات

آدرس الکترونیکی: b.vahdani@gmail.com

معمول، در چنین چارچوبی، تصمیم گیری های عملیاتی پس از این که مکان تعیین شد، اتخاذ می گردد. با توجه به این که بسیاری از محققان بحث کرده اند، این روش موثرترین و کارآمدترین ساختار شبکه را ارائه نمی دهد و می تواند موانع موجود در میان رده های مختلف از یک زنجیره تامین را افزایش دهد [۳]؛ بنابراین، مسایل مکان یابی تسهیلات موجودی مشترک معرفی گردید که در آن مشکلات استراتژیک و عملیاتی در یک چارچوب یکپارچه با توجه به ارتباطات بین خرده فروشان، توزیع کنندگان، تامین کنندگان و دیگر نهادهای زنجیره تامین حل شد.

در مدل های موجودی، تمرکز بر روی یافتن استراتژی بهینه موجودی در مراکز توزیع می باشد و معمولاً فرض بر آن است که تعداد و محل مراکز توزیع معلوم و مشخص است. در این مدل ها هدف کمینه نمودن هزینه های نگهداری و سفارش دهی می باشد. از سوی دیگر در مدل های مکان یابی، تمرکز بر روی توسعه مدل ها برای تعیین بهینه مراکز توزیع و محل استقرار آن ها و چگونگی تخصیص مشتریان به مراکز توزیع می باشد. در این مدل ها از هزینه های کمبود موجودی چشم پوشی می شود و هدف کمینه کردن هزینه های استقرار و تخصیص می باشد. از طرفی، هزینه حمل و نقل در مدل های مکان یابی، وابستگی به تواتر تامین سفارش در تسهیلات مختلف دارد و این تواتر تامین خود تابعی از سیاست موجودی است. همچنین در مسایل مکان یابی، هر چقدر الگوی مکان یابی بتواند در ازای مقداری مشخص از منابع، خدمات بیش تری را تولید کند، کارا تر است [۴]. به طور مشابه، در مسایل موجودی، هزینه موجودی در هر تسهیل وابسته به مقدار سفارشی است که به آن تسهیل تخصیص داده شده است و این خود به اطلاعاتی در خصوص نحوه تخصیص گره های تقاضا به هر یک از تسهیلات نیازمند است. این روابط متقابل بین سیاست های مکان یابی و موجودی نشان دهنده آن است که یک مدل یکپارچه با در نظر گرفتن هزینه های حمل و نقل، موجودی و احداث جهت حل این دسته از مساله ها نیاز است. با این وصف مسایل مکان یابی تسهیلات مشترک و کنترل موجودی به صورت ریاضی مدل سازی شد [۳]. مدل آن ها شامل مشخصات محل انبار و تخصیص مشتری و همچنین بهینه سازی تصمیمات موجودی بود و هزینه موجودی اطمینان، به عنوان یک استراتژی تجمع ریسک برای مقابله با عدم اطمینان تقاضا در سطح خرده فروش در نظر گرفته شد، در حالی که یک کارخانه واحد با مدت زمان تحویل ثابت فرض شده بود.

هزینه موجودی اطمینان در یک شبکه زنجیره تامین چند سطحی، به خصوص با توجه به تغییرات در مدیریت زنجیره تامین و با توجه به شیوه های جدید مانند هماهنگی پیچیده تر خواهد شد [۵]. یک نمونه از این تغییرات، افزایش همبستگی تقاضا در طول زمان و فضا به عنوان یک نتیجه از به اشتراک گذاری اطلاعات بین خرده فروشان از شبکه های زنجیره تامین می باشد [۶]. مطالعات زیادی در مورد ارزش همبستگی تقاضا در مدل سازی مدیریت زنجیره تامین صورت پذیرفته است [۷]. پارک و همکاران [۸]، مساله مکان یابی - موجودی سه سطحی را مطالعه کردند که در آن هزینه موجودی اطمینان برای محل کارخانه وابسته به مدت زمان تحویل در نظر گرفته می شود. با این حال، مدل آن ها تاثیر همبستگی تقاضا را در خرده فروشان در نظر نمی گیرد. شهابی و همکاران [۹]، مطالعات پارک و همکاران [۸] را با ترکیب همبستگی تقاضا در یک مدل طراحی شبکه زنجیره تامین سه سطحی که در آن مدت زمان تحویل، وابسته به مکان کارخانه است، توسعه دادند. با توجه به

همبستگی تقاضا، بهتر می‌توان استراتژی تجمع ریسک را در یک مساله مکان‌یابی - موجودی مشترک نشان داد. با توجه به توضیحات ارائه شده، در این مقاله یک مساله مکان‌یابی - موجودی سه سطحی با تقاضا همبسته را با در نظر گرفتن کمبود موجودی مد نظر قرار می‌دهیم. بر اساس توصیف فوق، نوآوری‌های اصلی در این مقاله به شرح زیر است:

- در نظر گرفتن توأمان تقاضا همبسته، کمبود موجودی در سیستم مرور دائم در زنجیره تامین سه سطحی.
- ارائه یک مدل ریاضی برای مکان‌یابی - موجودی در یک زنجیره‌ی تامین با لحاظ نمودن مورد اول.
- توسعه‌ی یک روش حل فرا ابتکاری برای حل این مساله.

به طور خاص، روند این مقاله به شرح زیر است: در بخش ۲ به بررسی ادبیات موضوع پرداخته شده است. در بخش ۳، تعریف دقیقی از مساله، همراه با مفروضات و فرمولاسیون ارائه می‌دهیم. بخش ۴ الگوریتم‌های ژنتیک و شبیه‌سازی تبرید را توصیف می‌کند. در بخش ۵، آزمایش‌های محاسباتی در مسایل مختلف شبکه را ارائه می‌دهیم. بخش ۶ نیز نتیجه‌گیری و تحقیقات آتی را شامل می‌شود.

## ۲ مروری بر تحقیقات مشابه

تصمیم‌گیری‌های استراتژیک مکان‌یابی تسهیلات به شدت تحت تاثیر تصمیمات تاکتیکی مانند تصمیمات موجودی می‌باشد. سیاست‌های مکان‌یابی از جمله سیاست‌های بلندمدت یا میان‌مدت و سیاست‌های موجودی از جمله سیاست‌های کوتاه‌مدت یا میان‌مدت در شبکه توزیع کالا به حساب می‌آید؛ اما تاثیر سیاست‌های مکان‌یابی در هزینه‌های موجودی کاملاً مشهود است؛ زیرا با تغییر تقاضای اختصاص یافته به خدمت‌دهندگان نیز هزینه‌های موجودی تغییر می‌کند. در نتیجه مدل‌های موسوم به مدل‌های مکان‌یابی - موجودی ارائه شد که به طور هم‌زمان، هزینه‌های مکان‌یابی و موجودی را کمینه می‌کند. اولین مطالعه که ایده ادغام هزینه‌ی موجودی را در مدل مکان‌یابی پیشنهاد داد، توسط بامول و ولف [۱۰]، ارائه شد. آن‌ها یک مساله مکان‌یابی تسهیلات را بدون در نظر گرفتن ظرفیت توسعه دادند و روشی ارائه کردند که می‌تواند بهینه محلی را به دست آورد. اربل‌اچر و ملر [۱۱]، یک مدل مکان‌یابی - موجودی یکپارچه را بررسی کردند و روشی ابتکاری را برای حل مدل ارائه شده، توسعه دادند.

داسکین و همکاران [۱۲]، یک مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح غیرخطی را پیشنهاد دادند که در آن هدف به حداقل رساندن حمل و نقل، مکان‌یابی و هزینه‌های موجودی اطمینان می‌باشد و آن را از طریق الگوریتم لاگرانژ حل کردند. شن و همکاران [۱۳]، مدل داسکین و همکاران [۱۲] را به عنوان یک مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح پوشش مجموعه‌ای مدل‌سازی کردند و از روشی مبتنی بر تولید ستون جهت حل مدل برای دو مورد خاص استفاده نمودند: نخست، هنگامی که واریانس تقاضا با میانگین متناسب است و دوم، زمانی که واریانس تقاضا صفر است. تئو و شو [۱۴]، با تعیین سیاست‌های موجودی مطلوب برای مراکز توزیع و خرده‌فروشان، با استفاده از یک تابع هزینه موجودی دو سطحی، کار پیشین را بسط دادند. مساله به عنوان یک مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح فرموله شده، با استفاده از رویکرد تولید ستون حل می‌شود. میراندا و گاریدو [۳]، تصمیم‌گیری کنترل موجودی را

با مساله مکان‌یابی تسهیلات با محدودیت ظرفیت ترکیب کردند. مدل آن‌ها، مراکز توزیع را مکان‌یابی می‌کند و خرده‌فروشان را به آن‌ها تخصیص می‌دهد و بهترین سیاست‌های موجودی در هر مرکز توزیع را با توجه به محدودیت ظرفیت مرکز توزیع تعریف می‌کند. مساله عدد صحیح غیرخطی مختلط حاصل، با استفاده از آزاد سازی لاگرانژ و روش زیر شیب حل شد.

