

## یک مدل برنامه‌ریزی آمیخته و یک روش کارا برای مساله تامین سوخت جایگاه‌های عرضه فرآورده‌های نفتی همراه با پنجره‌ی زمانی وابسته به زمان

اعظم دولت‌نژاد ثمرین<sup>۱</sup>، سید علی میر حسینی<sup>۲</sup>، مجید یوسفی خوشبخت<sup>۳\*</sup>

۱- کارشناس ارشد، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، دانشکده ریاضی و علوم کامپیوتر، تهران، ایران

۲- دانشیار، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، دانشکده ریاضی و علوم کامپیوتر، تهران، ایران

۳- استادیار، دانشگاه بوعلی سینا، دانشکده علوم، گروه ریاضی، همدان، ایران

رسید مقاله: ۲۲ شهریور ۱۳۹۵

پذیرش مقاله: ۹ بهمن ۱۳۹۵

### چکیده

برای افزایش کیفیت سرویس‌دهی و پاسخ به درخواست‌های مشتری‌های گوناگون، امروزه کارفرمایان به جای استفاده از روش‌های قدیمی، سعی می‌کنند که از روش‌های توزیع موثر و رضایت‌بخش استفاده کنند. به طور مثال مشتریان ساعت‌های دریافت ترجیحی را ممکن است برای دریافت کالا تغییر دهند و در نتیجه کارفرمایان توزیع‌کننده کالا باید کالاهای خود را در پنجره‌های مختلف تحویل دهند؛ بنابراین در این مقاله، مساله‌ی مسیریابی وسایل نقلیه همراه با پنجره‌ی زمانی وابسته به زمان (TDVRPTW) برای اولین بار مورد مطالعه قرار می‌گیرد و سپس یک مدل برنامه‌ریزی خطی و یک روش تولید ستون برای حل آن مورد استفاده قرار می‌گیرد. این نسخه‌ای از مساله‌ی توزیع فرآورده‌های نفتی همراه با پنجره‌های زمانی (PSRPTW) است که در آن، شرایط ترافیکی در بعضی از مواقع دارای یک نقش بسیار مهم و غیر قابل چشم‌پوشی در مسایل بهینه‌سازی واقعی است. مساله TDPSRPTW عبارت است از یافتن مسیرهای بهینه برای یک ناوگان محدود و همگن از وسایل نقلیه با ظرفیت ثابت که در یک روز کاری برای مسیرهای وابسته به زمان به دست می‌آید. باید توجه داشت که در این مساله، هزینه و زمان سفر روی کمان وابسته به زمانی است که کمان طی خواهد شد و تحویل کالا به مشتریان باید در پنجره‌های زمانی انجام گردد. هدف در این مساله کمینه کردن تعداد وسایل مورد استفاده و زمان کلی طی شده توسط ناوگان است به شرط آن که سرعت توزیع کالا با توجه به زمان‌های جابجایی در ابتدای بهینه‌سازی، قابل محاسبه باشد. سرانجام روش ارایه شده برای حل این مساله روی نمونه‌های با ۱۵ ایستگاه در ادبیات موضوع، به کار برده شد. نتایج نشان‌دهنده کارایی الگوریتم پیشنهادی است.

**کلمات کلیدی:** تامین سوخت جایگاه‌های عرضه فرآورده‌های نفتی، مسیرهای وابسته به زمان، روش تولید ستون، مدل برنامه‌ریزی خطی.

### ۱ مقدمه

امروزه برنامه‌ریزی در زمینه‌ی تامین سوخت جایگاه‌های عرضه فرآورده‌های نفتی، با توجه به نیاز روزانه به

\* عهده دار مکاتبات

ادرس الکترونیکی: khosbakht@basu.ac.ir

فرآورده‌های نفتی، بسیار مورد توجه است. در این صنعت کالاهای، به علت تفاوت کالاهای تحویلی به مشتریان و به منظور تفکیک کالاهای ناسازگار و تسهیل شناسایی وزن هر محموله، جداگانه حمل می‌شوند. برای توزیع این کالاهای، اغلب از کامیون‌های مخزن‌دار استفاده می‌کنند به طوری که هر مخزن در هر کامیون، ظرفیت مختص به خود را دارد و به یک فرآورده اختصاص داده می‌شود. در مساله‌ی تامین سوخت جایگاه‌های عرضه فرآورده‌های نفتی همراه با پنجره‌ی زمانی، هدف بهینه‌سازی برنامه‌ی تحویل چندین فرآورده‌ی نفتی به یک مجموعه از ایستگاه‌های فرآورده‌های نفتی در طول یک روز کاری با استفاده از ناوگان نا همگن از کامیون‌های مخزن‌دار می‌باشد. همچنین برای هر روز کاری باید تصمیمات زیر اتخاذ شود:

۱. مسیرهای اختصاص داده شده به هر وسیله‌ی نقلیه طوری طراحی شوند به طوری که هر ایستگاه فقط یک بار ملاقات شود و این مسیرها باید همه فرآورده‌های نفتی سفارش داده شده را به مشتریان تحویل دهند.
۲. مقدار اندازه تحویلی هر محصول باید به هر ایستگاه معلوم شود. این مقدار بین ماکزیمم و مینیمم مقدار تقاضای داده شده است.
۳. نحوه بارگیری محصولات در محفظه‌های وسیله‌ی نقلیه باید مشخص شود. به عبارت دیگر مسیرهای تحویل شدنی به ایستگاه‌ها و کامیون‌های موجود تخصیص داده می‌شوند.
۴. در نهایت زمان حرکت، زمان انتظار و زمان برگشت برای هر سفر هر کامیون، مشخص می‌شود. هدف این مساله، ماکزیمم کردن کل سود می‌باشد.

یکی از مهم‌ترین مسایل تحقیق در عملیات مساله‌ی مسیریابی وسایل نقلیه‌ی کلاسیک<sup>۱</sup> (VRP) و یکی از مشهورترین نسخه‌های آن، مساله‌ی مسیریابی وسایل نقلیه‌ی چندمحفظه‌ای<sup>۲</sup> (MCVRP) است [۱]. در این مساله، حمل کالاهای ناسازگار (کالاهایی که باید در محفظه‌های جدا حمل شود) امکان‌پذیر است. یک کاربرد مشهور MCVRP، توزیع هم‌زمان چندین فرآورده نفتی مختلف مانند گازوئیل با کیفیت‌های متفاوت به جایگاه‌های فروش، با استفاده از وسایل نقلیه‌ای با محفظه‌های ایزوله شده است که می‌توانند سوخت از چندین نوع را در خود نگه دارد. با توجه به این که مخلوط شدن تصادفی انواع سوخت می‌تواند خطرناک باشد، مخازن ثابت بوده و محفظه‌ها به خوبی از یکدیگر جدا هستند. این وسایل نقلیه، دارای طیف گسترده‌ای از ویژگی‌ها هستند که به نحوه‌ی استفاده آن‌ها در اعزام مربوط می‌شود.

بارگیری در انبار فرآورده‌ها، از طریق درگاه‌هایی در بالا و پایین جایگاه بارگیری انجام می‌شود. به طور کلی، تحویل فرآورده‌ها به مشتری، از طریق شیر منیفلد متصل به محفظه و با استفاده از شلنگ به مخزن ذخیره‌ی زیرزمینی انجام می‌گیرد. از آنجائی که کل محتویات هر یک از محفظه‌ها تخلیه می‌شود، لازم است قبلاً ظرفیت در دسترس مخزن ذخیره‌سازی، به دقت تعیین گردد تا از سرریز شدن تصادفی جلوگیری شود. هر وسیله‌ی نقلیه ممکن است دارای ۱ تا ۶ محفظه شامل، اتصال‌های ویژه، ابزارهای سنجش (مترها)، پمپ‌ها، منیفلد که مانع از عبور آلودگی‌هایی از قبیل سرب به فرآورده می‌گردد، تجهیزات بازیابی بخار و غیره باشد.