شو و همکاران [۱۵] یک مساله حمل و نقل - موجودی تصادفی را ارائه دادند که رویکرد تولید ستون شن و همکاران [۱۳] را با استفاده از ساختار خاصی از مساله قیمت‌گذاری گسترش می‌داد. میراندا و گاریدو [۱۶] کار قبلی خود را با در نظر گرفتن دو نوع محدودیت ظرفیت در مراکز توزیع توسعه دادند. اولی حداکثر مقدار سفارش را محدود می‌کند و دومی حداکثر سطح موجودی را برای هر مرکز توزیع تعیین می‌کند. شو و سان [۱۷] و اسنایدر و همکاران [۱۸] نوعی تصادفی از مدل توسعه توسط داسکین و همکاران [۱۲] و شن و همکاران [۱۳] را مطالعه کردند. شو و سان [۱۷] فرمول مساله شن و همکاران [۱۳] را به عنوان یک مدل پوشش مجموعه دوباره بررسی کردند و یک رویکرد حل تولید ستون که به دو مورد خاص از طرح تقاضا محدود نمی‌شود، توسعه دادند. با این حال، اسنایدر و همکاران [۱۸] دو مورد خاص از تقاضا شناسایی شده توسط شن و همکاران [۱۳] را در نظر گرفتند و یک مساله مکان‌یابی - موجودی تصادفی را فرمول‌بندی نموده و از الگوریتم لاگرانژ برای حل مدل استفاده کرده‌اند. رومیجن و همکاران [۱۹]، نسخه محدودیت ظرفیت مدل ارائه شده توسط تئو و شو [۱۴] را مطالعه کردند. آن‌ها مساله را به عنوان یک مدل پوشش مجموعه‌ای فرموله کرده و از یک رویکرد تولید ستون استفاده نموده‌اند. ارتباط بین مدت زمان تحویل و موجودی اطمینان در مطالعه سوریراجان و همکاران [۲۰] انجام شد که در آن مدل ارائه شده به توضیح ارتباط مدت زمان تحویل و مزایای موجودی در تجمع ریسک پرداخته و از یک رویکرد ابتکاری لاگرانژ برای حل مساله استفاده کرده‌اند.

ویدیارثی و همکاران [۲۱]، یک مورد چند محصولی از یک مدل مکان‌یابی - موجودی مشترک که کارخانه‌ها و مراکز توزیع را مکان‌یابی کرده، پیشنهاد داده‌اند که میزان محموله را از کارخانه‌ها به مراکز توزیع ارزیابی می‌کند و خرده‌فروشان را به مراکز توزیع تخصیص می‌دهد. با این حال آن‌ها تنها هزینه‌های موجودی اطمینان را به عنوان استراتژی مدیریت ریسک در نظر گرفته‌اند. نسخه محدودیت ظرفیت مدل ارائه شده داسکین و همکاران [۱۲] و شن و همکاران [۱۳]، توسط اوزسن و همکاران [۲۲] و همچنين میراندا و گاریدو [۲۳] مطالعه شد که در آن از یک روش آزادسازی لاگرانژ به عنوان روش حل استفاده گردید. یک شبکه زنجیره‌ی تامین دو سطحی با تقاضا نامعلوم توسط شو و همکاران [۲۴]، ارائه شد. آن‌ها مساله را به عنوان مدل بهینه‌سازی غیرخطی گسسته فرمول‌بندی نموده و با استفاده از رویکرد تولید ستون مدل مورد نظر را حل کرده‌اند.

پارک و همکاران [۸]، تاثیر مکان‌های کارخانه و تخصیص مراکز توزیع را به آن‌ها بر روی مقدار موجودی اطمینان نگهداری شده در مراکز توزیع بررسی کردند و یک مدل زنجیره‌ی تامین سه سطحی را معرفی کردند که در آن وابستگی مراکز توزیع به تامین‌کننده و مدت زمان تحویل مد نظر قرار گرفته شده بود. یک الگوریتم مبتنی بر آزادسازی لاگرانژ دو مرحله‌ای برای حل مدل استفاده شد. چن و همکاران [۲۵]، یک مساله مکان‌یابی - موجودی را بررسی کردند که در آن تسهیلات ساخته شده ممکن است با احتمال شناخته شده قطع شود. آن‌ها

یک مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح را برای مساله ارایه و یک روش حل آزادسازی لاگرانژ را توسعه دادند. یک مساله مکان‌یابی - موجودی در یک زنجیره‌ی تامین سه سطحی توسط تنسوز و همکاران [۲۶]، مطالعه شد. آن‌ها یک فرمول مستمر غیر خطی برای کمینه کردن هزینه‌های حمل و نقل، ثابت و نگهداری پیشنهاد و یک الگوریتم ابتکاری تکرار برای حل مدل توسعه دادند. تساو و همکاران [۲۷]، یک مساله مکان‌یابی - موجودی یکپارچه مراکز توزیع و خرده‌فروشان چند سطحی را مطالعه کردند. آن‌ها یک روش تقریبی مستمر را برای کمینه‌نمودن کل هزینه‌های شبکه ارایه کردند.

برمن و همکاران [۲۸]، یک مساله مکان‌یابی - موجودی یکپارچه را با سیاست مرور دوره‌ای موجودی  $(R, S)$  در نظر گرفتند که برای هر مرکز توزیع، دو نوع هماهنگی ارایه شد: هماهنگی نسبی که هر مرکز توزیع ممکن است از آن برای فاصله بررسی موجودی خود استفاده کند و هماهنگی کامل که همه مراکز توزیع یک فاصله بررسی یکسان دارند. کمبود موجودی لحاظ شده و مساله به عنوان یک مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح غیرخطی فرموله شد و یک الگوریتم آزادسازی لاگرانژ برای حل آن ارایه گردید. آتامترک و همکاران [۲۹]، چندین نمونه از یک مساله مکان‌یابی - موجودی مشترک فرموله شده به عنوان یک برنامه‌ریزی عدد صحیح ترکیبی درجه دوم مخروطی را مطالعه کردند. چارچوب مدل پیشنهادی را با استفاده از بسته‌های بهینه‌سازی تجاری حل نمودند که باعث راه‌حل‌های محاسباتی کوتاه‌تر می‌شود. در حالی که یک شبکه زنجیره‌ی تامین دو سطحی را در نظر گرفته بودند. همچنین همبستگی تقاضا را برای طراحی شبکه زنجیره‌ی تامین چند سطحی ادغام کردند. کسکین و اوتسه [۳۰]، یک طراحی سیستم تولید و توزیع در شبکه زنجیره‌ی تامین سه سطحی را با توجه به موجودی در مراکز توزیع، خرده‌فروشان و محدودیت ظرفیت در کارخانه‌ها ارایه دادند و یک روش ابتکاری کارآمد را با یک روش جستجوی محلی ترکیب کردند و یک الگوریتم شبیه‌سازی شده را برای حل مساله ایجاد نمودند. یک مساله مکان‌یابی - موجودی حلقه بسته توسط دیابات و همکاران [۳۱]، پیشنهاد شد. آن‌ها مساله را به عنوان مدل برنامه‌ریزی غیرخطی ترکیبی فرموله کردند و یک الگوریتم آزادسازی لاگرانژ دو فازی دقیق برای حل مدل توسعه دادند. یک مساله طراحی شبکه زنجیره‌ی تامین چهار سطحی توسط شهابی و همکاران [۳۲]، ارایه شده است، که در آن تسهیلات مرکزی در یک مساله مکان‌یابی تسهیلات چند سطحی با موجودی و استراتژی تجمع ریسک ارزیابی شده است. شهابی و همکاران [۹]، یک مساله مکان‌یابی - موجودی سه سطحی را مورد تجزیه و تحلیل قرار دادند، که تقاضا در سراسر خرده‌فروشان همبسته در نظر گرفته شده است. آن‌ها یک روش حل تقریب بیرونی برای مدل خود گسترش داده‌اند.

### ۳ تعریف مساله

به طور خاص این مقاله، یک مساله سه سطحی مکان‌یابی - موجودی را در شبکه زنجیره‌ی تامین، با در نظر گرفتن کمبود موجودی و تقاضای همبسته در یک سیاست بررسی مرور دائم موجودی ارایه می‌دهد. همچنین مدل پیشنهادی شامل سه تصمیم مختلف می‌باشد: ۱- یک مساله مکان‌یابی تسهیلات چند سطحی برای تعیین تعداد و محل کارخانه‌ها و انبارها، ۲- یک مساله تخصیص برای تعیین بهترین تخصیص خرده‌فروشان به انبارها و انبارها به

کارخانه‌ها و ۳- تصمیم‌گیری کنترل موجودی در هر انبار. هدف از مدل در واقع به حداقل رساندن همزمان مکان‌یابی تسهیلات، حمل و نقل و هزینه‌های موجودی (کمبود، موجودی اطمینان و مدت زمان تحویل) متحمل شده، توسط شبکه می‌باشد. به طور خاص مدل، مفروضات زیر را در نظر می‌گیرد:

- کمبود موجودی مجاز است.
  - یک هزینه راه اندازی ثابت برای گشایش کارخانه‌ها و انبارها وجود دارد.
  - هزینه حمل و نقل به ازای هر واحد حمل و نقل، هر دو بین کارخانه‌ها و انبارها و بین انبارها و خرده‌فروشان فاصله اقلیدسی است.
  - یک استراتژی منابع‌یابی در نظر گرفته می‌شود که در آن هر خرده‌فروش فقط از یک انبار تامین می‌شود و هر انبار تنها از یک کارخانه بارگذاری می‌گردد.
  - کنترل موجودی تنها در انبار لحاظ شده، به دنبال یک سیاست بررسی مرور دائم موجودی  $(r, Q)$  می‌باشد.
  - موجودی اطمینان در هر انبار برای مقابله با تغییرات تقاضای خرده‌فروشان تخصیص داده شده، در نظر گرفته می‌شود.
  - تقاضا در خرده‌فروشان دارای یک توزیع نرمال چند متغیره با بردار میانگین و ماتریس کواریانس معلوم است.
  - یک مدت زمان تحویل (LT) کارخانه به انبار موجود است که بستگی به محل کارخانه و انبار دارد.
  - کارخانه‌ها در معرض هیچ‌گونه محدودیت ظرفیتی نیستند، در حالی که در هر انبار ظرفیت محدود در نظر گرفته شده است.
- علاوه بر این، شاخص‌های مدل، پارامترها و متغیرهای تصمیم مورد استفاده‌ی مقاله، به صورت جداول زیر می‌باشد:

جدول ۱. مجموعه‌ها

$R$	مجموعه خرده‌فروشان با شاخص $i$ و $l$
$W$	مجموعه انبارها با شاخص $j$
$P$	مجموعه کارخانه‌ها با شاخص $k$

جدول ۲. متغیرهای تصمیم

$v_k$	اگر کارخانه $k$ بازگشایی شود ۱ در غیر این صورت صفر است
$y_{jk}$	اگر انبار $j$ به کارخانه $k$ تخصیص یابد ۱ در غیر این صورت صفر است
$x_{ij}$	اگر خرده‌فروش $i$ به انبار $j$ تخصیص یابد ۱ در غیر این صورت صفر است
$b_j$	بخشی از تقاضا در طول دوره کمبود پس‌افت در انبار $j$ که به صورت $[0, 1]$ می‌باشد

جدول ۳. پارامترهای مدل

$g_k$	هزینه راه‌اندازی ثابت برای کارخانه $k$
$f_{jk}$	هزینه ثابت انبار $j$ تخصیص یافته شده به کارخانه $k$
$a_{jk}$	هزینه هر واحد حمل و نقل متغیر از کارخانه $k$ به انبار $j$
$t_{jk}$	هزینه هر واحد حمل و نقل از کارخانه $k$ به انبار $j$
$c_{ij}$	هزینه هر واحد حمل و نقل بین انبار $j$ و خرده‌فروش $i$
$\mu_i$	میانگین تقاضا هر واحد زمانی از خرده‌فروش $i$
$\sigma_i^x$	واریانس تقاضا هر واحد زمانی از خرده‌فروش $i$
$cap_j$	ظرفیت در انبار $j$
$h_j$	هزینه نگهداری هر واحد زمانی در انبار $j$
$A_{oj}$	هزینه ثابت سفارش‌دهی شامل هزینه بررسی وضعیت موجودی در انبار $j$
$\pi_j$	هزینه کمبود هر واحد کمبود در انبار $j$
$\pi_{oj}$	قیمت هر واحد فروش در انبار $j$
$\rho_{il}$	ضریب همبستگی بین تقاضا خرده‌فروش $i$ و خرده‌فروش $l$
$l_{jk}$	مدت زمان تحویل سفارش از کارخانه $k$ به انبار $j$
$r_j^*$	سطح سفارش بهینه در انبار $j$
$z_\alpha$	$\alpha$ درصد از توزیع نرمال استاندارد

۳-۱ سیاست موجودی در انبارها

در این مقاله، تقاضا در خرده‌فروش  $i$  و خرده‌فروش  $l$  با ضریب همبستگی معلوم  $\rho_{il}$  همبسته است و تقاضای هر واحد زمانی در انبار  $j$ ،  $D_j$ ، مستقل فرض شده و دارای یک توزیع نرمال چند متغیره با میانگین  $U_j = \sum_i \mu_i x_{ij}$  و واریانس  $\sigma_j^x = \sum_i \sum_l \rho_{il} \sigma_i \sigma_l x_{ij} x_{lj}$  و همچنین  $D_j(\tau)$ ، نشان‌گر تقاضا در طی یک بازه زمانی به طول  $\tau$  در انبار  $j$  با تابع توزیع تجمعی  $F_j(\cdot; \tau)$  می‌باشد. علاوه بر این، مدت زمان تحویل سفارش در انبار  $j$  را می‌توان از رابطه  $L_j = \sum_k l_{jk} y_{jk}$  به دست آورد. همچنین، تقاضای انبار  $j$  در طول مدت زمان تحویل  $D_j L_j$ ، به طور معمول با میانگین  $U_j L_j$  و واریانس  $\sigma_j^x L_j$  توزیع می‌گردد. فرض می‌شود که بخشی از کمبودها، پس‌افت و بخش باقی مانده فروش از دست‌رفته است. این تعمیم دو مدل موجودی کلاسیک می‌باشد: در حالت فروش از دست‌رفته،  $b_j = 0$  و در حالت پس‌افت،  $b_j = 1$  می‌باشد. ما به سادگی از تقریب ارایه شده توسط مونته‌گومری و همکاران [۳۳] استفاده خواهیم نمود؛ بنابراین قسمتی از هزینه‌های مدل پیشنهادی با رابطه (۱) نشان داده شده است.

$$C_j(r_j) = a_{jk} U_j + \frac{U_j (A_{oj} + t_{jk})}{Q_j} + h_j \left\{ \frac{Q_j}{\gamma} + r_j - U_j L_j + (1 - b_j) E [D_j L_j - r_j]^+ \right\}$$

$$+ \left[ \frac{U_j [\pi_j + (1-b_j)(\pi_{oj} - a_{jk})]}{Q_j} \right] E [D_j L_j - r_j]^+ \quad (1)$$

با توجه به رابطه (۱)، آیتم اول و دوم متوسط هزینه‌های سفارش متغیر (ثابت) و حمل و نقل هر واحد زمانی است. آیتم سوم تقریبی از متوسط هزینه نگهداری موجودی را در هر واحد زمانی نشان می‌دهد و آیتم چهارم نمایانگر متوسط هزینه کمبود در هر واحد زمانی می‌باشد.

سپس با تعریف هزینه‌های  $C_{oj} = h_j Q_j / U_j$  و  $C_{uj} = \pi_j + (1-b_j)(\pi_{oj} - a_{jk}) - b_j h_j Q_j / U_j$  و انجام فاکتورگیری، می‌توان تابع هزینه موجودی (۱) را به صورت رابطه (۲) نوشت:

$$C_j(r_j) = a_{jk} U_j + \frac{U_j (A_{oj} + t_{jk})}{Q_j} + h_j \left[ \frac{Q_j}{2} + r_j - U_j L_j \right] + \left[ \frac{U_j [C_{oj} + C_{uj}]}{Q_j} \right] E [D_j L_j - r_j]^+ \quad (2)$$

علاوه بر این در این مقاله، مقدار سفارش بهینه و سطح سفارش مجدد  $(r, Q)$  را بر اساس روش تقریبی مقدار سفارش اقتصادی کلاسیک به کار برده‌ایم که به طور گسترده‌ای در مسایل موجودی و مکان‌یابی استفاده می‌شود. بر اساس این روش، مقدار سفارش بهینه  $Q_j$ ، سطح بهینه سفارش مجدد  $r_j^*$  و موجودی اطمینان  $ss_j$  در هر انبار  $j$  با توجه به تقاضا همبسته خرده‌فروشان و مدت زمان تحویل وابسته به کارخانه از رابطه‌های (۳)، (۴) و (۵) به دست می‌آید:

$$Q_j = \sqrt{2A_{oj} U_j / h_j} = \sqrt{2A_{oj} \sum_i \mu_i x_{ij} / h_j} \quad (3)$$

$$r_j^* = U_j L_j + Z_\alpha \sqrt{\sigma_j^2 L_j} \quad (4)$$

$$ss_j = Z_\alpha \sqrt{\sigma_j^2 L_j} = Z_\alpha \sqrt{\sum_i \sum_l \rho_{il} \sigma_i \sigma_l x_{ij} x_{lj} \sum_k l_{jk} y_{jk}} \quad (5)$$

همچنین،  $Z_\alpha = \Phi^{-1} [C_{uj} / (C_{oj} + C_{uj})]$  و  $\Phi(\cdot)$  نشان‌دهنده تابع توزیع تجمعی نرمال استاندارد می‌باشد. حال با قرار دادن رابطه سطح بهینه سفارش مجدد (۴) در رابطه (۲)،  $C_j(r_j^*)$  بهینه که با رابطه (۶) نشان داده شده است، به دست می‌آید.

$$C_j(r_j^*) = a_{jk} U_j + \frac{U_j (A_{oj} + t_{jk})}{Q_j} + \frac{h_j Q_j}{2} + \left[ \frac{U_j [C_{oj} + C_{uj}]}{Q_j} \right] \Phi [Z_\alpha] \sqrt{\sigma_j^2 L_j} \quad (6)$$

**اثبات رابطه (۶).** با توجه به توضیحات ارایه شده در این بخش که تقاضا انبار زد در طول مدت زمان تحویل  $D_j L_j$  دارای توزیع نرمال با میانگین  $U_j L_j$  و واریانس  $\sigma_j^2 L_j$  می‌باشد، می‌توان نوشت:

$$E [D_j L_j - y]^+ = \sqrt{\sigma_j^2 L_j} E (Z - \omega)^+$$



در رابطه بالا،  $Z$  نشانگر متغیر تصادفی نرمال استاندارد و  $y = \mu_j L_j + \omega \sqrt{\sigma_j^2 L_j}$  است.  
حال با اتصال رابطه (۴) به رابطه (۲) داریم:

$$\begin{aligned} C_j(r_j^*) &= a_{jk} U_j + \frac{U_j (A_{oj} + t_{jk})}{Q_j} + h_j \left[ \frac{Q_j}{2} + Z_\alpha \sqrt{\sigma_j^2 L_j} \right] \\ &\quad + \left[ \frac{U_j [C_{oj} + C_{uj}]}{Q_j} \right] \sqrt{\sigma_j^2 L_j} E [Z - Z_\alpha]^+ \\ &= a_{jk} U_j + \frac{U_j (A_{oj} + t_{jk})}{Q_j} + \frac{h_j Q_j}{2} \\ &\quad + \left\{ h_j Z_\alpha + \left[ \frac{U_j [C_{oj} + C_{uj}]}{Q_j} \right] \left\{ \Phi [Z_\alpha] - Z_\alpha [1 - \Phi [Z_\alpha]] \right\} \right\} \times \sqrt{\sigma_j^2 L_j} \\ &= a_{jk} U_j + \frac{U_j (A_{oj} + t_{jk})}{Q_j} + \frac{h_j Q_j}{2} \\ &\quad + \left\{ h_j Z_\alpha + \left[ \frac{U_j [C_{oj} + C_{uj}]}{Q_j} \right] \Phi [Z_\alpha] - \frac{Z_\alpha U_j C_{oj}}{Q_j} \right\} \times \sqrt{\sigma_j^2 L_j} \\ C_j(r_j^*) &= a_{jk} U_j + \frac{U_j (A_{oj} + t_{jk})}{Q_j} + \frac{h_j Q_j}{2} + \left[ \frac{U_j [C_{oj} + C_{uj}]}{Q_j} \right] \Phi [Z_\alpha] \sqrt{\sigma_j^2 L_j} \end{aligned}$$

تساوی دوم با استفاده از  $E(Z - \omega)^+ = \Phi(\omega) + \omega[1 - \Phi(\omega)]$  و تساوی سوم با استفاده از  $\Phi[Z_\alpha] = C_{uj}(R_j) / C_{oj}(R_j) + C_{uj}(R_j)$  [۲۸].