<sup>1</sup> Vehicle Routing Problem (VRP)

<sup>2</sup> Multi-Compartment Vehicle Routing Problem (MCVRP)

یکی از اولین مقاله‌ها درباره‌ی این موضوع، توسط براون و گریو در سال ۱۹۸۱ [۲] ارائه شد که سیستم توزیع زمان-واقعی و کاملاً خودکاری را شرح می‌داد که از رویه‌های معمول موجود در بهینه‌سازی، به جای عملیات گسترده دستی و کاهش قابل ملاحظه‌ی هزینه‌های عملیاتی ناوگان در محدوده‌ی ملی استفاده می‌کرد. در این مقاله، هر سفر کامیون، شامل یک و تنها یک مشتری بود و یک مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح خطی برای تخصیص سفارشات به کامیون‌ها پیشنهاد شد. بل و همکارانش در سال ۱۹۸۳ [۳]، سیستم آنلایین برنامه‌ریزی و مسیریابی وسایل نقلیه را برای توزیع گازهای صنعتی را توصیف کردند. این سیستم مبتنی بر مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح آمیخته بود و از آزادسازی لاگراژین به منظور ارائه برنامه‌ی زمانی نزدیک به بهینه استفاده می‌کرد. براون و همکاران در سال ۱۹۸۷ [۴]، سیستم کامپیوتری زمان واقعی و اتوماتیک برای کنترل متمرکز توزیع فرآورده‌های نفتی سبک به مشتریان در ایالات متحده برای شرکت موبایل نفت ایجاد نمودند. این سیستم تمام جنبه‌های بازاریابی و توزیع را مدیریت می‌کند و روش اعزام استفاده شده به وسیله‌ی آن، توسعه‌ای از روش پیشنهاد شده در [۲] بود با این تفاوت که امکان ملاقات بیش از یک مشتری در هر سفر وجود داشت. ون‌دربورگن و همکاران در سال ۱۹۹۵ [۵]، گزارشی از ماموریت مشاوره‌ای انجام شده برای طراحی مجدد ساختار توزیع یک شرکت نفتی بزرگ در هلند، را ارائه دادند. در این مقاله، با معرفی روش سلسله‌مراتبی به شرکت نفتی در طراحی مجدد شبکه توزیع خود با توجه به موارد ذکر شده در بالا، مشاوره داده شد. همچنین تاگا و همکاران در سال ۲۰۰۰ [۶]، دو روش ابتکاری برای طرح تامین سوخت جایگاه‌های عرضه‌ی فرآورده‌های نفتی برای حالتی که یک انبار و ناوگانی نامحدود از کامیون‌های اختصاصی بدون پنجره‌های زمانی وجود دارد، ارائه کردند. در روش ابتکاری اول، هر سفر تنها دارای یک ایستگاه بود و در روش ابتکاری دوم، سفرهای چند ایستگاه نیز در نظر گرفته می‌شوند. آن‌ها به این موضوع اشاره کردند که سفرهای تک ایستگاه، در سیاست توزیع متداول هستند؛ ولی این عمل با به کارگیری این دو روش ابتکاری برای برخی مسایل تست شده موثر نیست. بن عبدالعزیز و همکاران در سال ۲۰۰۲ [۷]، یک مساله‌ی مسیریابی واقعی ارائه کردند که به بررسی تحویل فرآورده‌های نفتی تک دوره‌ای با استفاده از ناوگان ناهمگنی از وسایل نقلیه‌ی چندمحفظه‌ای می‌پرداخت و از روش ابتکاری جستجوی همسایگی متغیر، مساله را حل کردند.

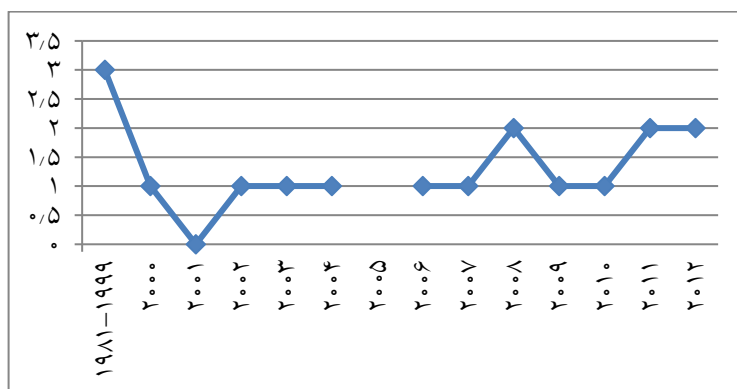
ملپارت و همکاران در سال ۲۰۰۳ [۸] چهار روش ابتکاری را برای تامین سوخت جایگاه‌های عرضه‌ی فرآورده‌های نفتی در طول افقی از چند روز کاری پیشنهاد کردند. یک ویژگی خاص مساله این است که، زمانی که برخی ایستگاه‌ها موجودیشان را مدیریت می‌کنند و سفارششان را در صورت نیاز به فروشنده می‌فرستند، موجودی سایر ایستگاه‌ها به وسیله‌ی شرکت حمل و نقل یا فروشنده، مدیریت می‌شود که تصمیم می‌گیرند که چه زمانی به تامین سوخت این جایگاه‌ها پرداخته و چه مقداری از فرآورده‌های نفتی به این ایستگاه‌ها تحویل داده شود. آولا و همکاران در سال ۲۰۰۴ [۹] در مقاله‌ای به ارائه‌ی مساله‌ی توزیع فرآورده‌های نفتی (PSRP) به صورت مطالعه‌ی موردی یک شرکت پرداختند که انواع مختلف سوخت را از یک انبار به مجموعه‌ای از پمپ بنزین‌ها توسط ناوگانی از کامیون‌های مخزن‌دار با ظرفیت‌های مختلف سوخت‌رسانی می‌کنند. در این مطالعه، برای ساده‌تر کردن نحوه‌ی بارگیری مخازن و تحویل سوخت از کامیون‌های مخزن‌دار استفاده می‌کنند که هر

محفظه از کامیونی که عمل تحویل را انجام می‌دهد و انبار را ترک می‌کند باید کاملاً پُر یا کاملاً خالی باشد و این نشان می‌دهد هر مخزن به یک پمپ بنزین اختصاص داده می‌شود. هدف این شرکت، برآورده کردن سفارشات با استفاده از منابع موجود (کامیون‌ها و رانندگان) با کم‌ترین هزینه‌ی سفر می‌باشد. مساله به عنوان یک مدل افزاز مجموعه‌ها فرمول‌بندی شده و توسط الگوریتم شاخه-قیمت حل شده است [۱۰]. همچنین یک روش ابتکاری سریع، که هم جواب شدنی بسیار خوب را به سرعت پیدا می‌کند و هم مجموعه‌ای از ستون‌های اولیه برای الگوریتم شاخه-قیمت ارائه می‌دهد، ارائه شد. بر مبنای نتایج محاسباتی گزارش شده، روش دقیق زمان محاسباتی کمی برای نمونه‌های واقعی ارائه شده توسط شرکت، ارائه می‌دهد ولی کاملاً مشخص نیست که آیا روش ابتکاری پیشنهاد شده می‌تواند برای نمونه‌های بزرگ‌تر در زمان محاسباتی معقول استفاده شود یا نه؟

لنگ و همکاران در سال ۲۰۰۸ [۱۱]، دو شبکه‌ی کوچک توزیع بنزین را در هنگ کنگ مورد مطالعه قرار دادند. آن‌ها مدلی برای تخصیص هم‌زمان سفر به کامیون‌ها و ایستگاه‌ها پیشنهاد کردند. در این مطالعه، موجودی ایستگاه‌ها به وسیله‌ی فروشنده مدیریت می‌شود که تصمیم می‌گیرند که چه زمانی به تامین سوخت این جایگاه‌ها پرداخته و چه مقداری از فرآورده‌های نفتی به این ایستگاه‌ها تحویل داده شود. کرنیلر و همکاران در سال ۲۰۰۸ [۱۲] مساله‌ی PSRP را بین پمپ بنزین‌ها در محدوده‌ی شهری، در حالتی که توزیع فرآورده‌های نفتی به پمپ بنزین‌ها از طریق ناوگانی نامحدود و ناهمگن از کامیون‌های چند قسمتی و برای حالت تک دوره‌ای و بدون در نظر گرفتن پنجره‌ی زمانی صورت می‌گیرد، بررسی کردند. جواب مساله، شامل مقادیر تحویل به پمپ بنزین‌ها، نحوه‌ی تخصیص فرآورده‌ها به مخازن هر کامیون و طراحی مسیرهای سوخت‌رسانی به پمپ بنزین‌ها است. در این مقاله، الگوریتم دقیقی برای مساله‌ی اصلی ارائه گردید که آن‌را به دو زیر مساله‌ی مسیریابی و بارگیری کامیون تجزیه می‌کند. الگوریتم پیشنهاد شده، برای حل مساله‌ی بارگیری کامیون‌ها از تخصیص و حل برنامه‌ریزی عدد صحیح خطی استاندارد (ILP) استفاده می‌کند. مساله‌ی مسیریابی نیز با استفاده از دو روش مختلف، یکی براساس الگوریتم تطابق و دیگری با استفاده از روش ایجاد ستون حل شد. کرنیلر و همکاران همچنین در سال ۲۰۰۸ [۱۳] روش ابتکاری برای مساله تامین سوخت جایگاه‌های عرضه فرآورده‌های نفتی چند دوره‌ای، در حالتی که توزیع فرآورده‌های نفتی به پمپ بنزین‌ها از طریق ناوگانی محدود و ناهمگنی از کامیون‌های چند قسمتی در طی چند دوره و بدون در نظر گرفتن پنجره‌ی زمانی صورت می‌گیرد، پیشنهاد کردند. کرنیلر و همکاران در سال ۲۰۰۹ [۱۴] مساله‌ی تامین سوخت جایگاه‌های عرضه فرآورده‌های نفتی با پنجره‌ی زمانی را معرفی کردند. آن‌ها ابتدا برای این مساله، فرمول‌بندی ریاضی پیشنهاد کردند و با استفاده از الگوریتم ارائه شده در [۱۵]، دورها یا مسیرهای ابتدایی را تولید کرده و سپس دو روش ابتکاری بر مبنای کمان‌ها و مسیرهای از پیش انتخاب شده پیشنهاد دادند. باکتور و همکاران در سال ۲۰۱۱ [۱۶]، یک نسخه‌ی تعمیم یافته از مساله‌ی باربندی سفر<sup>۱</sup> را در نظر گرفته که در آن با یک مساله‌ی فرعی از PSRP مواجه بودند. در این مساله، باید تعدادی از سفرها به ناوگانی تشکیل شده از تعدادی کامیون مخزن‌دار غیریکسان اختصاص داده شود. برای حل PSRP، ابتدا مجموعه‌ای از مسیرها برای