### ۳-۲ فرمول بندی مساله

تابع هدف با  $C(X, Y)$  مشخص شده و متشکل از چهار نوع هزینه: هزینه ثابت مکانیابی تسهیلات، هزینه حمل و نقل از انبار به خرده فروش، هزینه های حمل و نقل از کارخانه به انبار و سفارش متغیر (ثابت)، هزینه های سیستم موجودی می باشد. سپس، با استفاده از رابطه (۶)، داریم:

$$\begin{aligned} C(X, Y) &= \sum_k g_k v_k + \sum_j \sum_k f_{jk} y_{jk} + \sum_i \sum_j \mu_i c_{ij} x_{ij} + \sum_j \sqrt{2 A_{oj} \sum_i \mu_i x_{ij}} / h_j \\ &\quad + \sum_i \sum_j \sum_k a_{jk} \mu_i x_{ij} + \sum_i \sum_j \sum_k \frac{\mu_i x_{ij} (A_{oj} + t_{jk})}{\sqrt{2 A_{oj} \sum_i \mu_i x_{ij}} / h_j} y_{jk} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \sum_j \frac{h_j \sqrt{\sum_i \mu_i x_{ij} / h_j}}{\gamma} + \sum_j h_j Z_\alpha \sqrt{\sum_i \sum_l \rho_{il} \sigma_i \sigma_l x_{ij} x_{lj} \sum_k y_{jk}} \\
 & + \sum_i \sum_j \sum_k \left[ \frac{\mu_i x_{ij} [C_{oj} + C_{uj}]}{\sqrt{\sum_i \mu_i x_{ij} / h_j}} \right] \Phi [Z_\alpha] \sqrt{\sum_i \sum_l \rho_{il} \sigma_i \sigma_l x_{ij} x_{lj} \sum_k y_{jk}}
 \end{aligned}$$

حال با جایگزین نمودن مقادیر  $C_{oj}$  و  $C_{uj}$  در تابع هدف  $C(X, Y)$ ، می توان مساله را به عنوان برنامه ریزی غیر خطی عدد صحیح فرمول بندی نمود:

$$\begin{aligned}
 \text{Min } C(X, Y) &= \sum_k g_k v_k + \sum_j \sum_k f_{jk} y_{jk} + \sum_i \sum_j \mu_i c_{ij} x_{ij} + \sum_j \sqrt{\sum_i \mu_i x_{ij} / h_j} \\
 & + \sum_i \sum_j \sum_k a_{jk} \mu_i x_{ij} + \sum_i \sum_j \sum_k \frac{\mu_i x_{ij} (A_{oj} + t_{jk})}{\sqrt{\sum_i \mu_i x_{ij} / h_j}} y_{jk} \\
 & + \sum_j \frac{h_j \sqrt{\sum_i \mu_i x_{ij} / h_j}}{\gamma} + \sum_j h_j Z_\alpha \sqrt{\sum_i \sum_l \rho_{il} \sigma_i \sigma_l x_{ij} x_{lj} \sum_k y_{jk}} \quad (7) \\
 & + \sum_i \sum_j \sum_k \left[ \frac{\mu_i x_{ij} [\pi_j + (1-b_j)(\pi_{oj} - a_{jk})] + h_j \sqrt{\sum_i \mu_i x_{ij} / h_j} (1-b_j)}{\sqrt{\sum_i \mu_i x_{ij} / h_j}} \right] \\
 & \times \Phi [Z_\alpha] \sqrt{\sum_i \sum_l \rho_{il} \sigma_i \sigma_l x_{ij} x_{lj} \sum_k y_{jk}}
 \end{aligned}$$

s.t.

$$\sum_j x_{ij} = 1 \quad \forall i \quad (8)$$

$$x_{ij} \leq \sum_k y_{jk} \quad \forall i, j \quad (9)$$

$$\sum_i \mu_i x_{ij} \leq cap_j \quad \forall j \quad (10)$$

$$\sum_k y_{jk} \leq 1 \quad \forall j \quad (11)$$

$$B = \sum_i \sum_j b_j \mu_i x_{ij} \quad (12)$$

$$y_{jk} \leq v_k \quad \forall j, k \quad (13)$$

$$x_{ij}, y_{jk}, v_k \in \{0, 1\} \quad \forall i, j, k \quad (14)$$

در فرمول بندی بالا، در تابع هدف (۷)، عبارت اول مربوط به هزینه ثابت راه اندازی کارخانه می باشد. عبارت دوم شامل هزینه ثابت از انبار تخصیص یافته شده به کارخانه است؛ بنابراین، عبارت اول و دوم نشان دهنده هزینه ثابت مکان یابی تسهیلات می باشد. عبارت سوم نمایان گر هزینه حمل و نقل از انبار به خرده فروش است. عبارات چهارم و پنجم مربوط به هزینه های حمل و نقل از کارخانه به انبار و سفارش متغیر (ثابت) است. عبارات ششم و هفتم نشان گر هزینه های نگهداری در انبار می باشد که شامل هزینه نگهداری موجودی اطمینان در انبار هم می گردد. عبارت هشتم مربوط به کمبود موجودی در انبار است؛ بنابراین، عبارات ششم، هفتم و هشتم نشان دهنده هزینه های سیستم موجودی می باشد. محدودیت (۸) و محدودیت (۱۱)، فرض استراتژی منابع یابی برای هر خرده فروش و انبار می باشد. محدودیت (۹) و محدودیت (۱۳)، اطمینان حاصل می کند که هر خرده فروش و انبار به ترتیب به یک انبار و کارخانه گشایش یافته تخصیص داده می شود. محدودیت (۱۰)، ظرفیت را در هر انبار کنترل می کند. محدودیت (۱۲)، کمبود موجودی انبار می باشد.

#### ۴ روش های حل پیشنهادی

مسائل مکان یابی - موجودی در حوزه مسایل دشوار (NP-Hard) قرار دارد؛ بنابراین در این مقاله برای حل آن در ابعاد واقعی و بزرگ از الگوریتم های ژنتیک (GA) و شبیه سازی تبرید (SA) بهره گرفته شده است.

#### ۴-۱ الگوریتم ژنتیک (GA)

الگوریتم ژنتیک نوع خاصی از الگوریتم های تکاملی است که از تکنیک های برایش (تکاملی) مانند وراثت و جهش استفاده می کند [۳۴]. شکل معمول الگوریتم ژنتیک توسط گلدبرگ [۳۵] ارایه گردید. یکی از گام های پیاده سازی الگوریتم ژنتیک، شرط توقف الگوریتم می باشد که در این مقاله، سپری شدن تعداد معینی تکرار به عنوان معیار توقف در نظر گرفته شده است. سایر گام های پیاده سازی الگوریتم ژنتیک پیشنهادی به صورت زیر بیان می شود:

- مقداردهی اولیه

اطلاعات اولیه برای شروع کار الگوریتم ژنتیک پیشنهادی به قرار زیر است:

- ✓ تعداد تکرار
- ✓ اندازهی جمعیت را به معنی تعداد کروموزوم هایی که در هر مرحله باید نگهداری شود نشان می دهد.
- ✓ احتمال عملگر تقاطع، بیان گر تعداد والدینی است که در عملیات جفت گیری شرکت می کنند.
- ✓ احتمال عملگر جهش، بیان گر تعداد جواب هایی است که در فرآیند جهش شرکت می کنند.

- نحوه نمایش کروموزوم

طریقه تعریف ساختار نمایش جواب ها از جمله تاثیر گذارترین بخش ها برای افزایش کارایی الگوریتم های بهینه سازی می باشد. با توجه به مساله تعریف شده ما ۴ نوع متغیر تصمیم داریم:  $x_{ij}$ ,  $y_{jk}$ ,  $v_k$ ,  $b_j$  که تابع هدف و

همین طور محدودیت های روی این متغیرها تعریف می شوند. الگوریتم GA برای شروع کار خود نیاز به یک جمعیت اولیه دارد. به صورت عمومی و خیلی ساده این جمعیت به صورت تصادفی ایجاد می شود؛ اما این کار ایرادهایی هم دارد؛ زیرا اگر جواب تصادفی تولید شده از کیفیت خوبی برخوردار نباشد، جواب نهایی نیز کیفیت خوبی نخواهد داشت. پس باید سعی شود که در عین حال که جواب ها تصادفی هستند، ناحیه ای از فضای حل را که شرایط بهتری دارد، برگزینیم. برای توضیح بیشتر، در صورتی که جواب های به صورت کامل، تصادفی انتخاب شود، ممکن است که تعدادی از محدودیت ها را نقض کنند، این کار باعث ایجاد جریمه می شود و مقدار تابع هزینه افزایش خواهد یافت، الگوریتم GA جواب ها را تا حد ممکن اصلاح می کند؛ اما در نهایت ممکن است پس از این که الگوریتم همگرا شد، باز هم جواب شدنی نباشد و در برخی از محدودیت ها صدق نکند و روشن است که چنین جوابی فاقد هرگونه ارزش است. برای حل این مشکل و تولید جواب های با کیفیت تر و بهتر، از روش Decoding استفاده شده است. الگوریتم GA توسط یک سازو کار مشخص و بهبود دهنده، یک سری جواب را برای مساله ما تولید می کند. برای ایجاد کارایی بیشتر، این جواب ها به صورت یک کد تعریف شده است. به این صورت که در ابتدا یک جمعیت اولیه از کروموزوم کلی که درایه های آن را فقط اعداد بین صفر و یک تشکیل می دهد، ایجاد کرده و سپس برای محاسبه میزان برازندگی، این کروموزوم در تابعی که برای محاسبه برازندگی تعریف شده، ترجمه می شود. مدل پیشنهادی دارای ۳ اندیس  $i, j, k$  می باشد که اندیس  $i$  نشان دهنده ی تعداد retailer، اندیس  $j$  نمایان گر تعداد warehouse و در نهایت اندیس  $k$  نشان دهنده تعداد plant می باشد. برای تولید یک ماتریس که همه این اندیس ها را پوشا باشد، یک ماتریس را که دارای (تعداد retailer + تعداد +1 plant) سطر و تعداد (warehouse +1) ستون می باشد را تعریف نموده ایم.

کروموزوم طراحی شده برای مدل پیشنهادی از چهار قسمت تشکیل شده است:

قسمت اول ماتریسی  $(i \times j)$  است ( $i$  نشان دهنده تعداد خرده فروشان و  $j$  نشان دهنده تعداد انبارها) که هر یک از درایه های آن اعداد صفر یا یک می باشد  $(x_{ij})$ .

قسمت دوم نیز ماتریسی  $(k \times j)$  است ( $k$  نشان دهنده تعداد کارخانه ها و  $j$  نشان دهنده تعداد انبارها) که هر یک از درایه های آن اعداد صفر یا یک می باشد  $(y_{kj})$ .

قسمت سوم ماتریسی  $(1 \times j)$  است ( $j$  نشان دهنده تعداد انبارها) که هر یک از درایه های آن اعداد بین صفر و یک می باشد  $(b_j)$ .

قسمت چهارم نیز ماتریسی  $(k \times 1)$  است ( $k$  نشان دهنده تعداد کارخانه ها) که هر یک از درایه های آن اعداد صفر یا یک می باشد  $(v_k)$ .

شکل (۱)، ساختار کروموزوم طراحی شده را نشان می دهد و شکل (۲)، نمونه ای از کروموزوم اولیه و کروموزوم نهایی (جواب موجه قابل درک) برای مساله ای با ۷ خرده فروش، ۳ انبار و ۲ کارخانه را نشان می دهد.

$$\begin{pmatrix} x_{ij} & \dots & \dots \\ y_{kj} & \ddots & v_k \\ b_j & \dots & \dots \end{pmatrix}$$

شکل ۱. ساختار کروموزوم طراحی شده

	1	2	3	4	
1	۰/۱۷	۰/۱۵	۰/۴۲	۰/۹۱	0
2	۰/۱۳	۰/۵۲	۰/۱۷	۰/۸۹	0
3	۰/۷۴	۰/۹۱	۰/۴۵	۰/۱۷	0
4	۰/۳۸	۰/۷۴	۰/۸۵	۰/۸۹	0
5	۰/۶۶	۰/۱۳	۰/۷۵	۰/۷۴	0
6	۰/۱۶	۰/۲۷	۰/۰۷	۰/۹۱	0
7	۰/۸۷	۰/۵۲	۰/۶۳	۰/۱۰	1
8	۰/۱۶	۰/۶۶	۰/۶۰	۰/۶۱	0
9	۰/۵۴	۰/۲۶	۰/۴۱	۰/۳۹	1
10	۰/۹۰	۱/۰۰	۰/۹۵	۰/۳۶	۰/۹۰

Decoding

	1	2	3	4	
1	0	0	1	0	0
2	0	1	0	0	0
3	0	1	0	0	0
4	0	0	1	0	0
5	0	0	1	0	0
6	0	1	0	0	0
7	1	0	0	0	0
8	0	1	1	1	1
9	1	0	0	0	1
10	۰/۹۰	۱/۰۰	۰/۹۵	۰/۳۶	0

شکل ۲. نمونه‌ای از کروموزوم اولیه و نهایی

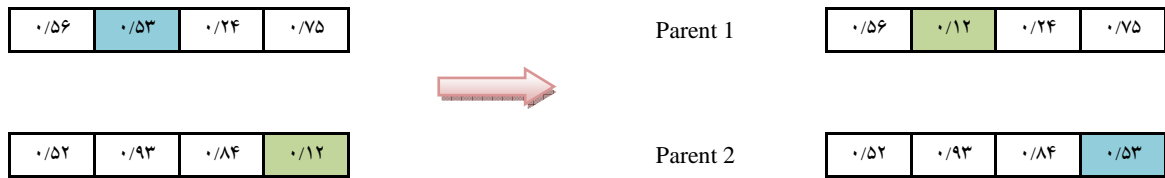
• ارزیابی جواب‌ها

مهم‌ترین مساله در به کارگیری الگوریتم‌های فراابتکاری در مورد مدل‌های دارای محدودیت، چگونگی مواجه شدن با محدودیت‌هاست. همان‌گونه که اشاره شد، برای تولید جواب‌های با کیفیت‌تر و بهتر که محدودیت‌های مساله را ارضا کند، از روش Decoding استفاده نموده‌ایم که در ادامه به نحوه انجام این کار می‌پردازیم. اولین تغییری که به آن می‌پردازیم، متغیر  $x_{ij}$  است، در  $n$  رتایلر سطر اول و  $n$  انبار سطر اول، ماتریسی را که به عنوان کروموزوم تعریف کردیم جدا و  $x$  قلمداد می‌کنیم. با توجه به محدودیت (۸)، باید طوری این ماتریس را تعریف نماییم که در هر سطر آن فقط یک ۱ وجود داشته باشد. تفسیر این ماتریس به این گونه است که در هر سطر ما کمزیم را بیابد و آن را برابر ۱ و الباقی را صفر قرار دهد. دومین متغیر مورد بررسی، متغیر  $y_{jk}$  است. برای راحتی و سرعت بیشتر، ابتدا این متغیر به صورت  $y_{kj}$  تعریف شده، تا  $n$  پلانت سطر بعدی و  $n$  انبار سطر اول ماتریس کروموزوم به عنوان ماتریس  $y$  قلمداد شود. نکته حائز اهمیت این است که این متغیر در دو محدودیت (۹) و (۱۱) شرکت دارد، برای این که این محدودیت‌ها ارضا شود، ابتدا هر درایه را که بالاتر از ۰/۵ باشد را ۱ و الباقی را صفر در نظر می‌گیریم. پس از آن ابتدا هر سطر ماتریس  $x$  را در نظر گرفته و اگر در هر سطر حداقل یک ۱ وجود داشته باشد در این صورت در آن سطر باید ما کمزیم اعداد آن سطر برابر ۱ شده و الباقی صفر و در غیر این صورت هر درایه ماتریس  $y$  به صورت همان حالت قبلی در نظر گرفته می‌شود. سومین تغییری که به آن می‌پردازیم، متغیر  $v_k$  است که ماتریس مربوط به آن شامل  $k$  سطر می‌باشد. نحوه Decoding به این صورت می‌باشد که ابتدا هر درایه که بزرگ‌تر از ۰/۵ است ۱ و الباقی صفر در نظر گرفته می‌شود. سپس برای ارضای محدودیت (۱۲)، اگر در یک سطر ماتریس  $y$  عدد ۱ وجود داشت، حتما باید در آن سطر، ماتریس  $v$

درایه مورد نظر ۱ باشد. در نهایت، چهارمین متغیری که مورد بررسی قرار می دهیم، متغیر  $b_j$  است که ماتریس مربوط به آن سطری می باشد و شامل  $z$  ستون بوده که هر درایه آن را اعداد بین صفر و یک تشکیل می دهد.

• عملگر تقاطع

در این مقاله، جهت تولید فرزندان جدید در هر تکرار از الگوریتم، از عملگر تقاطع یکنواخت پیوسته استفاده شده است. این نوع عملگر تقاطع دارای دو مرحله است. در مرحله اول با در نظر گرفتن دو کروموزوم (والد) توسط چرخ رولت، یک عدد تصادفی از یک تا طول کروموزوم اول و همچنین یک عدد تصادفی از یک تا طول کروموزوم دوم انتخاب شده و سپس جای ژن یا ستون انتخاب شده از کروموزوم اول با ژن یا ستون کروموزوم دوم عوض می شود. در شکل (۳)، نمونه ای از مرحله اول تقاطع را نشان می دهد.