<sup>1</sup> Trip Packing Problem

تحويل محصولات نفتی مورد نیاز ایستگاه‌های نفتی، طراحی کرده و سپس این مجموعه‌ها، به زیرمجموعه‌هایی که هر زیرمجموعه می‌تواند در یک روز کاری توسط یکی از کامیون‌های موجود انجام شود، دسته‌بندی می‌شود. در این مطالعه، فرمول‌بندی ریاضی از مساله ارایه و چندین روش ابتکاری برای حل مساله بارگیری پیشنهاد شده است. ابتدا شش روش ابتکاری سازنده که می‌تواند جواب‌ها را در زمان محاسباتی بسیار کوتاه محاسبه کند ارایه شده، سپس چهار روش ابتکاری بهبود، که برای بهبود جواب‌های بدست آمده در مرحله قبل توسط روش‌های ابتکاری سازنده استفاده می‌شود، بکار گرفته شد. همچنین یک روش ابتکاری توسعه داده شد که روش‌های ابتکاری سازنده و روش‌های ابتکاری بهبود را با هم ترکیب می‌کند. کرنیلر و همکاران در سال ۲۰۱۲ [۱۷] مساله‌ی تامین سوخت جایگاه‌های عرضه فرآورده‌های نفتی با پنجره‌ی زمانی و چندین انبار را معرفی کردند که در این مساله، تحويل فرآورده‌های نفتی ذخیره شده در تعدادی انبار نفتی، که هر یک از این انبارها ناوگانی ناهمگن از کامیون‌های محفظه‌دار دارند، به مجموعه‌ای از ایستگاه‌های توزیع این فرآورده‌ها باید بهینه شود. به علاوه، باید مجموعه‌ای از مسیرها برای تحويل همه‌ی تقاضاها، انبار شروع حرکت، مقدار محصول تحويل داده شده به هر ایستگاه، نحوه‌ی بارگیری کامیون‌ها، تعیین شود. در این مقاله، مدل ریاضی برای انتخاب زیرمجموعه‌ای از مسیرها، که تقاضای همه‌ی ایستگاه‌ها را تحويل می‌دهد و سود شبکه‌ی روزانه را ماکزیمم می‌کند، ارایه شود. از آنجائی که تعداد سفرها اغلب بسیار زیاد است، این نویسنده‌ها الگوریتمی برای تشکیل مجموعه‌ای محدودتر از سفرها پیشنهاد دادند و پس از تشکیل این مجموعه، مدل اصلی حل شد. با توجه به سابقه مطرح شده از این مساله، مشخص است که تعداد کمی از مقالات بوده که به این مساله پرداخته است. شکل ۱ نشان دهنده تعداد مقالات چاپ شده در سال‌های مختلف است.



شکل ۱. توزیع مقاله در سال‌های مختلف

در بسیاری از مسایل مسیریابی وسیله نقلیه، هزینه یا زمان سفر از یک نقطه به نقطه دیگر در طول روز ثابت در نظر گرفته شده است و این فرض ممکن است در مسایل توزیع در داخل شهرهای بزرگ، جایی که زمان یا هزینه‌ی طی کردن بسیاری از مسیرها (خیابان‌های اصلی) وابسته به ساعتی از روز است (برای مثال ساعت‌هایی که با ترافیک زیادی همراه است و زمان طی کمان بیش‌تر خواهد بود)، دور از واقعیت باشد. بنابراین مساله‌ی مسیریابی

با هزینه‌ی وابسته به زمان به ندرت مورد مطالعه قرار گرفته شده است زیرا این مسایل از نظر مدل‌بندی و حل بسیار مشکل است. این مساله گسترشی از مساله مسیریابی وسیله نقلیه همراه با پنجره‌های زمانی<sup>۱</sup> (VRPTW) است به طوری که هزینه‌ی و زمان سفر روی کمان وابسته به زمانی است که کمان طی خواهد شد و زمان انتظار در طول سفر یا بین سفرها مجاز است [۱۸]. این مساله، مساله مسیریابی وسایل نقلیه همراه با پنجره‌ی زمانی وابسته به زمان<sup>۲</sup> (TDVRPTW) نامیده می‌شود. در این مقاله، TDVRPTW بر روی مساله تامین سوخت جایگاه‌های عرضه محصولات نفتی همراه با پنجره‌ی زمانی به کار برده می‌شود. با توجه به سابقه‌ی مساله تامین سوخت جایگاه‌های عرضه محصولات نفتی، این مساله برای اولین بار در این مقاله مورد مطالعه قرار می‌گیرد. برای تعمیم TDVRPTW بر PSRPTW، از طریق چندین مرحله، این گسترش به مساله VRP کلاسیک تبدیل می‌شود که یک مساله‌ی مسیریابی بدون محدودیت پنجره و محدودیت ظرفیت است. برای بدست آوردن این تبدیل، از مساله‌ی مسیریابی گسترش یافته<sup>۳</sup> (GVRP) استفاده می‌گردد و سپس فرمول‌بندی ریاضی برای TDPSRPTW پیشنهاد می‌شود. با تولید مسیرها با استفاده از روش ارایه شده، مدل پیشنهادی بر روی نمونه‌هایی به کار برده شده و نتایج ارایه می‌گردد.

در ادامه و در بخش ۲، مساله تامین سوخت جایگاه‌های عرضه فرآورده‌های نفتی همراه با پنجره‌های زمانی وابسته به زمان بیان می‌گردد. در بخش ۳، نحوه تشکیل زیر گراف‌ها برای تبدیل مساله مورد بررسی به یک مساله‌ی مسیریابی بدون محدودیت پنجره زمانی و محدودیت ظرفیت توضیح داده خواهد شد. در بخش ۴، فرمول‌بندی ریاضی برای مساله TDPSRPTW ارایه و در بخش ۵ الگوریتمی برای حل مساله پیشنهاد می‌شود. در نهایت نتایج محاسباتی در بخش ۶ و نتیجه گیری در بخش ۷ ارایه می‌شوند.

## ۲ مساله تامین سوخت جایگاه‌های فرآورده‌های نفتی همراه با پنجره زمانی وابسته به زمان

در مساله‌ی تامین سوخت جایگاه‌های عرضه محصولات نفتی، چگونگی تحویل محصولات نفتی ذخیره شده در انبار فرآورده‌های نفتی به مجموعه‌ای از ایستگاه‌های توزیع، بهینه‌سازی می‌شود. مساله‌ی برنامه‌ریزی تامین سوخت روزانه جایگاه‌های عرضه محصولات نفتی همراه با پنجره‌ی زمانی که به اختصار PSRPTW نامیده می‌شود، به این صورت توصیف می‌شود که یک شرکت حمل و نقل باید محصولات را که تعدادی از ایستگاه‌ها سفارش داده‌اند در طول روز کاری تحویل دهد. این ایستگاه‌ها یک یا چند محصول نفتی را هر بار سفارش می‌دهند و مینیمم و ماکزیمم مقدار از محصول سفارش داده شده برای هر محصول را مشخص می‌کنند. مینیمم مقدار به صورت تفاوت بین متوسط فروش روزانه ایستگاه و موجودی اولیه‌ی آن و ماکزیمم مقدار به صورت تفاوت بین ظرفیت مخازن زیر زمینی ایستگاه و تخمینی از باقیمانده موجودی، زمانی که کامیون تحویل به ایستگاه می‌رسد، تعیین می‌شود. علاوه بر این، هر ایستگاه یک پنجره‌ی زمانی برای تحویل محصول سفارش داده شده، تعیین می‌کند. ایستگاه‌ها معمولاً نه در زمان اوج فروش بلکه زمانی که فروش کم دارند، دارای درخواست تحویل در

<sup>1</sup> Vehicle Routing Problem with Time Windows (VRPTW)

<sup>2</sup> Time Dependent Vehicle Routing Problem with Time Windows (TDVRPTW)

<sup>3</sup> Generalized VRP (GVRP)

طول دوره‌ها هستند. شرکت حمل و نقل محصولات را از انبار یا ترمینال ذخیره تحویل می‌گیرد و معمولاً این شرکت از مشتریان براساس مقدار تحویل داده شده و موقعیت مکان آن‌ها هزینه دریافت می‌کند. شرکت ناوگانی از کامیون‌های مخزن‌دار محفظه‌دار هستند که به امکانات اندازه‌گیری محتویات یک محفظه مجهز نیستند؛ بنابراین محتوای هر محفظه تنها برای یک مشتری استفاده می‌شود، به هر محفظه از کامیون، تنها یک فرآورده اختصاص داده می‌شود و مقدار بارگیری شده در هر محفظه بین مینیمم و ماکزیمم مقدار بر حسب سفارش مشتری مشخص می‌شود. یک کامیون می‌تواند بیش از یک سفر در طول روز کاری داشته باشد اما مجموع مدت زمان سفرهایی که کامیون انجام می‌دهد نباید از ساعت کاری روزانه تجاوز کند. روز کاری به تعداد ساعت کاری عادی محدود می‌شود و اگر راننده بیش از ساعت کاری عادی کار کند حقوق بیش تری برای هر ساعت کار اضافی دریافت می‌کند اگرچه تعداد ساعت اضافه کاری برای هر روز نیز محدود است. در مساله تامین سوخت جایگاه‌های عرضه فرآورده‌های نفتی با پنجره‌ی زمانی وابسته به زمان که به اختصار TDPSRPTW بیان می‌شود، علاوه بر فرضیات مطرح شده در PSRPTW، فرض وابستگی زمان سفر و هزینه‌ی سفر به زمانی که کمان طی خواهد شد نیز مطرح است.

مساله TDPSRPTW به این صورت تعریف می‌شود که فرض کنید  $G=(V, A)$  یک گراف جهت‌دار است که در آن  $V = \{0, 1, \dots, n\}$  مجموعه‌ی راس‌ها و  $A = \{(i, j) : i, j \in V^*, i \neq j\}$  مجموعه‌ی کمان‌ها می‌باشند. راس 0 متناظر با پایانه و بقیه‌ی رئوس، ایستگاه‌های نفتی و  $s_i$  زمان سرویس‌دهی ایستگاه  $i$  را نشان می‌دهد. در این مساله سرویس‌دهی در ایستگاه  $i$  باید در پنجره‌ی زمانی  $[a_i, b_i]$  شروع و خاتمه یابد به طوری که  $b_i - a_i \geq s_i$  و  $[a_i, b_i] \subseteq [a_0, b_0]$  باشد. فرض کنید  $P_i = [b_i - a_i]$  و پنجره‌ی زمانی  $[a_i, b_i]$  به  $P_i + 1$  لحظه از زمان  $t_i^l, i > 0$  تقسیم شود. برای سادگی  $t_i^l = a_i + l$  زمان حرکت از گره  $i$  در زمان  $t_i^l$ ، به هر زمان  $t_i^l, i > 0$  پنجره‌ی زمانی انتظار اختصاصی  $[w_i^l, t_i^l]$  و به هر گره تقاضای مثبت  $d_i > 0$  نسبت داده می‌شود. از طرفی زمان و هزینه‌ی طی کمان  $(i, j)$  وابسته به زمان  $t_i^l$  است که در آن پیمودن کمان شروع می‌شود.  $c_{ij}^l \geq 0, t_{ij}^l \in Z^+$  زمان و هزینه‌ی پیمودن کمان در لحظه را نشان می‌دهد و علاوه بر این هر زمان انتظار  $t \in Z^+$  در گره  $i$  هزینه  $cwt_i(t) \geq 0$  را دارد. از طرفی، برای یک تعداد ثابت از وسایل نقلیه  $(k)$  با ظرفیت یکسان  $W > 0$  و برای هر  $i$  رابطه زیر برقرار است:

$$W \geq d_i > 0, rW \geq \sum_{i=1}^n d_i$$

این تعریف اجازه می‌دهد که وسیله‌ی نقلیه مسیرش را بعد از لحظه  $a_0$  با هزینه زمان انتظار شروع کند و این برای مینیمم‌سازی هزینه‌ها مهم است. برای مثال، اگر  $a_0$  به ساعات اوج ترافیک تعلق داشته باشد، راننده می‌تواند برای مدت زمان طولانی در انبار بماند تا زمانی که ترافیک آزاد شود. این تعریف همچنین اجازه می‌دهد یک زمان انتظار در مکان هر مشتری داشته باشد که در صورت وجود ترافیک یا عوامل دیگر ترجیح می‌دهد که در آن مکان برای مینیمم شدن هزینه‌ها بماند. توجه کنید که اگر کامیون گره  $i$  را در لحظه  $t_i^l$  ترک کند  $t_i^l - w_i^l$  ماکزیمم زمان انتظار مجاز را نشان می‌دهد؛ بنابراین اگر نخواهیم که منتظر بمانیم وقتی که  $t_i^l \geq a_i$  باید داشته

باشیم:  $w_i^l = t_i^l$ . یک روش مرسوم در مسایل مسیریابی این است که فرض کنیم اگر زمان سرویس‌دهی در گره  $i > 0$  لازم باشد این زمان در زمان‌های سفر  $t_i^l$  برای هر  $i$  و  $l$  در نظر گرفته می‌شود.

مدت زمان معمولی یک روز کاری برابر با  $H$  ساعت است، اگرچه این مدت زمان با در نظر گرفتن اضافه کاری به مدت  $H'$  ساعت گسترش می‌یابد. نرخ دستمزد عادی تا زمان  $H$  و نرخ اضافه کاری بین  $H$  و  $H'$  پرداخت می‌شود و تنها به ساعت کاری مفید و کارا پول پرداخت می‌گردد به عبارتی، از ساعت شروع اولین سفر تا بازگشت از آخرین سفر پرداخت تعلق می‌گیرد و به ساعت‌های قبل از شروع از اولین سفر یا بعد از بازگشت از آخرین سفر، پولی پرداخت نمی‌شود. نرخ دستمزد عادی به زمان کاری عادی پرداخت و در اضافه کاری دستمزد بیش‌تری پرداخت می‌شود. کل هزینه متغیر، شامل جمع هزینه‌های سفر، دستمزد عادی و اضافه کاری می‌باشد. همه‌ی کامیون‌ها با سرعت ثابت و یکسانی مسیرها را طی می‌کنند. علاوه بر این، هر کامیون به چندین محفظه با ظرفیت معلوم تقسیم شده است و به سیستم اندازه‌گیری مجهز نمی‌باشند؛ بنابراین از یک محفظه معلوم تنها برای تحویل یک کالا به یک ایستگاه استفاده می‌شود و هر ایستگاه تعداد مشخصی از مخازن زیرزمینی با ظرفیت مشخص دارد. علاوه بر این، فرضیات زیر نیز در نظر گرفته می‌شوند:

- ✓ تنها یک روز کاری در نظر گرفته می‌شود.
- ✓ با توجه به طرح، فرآورده‌های نفتی موجود در انبار کافی است.
- ✓ انبار ناوگانی از کامیون‌های مختص به خودش را دارد و ناوگان محدود و اغلب ناهمگن است.
- ✓ کامیون‌ها را قبل از سفر در انبار بارگیری می‌کنند و مقدار فرآورده در هر محفظه در زمان بارگیری اندازه‌گیری می‌شود.
- ✓ هر ایستگاه باید در طول روز کاری یک‌بار ملاقات شود.
- ✓ از آنجایی که محفظه‌ها به سیستم اندازه‌گیری مجهز نیستند، در هنگام پرسازی مخزن زیرزمینی باید محفظه کاملاً خالی شود و مقدار محصول بارگیری شده در یک محفظه تنها به یک مخزن ذخیره زیرزمینی انتقال داده می‌شود.
- ✓ چندین سفر می‌تواند به کامیون واحدی در ساعت کاری مجاز در هر روز اختصاص داده شود.
- ✓ به هر ایستگاه یک پنجره زمانی اختصاص داده می‌شود که تحویل کالا به این ایستگاه و سرویس‌دهی به آن در این بازه‌ی زمانی صورت می‌گیرد.
- ✓ زمان انتظار در طول سفر یا بین سفرها مجاز است و برای راننده زمان کاری در نظر گرفته می‌شود.
- ✓ ساعت کاری عادی و اضافه کاری محدود است.
- ✓ دستمزد کار عادی و اضافه کاری ثابت است و دستمزد اضافه کاری بیش‌تر از ساعت کار عادی است.
- ✓ تنها به ساعت کار مفید پول پرداخت می‌شود.
- ✓ انتقال‌دهنده مقدار مشخصی برای هر لیتر تحویل داده شده، پول دریافت می‌کند که به صورت تابعی از مکان ایستگاه، متغیر است.
- ✓ زمان سفر بین دو ایستگاه یا یک ایستگاه و ترمینال، زمان سرویس‌دهی در ایستگاه‌ها و زمان بارگیری



در ترمینال مشخص است و زمان سفر بین دو مکان با هر کامیونی که استفاده شود یکسان است.