شکل ۳. مرحله اول عملگر تقاطع پیشنهادی

در مرحله دوم، برای این که بتوانیم فضای ناحیه جواب را بیش تر جستجو کنیم، ابتدا باید یک عدد تصادفی ( $\beta$ ) با مقدار بین صفر و یک تولید شود. حال با در نظر گرفتن روابط (۱۵) و (۱۶) و استفاده از تقاطع انجام شده در مرحله اول، فرزندان جهت انتقال به نسل بعد ایجاد خواهند شد.

$$Offspring\ 1 = \beta \times Parent\ 1 + (1 - \beta) \times Parent\ 2 \quad (15)$$

$$Offspring\ 2 = \beta \times Parent\ 2 + (1 - \beta) \times Parent\ 1 \quad (16)$$

شکل (۴)، نمونه ای از مرحله دوم عملگر تقاطع پیشنهادی با در نظر رفتن  $\beta = 0.7$  را نشان می دهد.



شکل ۴. مرحله دوم عملگر تقاطع پیشنهادی

• عملگر جهش

عملگر جهش مورد استفاده در این مقاله، عملگر جهش جابه جایی است. در این عملگر، یک کروموزوم از جمعیت به طور تصادفی انتخاب و موقعیت دو ژن آن که به صورت تصادفی انتخاب شده است، با یکدیگر عوض می شود. در شکل (۵)، نمونه از عملگر جهش جابه جایی ارایه شده است.



شکل ۵. عملگر جهش پیشنهادی

#### ۴-۲ شبیه‌سازی تبرید (SA)

در این الگوریتم از همان ساختار، نحوه نمایش جواب ارایه شده برای الگوریتم ژنتیک استفاده شده است. شبیه‌سازی تبرید یک الگوریتم بهینه‌سازی فرا ابتکاری ساده و اثربخش در حل مسایل بهینه‌سازی است. این الگوریتم، نخستین بار توسط کریک پاتریک [۳۶] معرفی شد. ایده اصلی در این الگوریتم، تولید جواب در همسایگی جواب فعلی و محاسبه تغییر در مقدار تابع هدف است. یکی از گام‌های پیاده‌سازی شبیه‌سازی تبرید، شرط توقف الگوریتم می‌باشد که در این مقاله، رسیدن به تکرار از پیش تعیین شده به عنوان معیار توقف در نظر گرفته شده است. سایر گام‌های پیاده‌سازی الگوریتم شبیه‌سازی تبرید پیشنهادی به صورت زیر بیان می‌شود:

- مقداردهی اولیه

اطلاعات ابتدایی مورد نیاز برای شروع الگوریتم شبیه‌سازی تبرید به شرح زیر است:

- ✓ تعداد تکرار

- ✓ دمای اولیه که الگوریتم شروع به کار می‌کند. انتخاب دمای اولیه تاثیر زیادی در جواب نهایی دارد.

- ✓ دمای نهایی

- ✓ ضریب همسایگی عددی بین صفر و ۱ می‌باشد که به صورت تصادفی تولید شده است.

- ✓ تعداد جواب‌های همسایگی، به این صورت است که الگوریتم شبیه‌سازی تبرید به ازای هر جوابی که

داریم، یک تعداد جواب دیگر تولید می‌کند. مثلاً اگر تعداد جواب‌های همسایگی برابر ۵ باشد، آنگاه ۵

جواب جدید دیگر تولید و با آن مقایسه می‌کند و هر کدام که بهتر باشد جایگزین می‌شود.

- ✓ مقدار کاهش دما که از تقسیم اختلاف بین دمای اولیه و نهایی بر تعداد تکرار به دست می‌آید.

- ساختار همسایگی

پس از تولید جواب اولیه شدنی باید در فضای شدنی مساله اقدام به تولید جواب‌های همسایه کرد. ساختار

همسایگی مورد استفاده در این مقاله به این گونه است که عددی بین صفر و ۱ به صورت تصادفی تولید شده و

سپس در تعداد ستون‌های جواب ضرب و جزء صحیح آن گرفته می‌شود. به مقدار جواب حاصل از جزء صحیح،

ستون‌های جواب به صورت تصادفی انتخاب و به جای آن اعداد بین صفر و ۱ قرار داده می‌شود.

#### ۵ تحلیل نتایج و مقایسات

برای نشان دادن اعتبار مدل پیشنهادی و سودمندی روش حل پیشنهادی، چندین آزمایش عددی اجرا و نتایج

مربوط گزارش می‌شود. بر این اساس، ۲۰ مساله آزمون طراحی و اندازه آن‌ها در جدول (۴)، نشان داده شده

است. پارامترهای دقیق نامشخص در جدول (۵)، ذکر شده است. در این جدول،  $\bar{C}$  متوسط هزینه حمل و نقل بین

انبار و خرده‌فروش می‌باشد،  $\bar{M}$  متوسط میانگین تقاضای خرده‌فروشان است و در نهایت،  $\bar{f}$  نشان دهنده متوسط

$f_{jk}$  برای همه  $z$  و  $k$  می باشد. تمام مدل های ریاضی در نرم افزار بهینه سازی کد گذاری شده است (به عنوان مثال، GAMS). علاوه بر این، الگوریتم فراابتکاری با استفاده از زبان ++C توسعه یافته و آزمایش بر روی یک نت بوک چهار گیگابایت حافظه و پردازش گر AMD Brazos Dual Core E 450 کد شده است. خلاصه نتایج آزمون در جدول (۶)، ارائه شده است. همچنین از رابطه (۱۷) برای محاسبه شکاف موجود استفاده شده است. علاوه بر این برای درک بهتر، نتایج به دست آمده برای مسأله شماره (۱)، به صورت گرافیکی در شکل (۶)، رسم شده است.

$$GAP = \frac{metaheuristics_{sol} - Optimal_{sol}}{Optimal_{sol}} \times 100 \quad (17)$$

جدول ۴. مسایل آزمایشی طراحی شده

شماره مسأله	تعداد خرده فروشان	تعداد انبارها	تعداد کارخانه ها
۱	۷	۵	۲
۲	۸	۵	۲
۳	۸	۶	۲
۴	۱۰	۶	۲
۵	۱۰	۶	۳
۶	۱۵	۶	۳
۷	۱۵	۸	۳
۸	۲۰	۸	۳
۹	۲۰	۸	۵
۱۰	۲۵	۸	۵
۱۱	۲۵	۱۰	۵
۱۲	۲۵	۱۰	۷
۱۳	۳۰	۱۰	۷
۱۴	۳۰	۱۵	۷
۱۵	۳۵	۱۵	۷
۱۶	۳۵	۱۵	۱۰
۱۷	۴۰	۱۵	۱۰
۱۸	۴۰	۱۵	۱۲
۱۹	۴۵	۱۵	۱۲
۲۰	۴۵	۲۰	۱۲

جدول ۵. تولید داده

پارامتر	ارزش
$g_k$	$\sim 2.f.Uniform[-0.5, 0.5]$
$f_{jk}$	$\sim 2.c.Uniform[-0.5, 0.5]$
$cap_j$	$\sim 4.\mu.Uniform[-0.5, 0.5]$



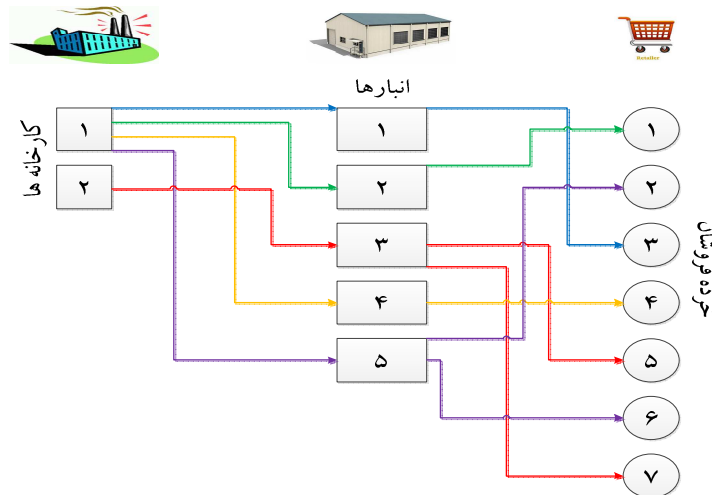
ارزش	پارامتر
$\sim 1000 \cdot Unifrom [-0.5, 0.5]$	$h_j$
$\sim 10 \cdot \bar{c} \cdot \bar{\mu} \cdot Unifrom [-0.5, 0.5]$	$A_{oj}$
$\sim Unifrom [25, 50]$	$t_{jk}$
$\sim Unifrom [1, 3]$	$c_{ij}$
$\sim 10 \cdot Unifrom [1, 5]$	$\mu_i$
$\sim 6 \cdot Unifrom [1, 5]$	$\sigma_i^y$
$\sim 3 \cdot Unifrom [1, 5]$	$l_{jk}$
۲	$a_{jk}$
۱۰	$\pi_j$
۴	$\pi_{oj}$
$0.5, i \neq l \ \& \ 1, i = l$	$\rho_{il}$
۱/۶۵	$z_\alpha$