✓ هر ایستگاه بین ماکزیمم و مینیمم مقدار از یک یا چند محصول را درخواست دارد.

شرکت یک طرح تامین تقاضای مشتریان برای روز بعد را تعیین می کند. این طرح برای یک روز کاری مشخص بر اساس سفارش دریافت شده در روز قبل صورت می گیرد. بنابراین، برای فراهم کردن این چنین طرحی، شرکت حمل و نقل باید موارد زیر را انجام دهد:

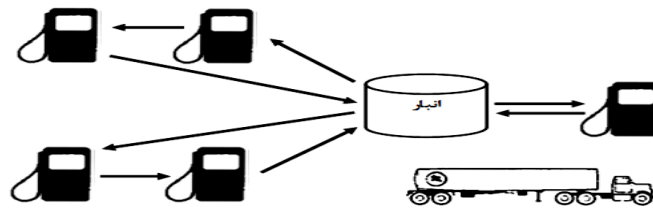
(۱) یک مجموعه از مسیرها که هر مشتری یک و تنها یک بار ملاقات شود را طراحی کند. هر مسیر شروع و پایش از انبار و در داخل پنجره‌ی زمانی اختصاص داده شده به انبار است. شروع مسیر در زمان  $t_i^l \geq a_i$  شامل یک هزینه‌ی زمان انتظار  $cwt_i(t_i^l - a_i)$  یا  $cwt_i(\circ) = \circ$  است. اگر یک مسیر در زمان  $t \in Z^+ \cap [w_i^l, t_i^l]$  وارد گره‌ای به جز انبار شود و در زمان  $t_i^l$  گره را ترک کند، زمان انتظار برابر با  $t_i^l - t$  است که دارای هزینه  $cwt_i(t_i^l - t)$  و  $cwt_i(\circ) = \circ$  برای هر  $l \in \{\circ, 1, \dots, P_i\}$  می باشد. این مسیرها باید همه‌ی تقاضای مشتریان را تامین کند. (۲) مقداری از هر کالا که به هر ایستگاه باید تحویل داده شود تعیین گردد. این مقدار بین ماکزیمم و مینیمم تقاضای داده شده است. (۳) نحوه‌ی بارگیری این محصولات در محفظه‌های کامیون را مشخص کند. (۴) مسیرهای منتخب به کامیون‌های موجود اختصاص داده شوند. (۵) با توجه به این که به هر کامیون ممکن است چند سفر اختصاص داده شود، زمان حرکت هر سفر کامیون، زمان انتظار و زمان برگشت برای هر سفر مشخص است. (۶) هدف این طرح، ماکزیمم کردن سود شبکه‌ی سراسری برای این روز است. این سود برابر با درآمد ناخالص از پرداخت به وسیله‌ی ایستگاه‌ها منهای مجموع دو مولفه‌ی هزینه است. اولین مولفه، هزینه متغیر سفر ناوگان کامیون‌ها است که اغلب به صورت حاصل ضرب کل مسافت پیموده شده و تخمینی از متوسط هزینه متغیر هر واحد از مسافت محاسبه می شود. دومین مولفه، هزینه‌ی مجموع دستمزد عادی و اضافه کاری و هزینه‌های زمان انتظار می باشند. محدودیت‌های این مساله را می توان به صورت زیر بیان کرد:

✓ محدودیت ظرفیت: مجموع حجم فرآورده‌های موجود در محفظه‌های هر وسیله‌ی نقلیه، نباید از ظرفیت کل آن تجاوز کند. حجم فرآورده موجود در هر محفظه، نباید از ظرفیت محفظه تجاوز کند.

✓ محدودیت محفظه: محتویات یک محفظه که تنها یک فرآورده را نگه می دارد فقط، به یک مشتری تحویل داده می شود.

✓ محدودیت زمان سفر و محدودیت پنجره‌ی زمانی تخصیص داده شده به مشتریان، رعایت شود.

✓ محدودیت تعداد مشتری ها در هر سفر: از آنجایی که محفظه‌ها به ابزار اندازه گیری مجهز نیستند؛ لذا محتوی یک محفظه متعلق به یک مشتری است که باید تمام محصول موجود در محفظه را به هنگام تحویل خالی کند. چون در بیش تر موارد از محتویات دو محفظه برای پر کردن یک مخزن استفاده می شود و ایستگاه‌ها نیاز به ۲ یا ۳ محصول دارند، تعداد ایستگاه‌های ملاقات شده به وسیله‌ی یک کامیون در هر سفر مشخص، حداکثر ۲ ایستگاه است. شکل ۲ نحوه‌ی سرویس دهی به پمپ بنزین‌ها را نشان می دهد که در هر اعزام، هر کامیون حداکثر دو پمپ بنزین را ملاقات می کند.



شکل ۲. نحوه‌ی سرویس‌دهی به پمپ بنزین‌ها

### ۳ تشکیل زیرگراف‌ها

یک مسیر اختصاص داده شده به کامیون توسط دوری که از یک انبار شروع می‌شود، سپس به یک سری از ایستگاه‌ها رفته، دوباره به همان انبار باز می‌گردد. تعریف می‌شود. باید توجه داشت که بارگیری مخازن کامیون‌ها در ایستگاه‌های مذکور امکان‌پذیر است، ابتدا لازم است که قبل از ایجاد مسیرها، ساده‌سازی در گراف اصلی اعمال شود و کمان  $(i, j)$  اگر ایستگاه  $j$  نتواند به وسیله یک کامیون بعد از ایستگاه  $i$  ملاقات شود، از گراف  $G$  حذف شود. برای حذف هر کمان سه گام زیر بررسی می‌شود:

۱. کمان  $(i, j)$  در صورتی که  $a_i + s_i + t_{ij} > b_j$  باشد حذف می‌شود.

۲. کمان  $(i, j)$  حذف می‌شود اگر مجموع سفارش از  $i$  به  $j$  با هم از ظرفیت بزرگ‌ترین کامیون تجاوز کند.

۳. به هریستگاه  $i$  پارامتر  $NumComp(i)$  نسبت داده می‌شود که نشان‌دهنده حداقل تعداد محفظه لازم برای ایستگاه  $i$  است و با استفاده از مینیمم تقاضای مثبت ایستگاه از محصول  $P$  ( $\min D(p, i)$ ) و ظرفیت بزرگ‌ترین محفظه ناوگان ( $max\ cap$ ) از رابطه زیر مشخص می‌شود:

$$NumComp(i) = \sum_p [\min D(i, p) / \max\ cap]$$

از طرف دیگر  $e$  بیش‌ترین تعداد محفظه در کامیون‌های ناوگان است؛ بنابراین در صورتی که  $NumComp(i) + NumComp(j) > e$  باشد کمان  $(i, j)$  حذف می‌شود.

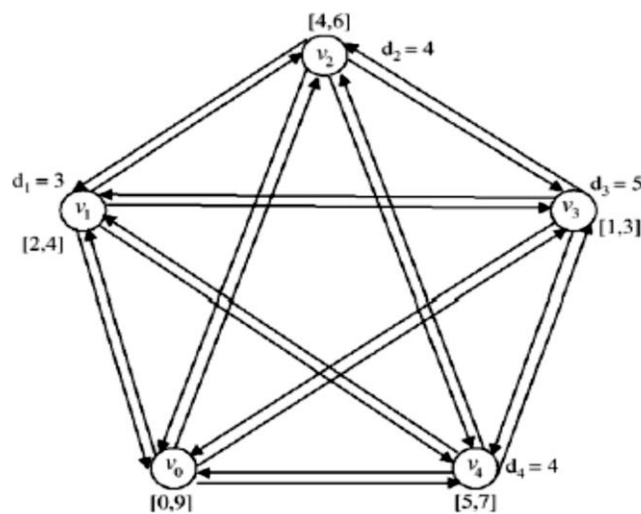
بنابراین گراف جهت‌دار  $G_1 = (V_1, A_1)$  با حذف کمان‌های نشدنی (بدون بررسی شدنی بودن پنجره‌ی زمانی)، کمان‌های که در مسیرهای تولید شده قرار نمی‌گیرند، تشکیل می‌شود. برای تطبیق  $TDVRPTW$  بر  $PSRPTW$  از طریق چندین مرحله، این تطبیق را به  $VRP$  کلاسیک تبدیل می‌کند که یک مساله‌ی مسیریابی بدون محدودیت پنجره زمانی و ظرفیت است. برای به دست آوردن این تبدیل، لازم است مساله‌ی مسیریابی تعمیم یافته ( $GVRP$ ) استفاده شود. این مساله به صورت زیر تعریف می‌شود:

فرض کنید  $G = (V, A)$  یک گراف جهت‌دار باشد مجموعه گره‌ها  $V = \{v_0, v_1, \dots, v_m\}$  را به  $m+1$  زیر مجموعه‌ی نانهی  $S_0, S_1, \dots, S_m$  تقسیم کرده که هر زیر مجموعه،  $S_h$  ( $h = 1, \dots, m$ ) شامل  $h$  موقعیت ممکن از گره یکسان با تقاضای مثبت  $d_i > 0$  است و هر کمان هزینه  $c_{ij}$  را دارد. در این مساله، هدف پیدا کردن یک مجموعه از کوتاه‌ترین مسیرها است که شروع و خاتمه شان در انبار است به طوری که در هر زیر مجموعه  $S_h$  ( $h = 1, \dots, m$ )، هر گره تنها یک بار ملاقات می‌شود و جمع تقاضای مسیر از  $W$  تجاوز نمی‌کند.

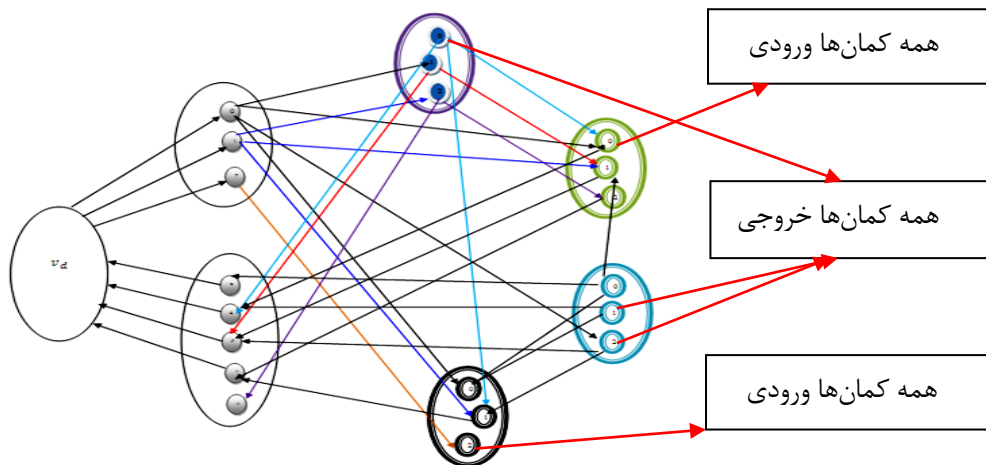
### ۳-۱ تشکیل گراف‌های کمکی

با توجه به این حقیقت که هزینه پیمودن کمان ثابت نیست، نمی‌توان مستقیماً با گراف  $G_1$  از راه‌های کلاسیک کار کرد زیرا هر کمان دارای چندین هزینه است. برای اجتناب از این نقص، گراف مصنوعی تشکیل می‌شود که هر گره  $v_i^l$ ، متناظر با مشتری  $i$  یا انبار در زمان  $t_i^l$  است و کمان  $(v_i^l, v_j^h)$  وجود دارد اگر و فقط اگر یک وسیله نقلیه مشتری  $i$  را در زمان  $t_i^l$  ترک کند و در زمان  $t_j^h$  یا قبل از آن (اگر مجاز باشد) به  $v_j^h$  برسد و مشتری  $j$  را در زمان  $t_j^h$  ترک کند. به کمان  $(v_i^l, v_j^h)$  یک هزینه یکتا شامل هزینه سفر  $c_{ij}^l$  و هزینه‌ی زمان انتظار، در صورتی که ورود به گره  $v_j^h$  قبل از  $t_j^h$  باشد، نسبت داده می‌شود. در این صورت می‌توان از خاصیت‌های کلاسیک گراف‌ها استفاده کرد. حال  $TDPSRPTW$ ، روی گراف  $G_1$  با همه‌ی داده‌های متناظر تعریف می‌شود. گراف مصنوعی جهت‌دار  $G_2 = (V_2, A_2)$  به صورت زیر تشکیل می‌شود:

۱. برای هر گره  $v_i, i \in \{0, 1, \dots, n\}$  و هر زمان  $t_i^k$  و  $k \in \{0, 1, \dots, P_i\}$  گره  $v_i^k$  تشکیل می‌شود.
۲. برای هر جفت  $v_i^l$  و  $v_j^h$  متعلق به  $V_2$  که  $i \neq j$ ؛ اگر  $j \neq 0$  به طوری که  $t_i^l + t_{ij}^h \in [w_j^l, t_j^l]$  و اگر  $j = 0$   $t_i^l + t_{ij}^h = t_j^l$ ، کمان  $(v_i^l, v_j^h)$  با هزینه برابر  $(c_{ij}^l + cwt_j(t_j^h - (t_i^l + t_{ij}^h)))$  به گراف  $G_2$  اضافه می‌شود اگر یک دور کمان  $(v_i^l, v_j^h)$  را در زمان  $t_i^l$  طی کند و به  $v_j^h$  در زمان  $t_j^h$  یا قبل از این زمان برسد (توجه کنید که  $w_j^l \leq t_i^l + t_{ij}^h < t_j^h$  زمان انتظار در گره  $v_j$  از گراف  $G_1$  را نشان می‌دهد).
۳. به گراف  $G_2$  دو گره جدید  $d_1$  و  $d_2$  اضافه می‌شود که به کمان‌های مجاور زیر که دارای هزینه صفر می‌باشند وصل می‌شوند. هر گره در زیر مجموعه گره‌های متعلق به انبار که دارای کمان‌های ورودی است در یک زیر مجموعه ورودی (*Enter*) و هر گره دارای کمان‌های خروجی است در زیرمجموعه‌ی خروجی (*Exit*) قرار داده می‌شود. از گره  $d_1$  به هر گره در زیرمجموعه‌ی ورودی و ورودی کمائی وصل و از هر گره در زیرمجموعه‌ی خروجی به  $d_2$  کمائی وصل می‌شود. شکل ۳، یک گراف کامل و شکل ۴ نمونه‌ای از گراف  $G_2$  را نشان می‌دهد.



شکل ۳. گراف کامل

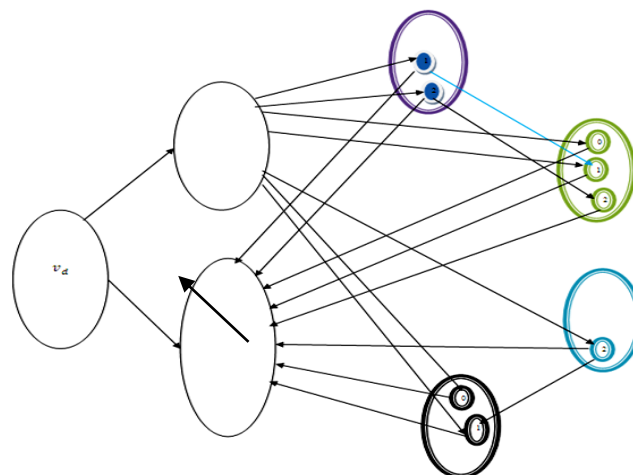


شکل ۴. نمونه‌ای از گراف  $G_2$

### ۳-۲ تشکیل گراف کمکی کاهش یافته

گراف مصنوعی کاهش یافته  $G^3 = (V^3, A^3)$  از گراف  $G_2$  به صورت زیر تشکیل می‌شود:

۱. برای هر گره در گراف  $G_2$ ، اگر همه‌ی کمان‌ها خروجی باشند این گره و همه‌ی کمان‌های آن حذف می‌شود؛ زیرا این گره و کمان‌ها نمی‌توانند در هیچ مسیری قرار گیرند. هر گره در صورتی می‌تواند روی یک مسیر قرار گیرد که حداقل یک کمان ورودی و یک کمان خروجی داشته باشد.
  ۲. اگر همه‌ی کمان‌ها ورودی باشند این گره و همه‌ی کمان‌های آن حذف می‌شوند.
  ۳. اگر به یک گره هیچ کمانی وارد و هیچ کمانی از آن خارج نشده باشد این گره حذف می‌شود.
- گره‌ها و کمان‌های باقیمانده گراف مصنوعی کاهش یافته  $G^3 = (V^3, A^3)$  را تشکیل می‌دهند. شکل ۵ نمونه‌ای از گراف مصنوعی کاهش یافته  $G^3 = (V^3, A^3)$  را نشان می‌دهد.