جدول ۶. نتایج حاصل از اجرای GAMS، الگوریتم‌های ژنتیک و شبیه‌سازی تبرید

شماره مساله آزمایشی		گمز		الگوریتم ژنتیک		شبیه‌سازی تبرید	
شماره	مساله	تابع هدف	تابع هدف	زمان(ثانیه)	شکاف %	تابع هدف	زمان(ثانیه)
۱	۲۷۸۸۹۶	۲۸۹۶۶۶	۴۵/۷	۳/۸	۲۹۹۸۲۸	۱/۵	۶/۹
۲	۲۸۹۸۵۲	۳۰۰۴۷۸	۴۶/۸	۳/۶	۳۱۶۵۸۵	۱/۹	۹/۲
۳	۳۱۱۱۲۳	۳۲۴۵۲۲	۴۷/۳	۴/۳	۳۳۰۵۶۸	۲/۵	۶/۲
۴	۳۳۵۶۳۳	۳۴۸۹۹۶	۵۰/۴	۳/۹	۳۵۷۸۸۱	۲/۸	۶/۶
۵	۳۶۷۸۵۵	۳۷۴۱۵۷	۵۰/۷	۱/۷	۳۷۹۹۸۵	۲/۹	۳/۲
۶	۳۸۳۵۲۲	۳۸۸۹۶۶	۵۹/۸	۱/۴	۴۰۱۲۵۷	۲/۹	۴/۶
۷	۴۰۶۵۳۸	۴۱۸۳۷۸	۶۴/۷	۲/۹	۴۲۱۴۲۱	۴/۲	۳/۶
۸	-	۵۴۲۵۳۵	۷۶/۳	-	۶۳۵۲۲۱	۵/۸	۱۷/۱
۹	-	۶۰۲۸۷۷	۸۶/۷	-	۷۲۵۶۴۵	۶/۲	۲۰/۳
۱۰	-	۷۳۹۸۸۷	۹۳/۹	-	۸۵۷۸۵۶	۶/۹	۱۵/۹
۱۱	-	۸۲۵۸۵۶	۱۳۳/۱	-	۹۴۹۱۲۱	۷/۸	۱۴/۹
۱۲	-	۹۲۳۶۷۴	۱۴۸/۹	-	۱۰۳۵۵۸۷	۹/۳	۱۲/۱
۱۳	-	۱۰۴۳۶۳۲	۱۷۳/۱	-	۱۱۸۵۴۷۴	۱۱/۲	۱۳/۵
۱۴	-	۱۱۶۳۶۹۸	۱۹۶/۴	-	۱۳۲۴۵۶۹	۱۱/۹	۱۳/۸
۱۵	-	۱۲۸۹۶۳۶	۲۶۲/۷	-	۱۴۱۲۵۶۹	۱۵/۴	۹/۵
۱۶	-	۱۳۷۸۹۶۶	۳۱۶/۲	-	۱۵۳۹۸۵۷	۱۸/۹	۱۱/۶
۱۷	-	۱۵۵۴۷۸۸	۳۵۹/۷	-	۱۷۹۶۳۲۱	۱۹/۷	۱۵/۵

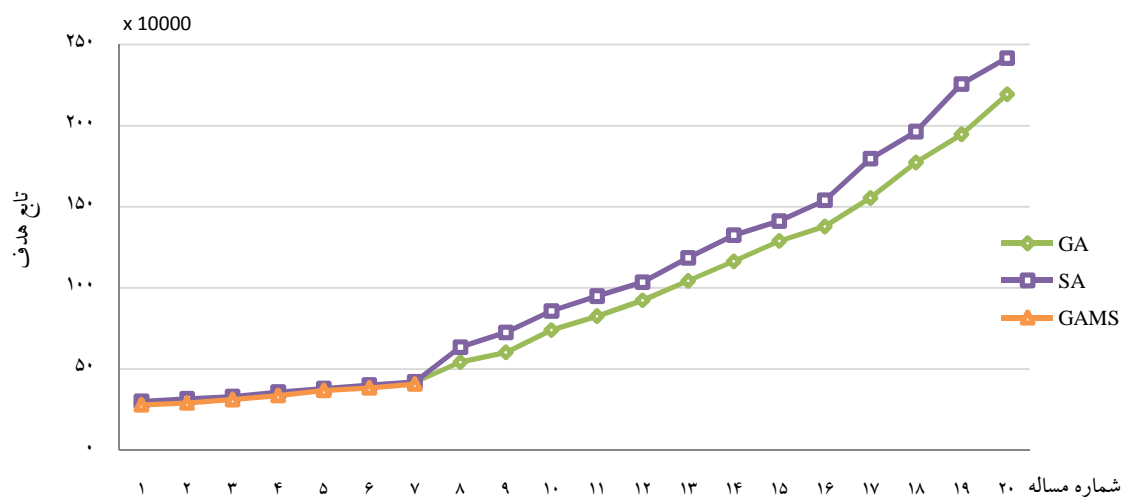
شماره مساله آزمایشی	گمز	الگوریتم ژنتیک			شیبه سازی تبرید	
		تابع هدف	تابع هدف	شکاف %	زمان (ثانیه)	شکاف %
۱۸	-	۱۷۷۳۲۹۴	۱۹۶۳۲۷۸	-	۲۲/۱	۱۰/۷
۱۹	-	۱۹۴۶۴۹۱	۲۲۵۶۹۴۱	-	۲۴/۸	۱۵/۹
۲۰	-	۲۱۹۳۲۷۵	۲۴۱۶۹۵۱	-	۲۹/۹	۱۰/۱

شکل (۶) برای مساله ای با ۲ کارخانه، ۵ انبار و ۷ خرده فروش به صورت گرافیکی با توجه به خروجی GAMS رسم شده است که بیان گر صحت و درستی مدل پیشنهادی می باشد. با توجه به متغیر تصمیم بازگشایی کارخانه ها، این سائز مساله ایجاب کرده که هر دو کارخانه نیاز به راه اندازی دارند. همچنین دو متغیر تصمیم تخصیص انبار به کارخانه و تخصیص خرده فروش به انبار نشان داده شده است.

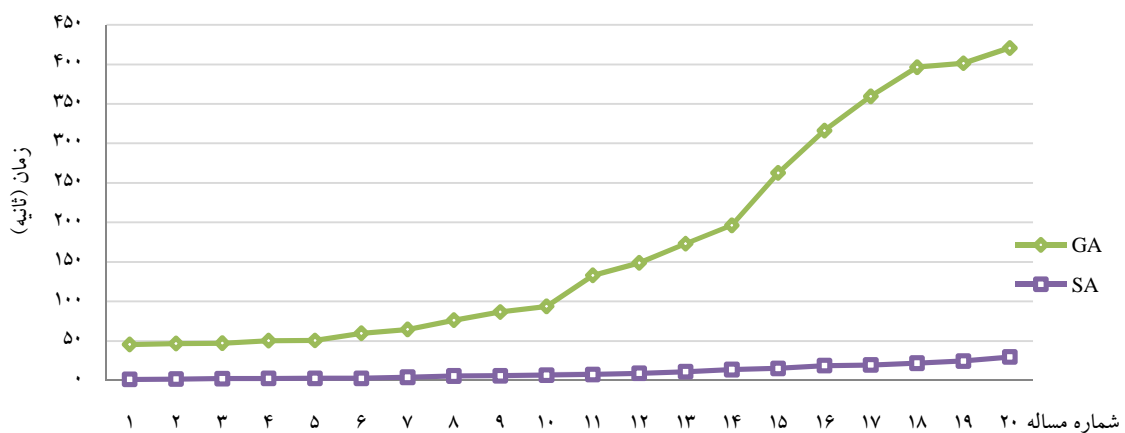


شکل ۶. استراتژی شبکه زنجیره تامین پیشنهادی برای مساله شماره ۱

در جدول (۶)، شکاف بهینگی نشان دهنده شکاف روش فرا ابتکاری و جواب بهینه به دست آمده توسط GAMS برای مسایل سائز کوچک (۱ تا ۷) می باشد. علاوه بر این، شکاف بهینگی برای مسایل سائز بزرگ (۸ تا ۲۰) نشان دهنده شکاف دو روش فرا ابتکاری است. نتایج حاصل از اجرای الگوریتم های فرا ابتکاری پیشنهادی بر روی مسایل مختلف بیان گر این نکته است که الگوریتم ژنتیک پیشنهادی از لحاظ مقدار تابع هدف نسبت به شیبه سازی تبرید بهتر عمل می کند؛ ولی از لحاظ زمان محاسباتی، شیبه سازی تبرید برتری قابل توجهی نسبت به الگوریتم ژنتیک دارد. شکل (۷)، مقایسه الگوریتم ها و GAMS بر اساس مقدار تابع هدف را نشان می دهد. در حالی که در شکل (۸)، الگوریتم ها را بر اساس زمان محاسباتی مورد مقایسه قرار می دهد.



شکل ۷. مقایسه الگوریتم‌ها بر اساس تابع هدف



شکل ۸. مقایسه الگوریتم‌ها بر اساس زمان محاسباتی

با وجود مقایسه صورت گرفته بین پاسخ الگوریتم‌ها در رابطه با هر یک از معیارهای ارزیابی به صورت گرافیکی، عملکرد الگوریتم‌ها به صورت آماری نیز مورد تحلیل قرار می‌گیرد. در این مقاله برای انجام این مهم از روش آنالیز واریانس استفاده شده است. به این صورت که در رابطه با دو معیار مقدار تابع هدف و مدت زمان رسیدن به جواب بهینه توسط نرم افزار Minitab مورد آنالیز واریانس قرار می‌گیرند و نتایج آن‌ها تحلیل می‌شود. در بحث آنالیز واریانس هدف این است که چندین جامعه را از نظر میانگین‌ها باهم مقایسه کنیم؛ یعنی آیا میانگین‌های این جوامع با هم مساوی هستند ( $H_0$ ) یا این که اختلاف بارز و معناداری بین آن‌ها وجود دارد ( $H_1$ ). بدین منظور خروجی تحلیل واریانس دو الگوریتم GA و SA با استفاده از آزمون Tukeys، به تفکیک برای دو معیار مقدار تابع هدف و مدت زمان رسیدن به جواب به‌دست آمده در جداول (۷) و (۸) ارائه شده است.