شکل ۵. نمونه‌ای از گراف  $G^3$

### ۴ فرمول‌بندی ریاضی TDPSRPTW

با تعریف گراف مصنوعی کاهش یافته  $G^3 = (V^3, A^3)$  برای تعمیم  $TDVRPTW$  بر  $PSRPTW$ ، مدل ریاضی

ارایه می‌شود. در این مساله هزینه‌ی زمان انتظار صفر و مدت زمان انتظار در هر گره حداکثر یک ساعت در نظر گرفته می‌شود. در این مطالعه  $TDPSRPTW$  به سه زیر مساله‌ی اصلی تقسیم می‌شود:

- مساله‌ی بارگیری مخازن کامیون‌ها ( $TTLP$ )
- مساله‌ی مسیریابی ( $RP$ )
- مساله‌ی انتخاب سفر ( $TS$ )

#### ۴-۱ مساله‌ی بارگیری مخازن کامیون‌ها ( $TTLP$ )

اکنون باید نوع کامیونی که همه‌ی سفارشات یک مجموعه از ایستگاه‌ها را تحویل می‌دهد تعیین شود. شرکت حمل و نقل محصولات را از انبار یا ترمینال ذخیره تحویل می‌گیرد. باید توجه داشت که معمولاً این شرکت به وسیله ایستگاه‌های مشتریان بر اساس مقدار تحویل داده شده و موقعیت مکان‌هایشان، هزینه دریافت می‌کند. به عبارت دیگر، درآمد هر لیتر تحویل برای هر محصول تابعی از فاصله‌ی ایستگاه از انبار است. برای بررسی شدنی بودن بارگیری کامیون و تعیین مقدار تحویل، کامیون نوع  $k$  و مجموعه  $S$  که شامل ایستگاه‌های مورد بررسی است در نظر گرفته می‌شود. هدف از حل این مدل اتفاق افتادن موارد زیر است:

۱. بررسی امکان بارگیری کامیون: اگر مساله بارگیری مخازن کامیون ( $TTLP$ ) یک جواب شدنی داشته باشد، آن‌گاه امکان بارگیری شدنی است.

۲. این مدل، در صورت شدنی بودن بارگیری مخازن کامیون، مقداری از هر فرآورده که به هر ایستگاه باید تحویل داده شود، تعیین می‌کند. این مقدار بین ماکزیم و مینیم تقاضای داده شده است.

۳. نحوه‌ی بارگیری این محصولات در محفظه‌های کامیون مشخص می‌شود. برای طرح بهتر مدل  $TTLP$ ، ابتدا لازم است مجموعه‌ها، اندیس‌ها و متغیرهای تصمیم‌گیری را بیان کرده و سپس با ارایه مدل این مساله، درباره‌ی تابع هدف و محدودیت‌ها توضیحاتی ذکر شود.

	$S$	مجموعه ایستگاه‌های قرار گرفته در مسیر، $S \in S$
	$P$	مجموعه‌ی اندیس گذاری شده از محصولات، $p \in P$
	$C$	مجموعه‌ی اندیس گذاری شده از محفظه‌های کامیون نوع $k$ ، $c \in C$
	$Q_c$	ظرفیت محفظه‌ی $c \in C$
	$l_{p,s}$	مینیم مقدار از محصول $p \in P$ سفارش داده شده توسط ایستگاه $s \in S$
	$u_{ps}$	ماکزیم مقدار از محصول $p \in P$ سفارش داده شده توسط ایستگاه $s \in S$
	$G_{p,s}$	درآمد هر لیتر تحویل محصول $p \in P$ سفارش داده شده توسط ایستگاه $s \in S$
	$q_{ps}$	متغیر تصمیم‌گیری مقدار تحویل محصول $p \in P$ به ایستگاه $s \in S$
	$y_{psc}$	متغیر تصمیم‌گیری دودویی برابر با ۱ اگر و فقط اگر محصول $p \in P$ سفارش داده شده توسط ایستگاه $s \in S$ به محفظه‌ی $c \in C$ از کامیون مفروض، اختصاص داده شود.

$$\text{Max Revenue} = \sum_{(p,s)} g_{ps} q_{ps} \quad (1)$$

s.t.

$$l_{ps} \leq q_{ps} \leq u_{ps} \quad \forall p \in P, s \in S \quad (2)$$

$$q_{ps} \leq \sum_{c \in C} Q_c y_{psc} \quad \forall p \in P, s \in S \quad (3)$$

$$\sum_{(p,s)} y_{psc} \leq 1 \quad \forall c \in C \quad (4)$$

$$q_{ps} \geq 0, y_{psc} \in \{0, 1\} \quad \forall p \in P, c \in C, s \in S \quad (5)$$

تابع هدف (۱) در آمد حاصل از بارگیری کامیون را ماکزیمم می‌کند. محدودیت‌های (۲) تضمین می‌کند که مقدار تحویل داده شده به هر ایستگاه در مجموعه‌ی  $S$  بین مینیمم و ماکزیمم مقدار محصول سفارش داده شده قرار دارد. محدودیت‌های (۳) اشاره به این دارد که مقدار تحویل داده شده از ظرفیت مخزن مربوطه تجاوز نکند (یک سفارش می‌تواند به وسیله بیش از یک محفظه تحویل داده شود). محدودیت‌های (۴) تضمین می‌کند که هر محفظه برای بیش از یک سفارش استفاده نشود.

#### ۴-۲ مساله‌ی مسیر یابی (RP1)

مدل انتخاب سفر بر اساس تولید همه‌ی مسیرهای شدنی یک کامیون می‌تواند دنبال شود. همان‌طور که اشاره شد یک سفر به وسیله ترکیب مسیر- کامیون تعریف می‌شود. یک مسیر شدنی است اگر همه‌ی محدودیت‌های پنجره‌های زمانی و محدودیت‌های مقدار تحویل را ارضا کند. با تعریف گراف مصنوعی کاهش یافته، محدودیت‌های پنجره‌ی زمانی در نظر گرفته شده است. مسیرهای که در این مساله تولید می‌شود مسیرهایی با حداکثر ۲ ایستگاه در هر سفر است و به هر وسیله‌ی نقلیه حداکثر دو سفر اختصاص داده می‌شود. برای بیان مدل ریاضی، ابتدا به تعریف اندیس‌ها، پارامترها و متغیرها پرداخته و سپس توابع هدف و محدودیت‌های آن ارایه می‌شوند.

$d$  اندیس انبار مصنوعی ۱ (گره شروع مسیر)

$d_1$  اندیس انبار مصنوعی ۲ (گره خاتمه مسیر)

$i, j$  اندیس ایستگاه

$r$  اندیس مسیر

$\text{sub}(i)$  مجموعه گره‌های متعلق به ایستگاه  $i$

$c_{ij}$  هزینه سفر از کمان  $(i, j)$

$m$  تعداد ایستگاه‌هایی مورد ملاقات

$P_{ijr}$  پارامتر دودویی برابر با ۱ اگر و فقط اگر کمان  $(i, j)$  در مسیر  $r$  در نظر گرفته شود.

$x_{ij}$  متغیر دودویی برابر با ۱ اگر و فقط اگر کمان  $(i, j)$  در نظر گرفته شود.

$$\text{Min } Cost = \sum_{(i,j)} c_{ij} x_{ij} \quad (۶)$$

s.t

$$\sum_j x_{dj} = 1 \quad (۷)$$

$$\sum_i x_{ij} - \sum_i x_{ji} = 0, \quad \forall j \neq d, d_1, \quad (۸)$$

$$\sum_i x_{id_1} = 1, \quad (۹)$$

$$\sum_{(i,j)} x_{ij} \leq m, \quad (۱۰)$$

$$\sum_j x_{ij} \leq 1, \quad \forall z \neq 0, \forall i \in \text{Sub}(z), \quad (۱۱)$$

$$\sum_{(i,j)} p_{ijr} x_{ij} \leq \sum_{(i,j)} p_{ijr} - 1 \quad \forall r | \sum_{(i,j)} p_{ijr} \geq 1, \quad (۱۲)$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\} \quad (۱۳)$$

تابع هدف (۶) کوتاه ترین مسیر را با در نظر گرفتن هزینه سفر از کمان  $(i, j)$  مشخص می کند. محدودیت (۷) تضمین می کند دقیقاً یک کمان از گره  $d$  (انبار) خارج شود و محدودیت (۹) تضمین می کند دقیقاً یک کمان به گره  $d_1$  (انبار) وارد شود به عبارتی دیگر این دو قید تضمین می کند که هر سفری که به کامیون اختصاص داده می شود شروع و خاتمه اش از انبار است. محدودیت (۸) نیز شرط اینکه هر وسیله نقلیه اگر به گره ای وارد شود باید از آن نیز خارج گردد (قید تعادل) را تضمین می کند. محدودیت (۱۰) تضمین می کند حداکثر  $m$  گره به جز گره های انبار در مسیر انتخاب شده قرار داشته باشد ( $m \leq 2$ ). محدودیت (۱۱) تضمین می کند حداکثر یک گره از مجموعه گره های متعلق به هر ایستگاه انتخاب شود و محدودیت (۱۲) تضمین می کند مسیرهای تولید شده در مراحل قبلی تولید نشود.