جدول ۷. خروجی تحلیل واریانس مقایسه GA و SA با معیار مقدار تابع هدف

منبع تغییرات	درجه آزادی	مجموع مربعات	میانگین مربعات	آماره F	P-Value
فاکتور	۱	۱/۱۹۱۵۳ E+۱۱	۱/۱۹۱۵۳ E+۱۱	۰/۲۹	۰/۵۹۴
خطا	۳۸	۱/۵۶۶۶۱ E+۱۳	۴/۱۲۲۶۵ E+۱۱		
کل	۳۹	۱/۵۷۸۵۲ E+۱۳			

جدول (۷)، بیان‌گر پذیرش فرض  $H_0$  می‌باشد. بدین معنی که میانگین‌ها (روش‌های حل پیشنهادی) باهم تفاوت معناداری ندارند. به همین ترتیب خروجی تحلیل واریانس مقایسه GA و SA با معیار مدت زمان رسیدن به جواب بهینه در جدول (۸)، نشان داده شده است که بیان‌گر رد فرض  $H_0$  می‌باشد. یعنی میانگین‌ها باهم تفاوت دارند.

جدول ۸. خروجی تحلیل واریانس مقایسه GA و SA با معیار مدت زمان محاسباتی

منبع تغییرات	درجه آزادی	مجموع مربعات	میانگین مربعات	آماره F	P-Value
فاکتور	۱	۲۵۹۲۹۱	۲۵۹۲۹۱	۲۷/۶۴	۰/۰۰۰
خطا	۳۸	۳۵۶۵۲۹	۹۳۸۲		
کل	۳۹	۶۱۵۸۱۹			

## ۶ نتیجه‌گیری و پیشنهادهای آتی

در این مقاله، یک مساله مکان‌یابی- موجودی سه سطحی با ترکیب همبستگی تقاضا و مجاز بودن کمبود بررسی شد، در حالی که از یک سیاست بررسی مرور داریم موجودی استفاده می‌کند. برای حل مدل پیشنهادی از الگوریتم ژنتیک و الگوریتم شبیه‌سازی تبرید استفاده شد. الگوریتم‌های حل بر روی چند مساله عددی اجرا شد که نشان‌گر کارایی بهتر الگوریتم ژنتیک از لحاظ تابع هدف نسبت به الگوریتم شبیه‌سازی تبرید می‌باشد؛ ولی از لحاظ زمان محاسباتی، الگوریتم شبیه‌سازی تبرید برتری قابل توجهی داشت. برای گسترش کار فعلی راه‌های مختلفی وجود دارد. یکی از توسعه‌های ممکن می‌تواند افزایش تعداد سطح‌های زنجیره‌ی تامین برای مساله مکان‌یابی- موجودی باشد. از آنجایی که پارامترهای مورد استفاده در مدل ارائه شده، در دنیای واقعی دارای عدم قطعیت می‌باشد، می‌توان برای لحاظ نمودن عدم قطعیت از روش‌های برنامه‌ریزی عدم قطعیت مانند برنامه‌ریزی فازی، احتمالی و ... استفاده کرد. همچنین می‌توان مدل ارائه شده را با در نظر گرفتن سایر اهداف مرتبط، توسعه داد.

## منابع

- [۴] صالحی، م.، جمالیان، ع.، (۱۳۹۴). ارایه یک مدل دو هدفه‌ی ادغامی تحلیل پوششی داده و مکان‌یابی- تخصیص تک منبعی چند محصولی بدون محدودیت ظرفیت. مجله تحقیق در عملیات در کاربردهای آن، ۱۲(۱)، ۴۴-۹۳-۷۹.
- [1] Friesz, T.L., Lee, I., Lin, C.C., (2011). Competition and disruption in a dynamic urban supply chain. Transportation Research Part B, 45(8), 1212-1231.
- [2] Harrison, T.P., (2004). Principles for the strategic design of supply chains. In: Harris, T.P., Lee, H.L., Neale, J.J. (Eds.), the Practice of Supply Chain Management: Where Theory and Application Converge. Springer, New York, 3-12.

- [3] Miranda, P.A., Garrido, R.A., (2004). Incorporating inventory control decisions into a strategic distribution network design model with stochastic demand. *Transportation Research Part E* 40(3), 183–207.
- [5] Arshinder, K.A., Deshmukh, S.G., (2008). Supply chain coordination: perspectives, empirical studies and research directions. *International Journal of Production Economics* 115(2), 316–335.
- [6] Lee, H., So, K., Tang, C., (2000). The value of information sharing in a two-level supply chain. *Management Science*, 46, 626–643.
- [7] Ganesha, M., Raghunathan, S., Rajendran, C., (2014). The value of information sharing in a multi-product, multi-level supply chain: Impact of product substitution, demand correlation, and partial information sharing. *Decision Support Systems*, 59, 79–94.
- [8] Park, S., Lee, T., Sung, C.S., (2010). A three-level supply chain network design model with risk-pooling and lead times. *Transportation Research Part E*, 46(5), 563–581.
- [9] Shahabi, M., unnikrishnan, A., jafari-shirazi, E., D.boyles, S., (2014). A three level location-inventory problem with correlated demand. *Transportation Research Part B*, 69(5), 1-18.
- [10] Baumol, W.J., Wolfe, P., (1958). A warehouse-location problem, *Operations Research*, 6252-263.
- [11] Erlebacher, S.J., Meller, R.D., (2000). The interaction of location and inventory in designing distribution systems, *Iie Transactions*, 32155-166.
- [12] Daskin, M.S., Coullard, C.R., Shen, Z.-J.M., (2002). An inventory-location model: Formulation, solution algorithm and computational results, *Annals of Operations Research*, 11083-106.
- [13] Shen, Z.-J.M., Coullard, C., Daskin, M.S., (2003). A joint location-inventory model, *Transportation Science*, 3740-55.
- [14] Teo, C., Shu, J., (2004). Warehouse-retailer network design problem. *Operations Research*, 52(3), 396–408.
- [15] Shu, J., Teo, C.-P., Shen, Z.-J.M., (2005). Stochastic Transportation-Inventory Network Design Problem, *Operations Research*, 53, 48-60.
- [16] Miranda, P.A., Garrido, R.A., (2006). A simultaneous inventory control and facility location model with stochastic capacity constraints. *Networks and Spatial Economics*, 6(1), 39–53.
- [17] Shu, J., Sun, J., (2006). Designing the distribution network for an integrated supply chain. *Journal of Industrial and Management Optimization*, 2(3), 339–349.
- [18] Snyder, L.V., Daskin, M.S., C.-P. Teo, C.-P., (2007). The stochastic location model with risk pooling, *European Journal of Operational Research*, 179, 1221-1238.
- [19] Romeijn, H.E., Shu, J., Teo, C., (2007). Designing two-echelon supply networks. *European Journal of Operational Research*, 178(2), 449–462.
- [20] Sourirajan, K., Ozsen, L., Uzsoy, R., (2007). A single-product network design model with lead time and safety stock considerations. *IIE Transactions* 39(5), 411–424.
- [21] Vidyarthi, N., Elebi, E., Elhedhli, S., Jewkes, E., (2007). Integrated production-inventory-distribution system design with risk pooling: model formulation and heuristic solution. *Transportation Science*, 41(3), 392–408.
- [22] Ozsen, L., Coullard, C.R., Daskin, M.S., (2008). Capacitated warehouse location model with risk pooling. *Naval Research Logistics*, 55(4), 295–312.
- [23] Miranda, P.A., Garrido, R.A., (2008). Valid inequalities for lagrangian relaxation in an inventory location problem with stochastic capacity, *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, 44, 47-65.
- [24] Shu, J., Ma, Q., Li, S., (2010). Integrated location and two-echelon inventory network design under uncertainty, *Annals of Operations Research*, 181, 233-247.
- [25] Chen, Q., Li, X., Ouyang, Y., (2011). Joint inventory-location problem under the risk of probabilistic facility disruptions, *Transportation Research Part B: Methodological*, 45, 991-1003.
- [26] Tancrez, J.-S., Lange, J.-C., Semal, P., (2012). A location-inventory model for large three-level supply chains, *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, 48, 485-502.
- [27] Tsao, Y.-C., Mangotra, D., Lu, J.-C., Dong, M., (2012). A continuous approximation approach for the integrated facility-inventory allocation problem, *European journal of operational research*, 222(2012), 216-228.
- [28] Berman, O., Krass, D., Tajbakhsh, M.M., (2012). A coordinated location-inventory model, *European Journal of Operational Research*, 217(2012), 500-508.
- [29] Atamtürk, A., Berenguer, G., Shen, Z., (2012). A conic integer programming approach to stochastic joint location-inventory problems. *Operations Research*, 60(2), 366–381.

- [30] Keskin, B.B., Uster, H., (2012). Production/distribution system design with inventory considerations. *Naval Research Logistics*, 59(2), 172–195.
- [31] Diabat, A., Abdallah, T., Henschel, A., (2013). A closed-loop location-inventory problem with spare parts consideration, *Computers & Operations Research*.
- [32] Shahabi, M., Akbarinasaji, S., Unnikrishnan, A., James, R., (2013). Integrated inventory control and facility location decisions in a multi-echelon supply chain network with hubs. *Networks and Spatial Economics*, 13(4), 497–514.
- [33] Montgomery, D.C., Bazaraa, M.S., Keswani, A.K., (1973). Inventory models with amixture of backorders and lost sales. *Naval Research Logistics Quarterly* 20,255–263.
- [34] Carlborg, Ö., Jacobsson, L., Ahgren, P., Siegel, P., Andersson, L., (2006). Epistasis and the release of genetic variation during long-term selection. *Nature Genetics*, 38418-419.
- [35] Goldberg, D.E., (1989). *Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning*. Reading, MA: Addison-Wesley.
- [36] Kirkpatrick, S., Gelatt Jr, C.D., Vecchi, M.P., (1983). Optimization by simulated annealing. *Science* 220, 671–680.