#### ۴-۳ مدل انتخاب سفر (ST1)

در این قسمت مدل انتخاب سفر ارائه می شود که زیر مجموعه ای از سفرها را انتخاب می کند به طوری که مجموع سود روزانه ماکزیمم گردد. برای ارائه مدل، ابتدا اندیس ها، مجموعه ها، پارامترها و متغیرهای تصمیم گیری تعریف می شوند.

$s$  اندیس ایستگاه

$t$  اندیس سفر

$k$  اندیس کامیون

$v$  اندیسی که موقعیت یک سفر در یک مجموعه از سفرها برای یک کامیون معلوم نشان

می دهد.

$K$  مجموعه ای انواع کامیون  $|K| = k$ ,  $k \in K = \{1, 2, \dots, k\}$

$t \in FT$	مجموعه همه‌ی سفرهای شدنی	$FT$
$s \in S$	مجموعه ایستگاه‌ها	$S$
$s \in S$	مجموعه سفرهایی که ایستگاه $s \in S$ را ملاقات می‌کنند.	$Trip(s)$
$t \in FT$	هزینه سفر	$c_t$
$t \in FT$	سود سفر	$p_{tk}$
$k \in K$		
	حقوق عادی برای هر ساعت کار عادی	$\varphi$
	حقوق اضافه کاری برای هر ساعت کار اضافه	$\varphi'$
	ساعت کار عادی	$H$
	ساعت اضافه کاری	$H'$
$k \in K$	پارامتر دودویی برابر با ۱ اگر و فقط اگر بارگیری مخازن کامیون $k \in K$ برای سفر $t$ امکان‌پذیر باشد.	$T_{tk}$
$t \in FT$	طول سفر	$d_t$
$t \in FT$	زمان شروع حرکت سفر	$d'_t$
$k \in K$	تعداد ساعت کار عادی برای کامیون	$h_k$
$k \in K$	تعداد ساعت اضافه کاری برای کامیون	$h'_k$
$k \in K$	متغیر دودویی برابر با ۱ اگر و فقط اگر سفر $t \in FT$ به کامیون $k \in K$ در دوره $v$ اختصاص داده شود.	$x_{tkv}$

$$Max \sum_{(t,k,v)} (p_{tk} - c_t) x_{tkv} - \sum_k (\varphi h_k + \varphi' h'_k) \quad (14)$$

s.t.

$$\sum_{(t,k,v)} x_{tkv} = 1 \quad \forall s \neq \circ, t \in Trip(s) \quad (15)$$

$$\sum_{t \in FT} x_{tkv} \leq 1 \quad \forall (k, v) \quad (16)$$

$$\sum_{t \in FT} x_{tkv} \geq \sum_{t \in FT} x_{tkv+1} \quad \forall (k, v) \quad (17)$$

$$\sum_{(t,v)} (d_t + d'_t) x_{tkv} - \sum_{(t,v=1)} d'_t x_{tkv} \leq h_k + h'_k \quad \forall (k, v) \quad (18)$$

$$\sum_{t \in FT} (d_t + d'_t) x_{tkv} \leq \sum_{t \in FT} d'_t x_{tkv+1} + M(1 - \sum_{t \in FT} x_{tkv}) \quad \forall (k, v) \quad (19)$$

$$h_k \leq H \quad \forall k \quad (20)$$

$$h'_k \leq H' \quad \forall k \quad (21)$$

$$x_{tkv} \in \{0, 1\} \quad \forall (t, k, v) \quad (22)$$

$$h_k, h'_k \geq 0 \quad \forall k \quad (23)$$

تابع هدف (۱۴) کل سود شبکه سراسری را ماکزیمم می‌کند. محدودیت (۱۵) قید می‌کند که هر ایستگاه یک و



فقط یک بار ملاقات شود. محدودیت (۱۶) تضمین می کند که حداکثر یک سفر به  $\nu$  امین سفر کامیون  $\nu$  اختصاص داده شود. محدودیت (۱۷) تضمین می کند سفر  $\nu+1$  برای کامیون وجود دارد اگر سفر  $\nu$  برای کامیون وجود داشته باشد. محدودیت (۱۸) تضمین می کند که حرکت سفر  $\nu+1$  بعد از زمان رسیدن سفر قبلی اتفاق می افتد چون تعداد سفرهای کامیون  $\nu$  مشخص نیست، محدودیت (۱۹) تضمین می کند که کل ساعت کاری (که به ساعت کاری عادی و اضافه کاری تجزیه می شود) برابر با این مدت است که به صورت زمان برگشت آخرین سفر و زمان حرکت اولین سفر محاسبه می شود. با محدودیت (۲۰) ساعت کار عادی به  $H$  ساعت محدود می شود. محدودیت (۲۱) ساعت اضافه کاری در محدوده مجاز  $H'$  قرار دارد را مشخص می کند.

### ۵ الگوریتم پیشنهادی برای حل مساله TDPSRPTW

برای حل مدل TDPSRPTW، ابتدا لازم است مجموعه‌ی همه‌ی سفرهای شدنی (FT) تشکیل داده شود. در این قسمت، جزئیات روش پیشنهادی برای تشکیل مجموعه‌ی FT شرح داده می شود.

$$FT = \phi \quad (\text{الف})$$

ب) تولید سفرهایی که تنها یک ایستگاه را ملاقات می کنند.

برای هر ایستگاه  $s$ ، مراحل زیر انجام می شود:

$$1. \quad V_r^* = \{ \}, V_r = \{ \}$$

۲. با توجه به این که از انبار به هر ایستگاه و برعکس کمان وجود دارد مجموعه‌ی  $V_r = \{s\}$  تشکیل داده می شود.

۳. مساله‌ی بارگیری مخازن کامیون (TTLP) برای هر نوع کامیون  $w$ ، برای مجموعه ایستگاه  $V_r$  حل می شود و در صورتی که بارگیری شدنی باشد برای هر کامیون از نوع  $w$ ،  $T(w) = 1$  قرار داده می شود و در صورتی که بارگیری برای هر کامیون از نوع  $w$ ، نشدنی باشد از ایستگاه جاری خارج شده و ایستگاه بعدی در نظر گرفته می شود.

۴. در صورتی که بارگیری برای حداقل یک نوع کامیون شدنی باشد، مجموعه‌ی  $V_r^*$  برای تولید مسیر تشکیل می شود  $V_r^* = \{d, Enter, Sub(s), Exit, d_r\}$ . سپس مدل تولید مسیر را حل کرده و برای هر مسیر  $r$  تولیدی اگر بارگیری شدنی با کامیون نوع  $w$  باشد  $T(r, w) = 1$  (توجه  $T(w) = 1$ ) قرار داده می شود و با تولید مسیرهای پارامترهای  $d_r$ ، طول سفر  $r$  و زمان شروع حرکت سفر  $r$  ( $d_r'$ ) از انبار طبق روابط (۲۴) و (۲۵) و مجموعه‌ی  $Trip(i)$  (مجموعه‌ی سفرهایی که ایستگاه  $i$  را ملاقات می کنند) مشخص می شود و مسیر  $r$  به سفرهای شدنی  $FT$  اضافه می شود.

$$d_r = h_i - h_j + t_{iz} \quad ; i \in Sub(s), j \in Exit, z \in Enter \quad (24)$$

$$d_r' = h_i \quad ; i \in Exit \quad (25)$$

برای بررسی بارگیری محفظه‌های کامیون نوع  $w$ ، اگر حداقل تعداد محفظه‌های مورد نیاز برای ایستگاه‌های در نظر گرفته شده از محفظه‌های کامیون نوع  $w$  کم تر باشد مدل TTLP برای کامیون نوع  $w$ ، حل می شود.

ج) تولید سفرهایی که دو ایستگاه را ملاقات می‌کنند:

برای هر دو ایستگاه  $i$  و  $j$  به شرطی که کمان  $(i, j)$  بین آن‌ها در گراف  $G_1$  وجود داشته باشد مراحل زیر انجام می‌شود:

$$1. V_r^* = \{ \}, V_r = \{ \}$$

۲. مجموعه‌های  $V_r = \{i, j\}$ ،  $V_r^* = \{d, Exit, Sub(i), Sub(j), Enter, d_1\}$  به دست می‌آیند.

۳. مراحل ۳، ۴ در قسمت ب انجام می‌شود با این تفاوت که پارامتر  $d_r$  طبق رابطه (۲۶) به دست می‌آید و مسیر  $r$  به سفرهای شدنی  $FT$  اضافه می‌شود.

$$(26) \quad d_r = h_{i'} - h_{j'} + t_{i'z} \quad ; \quad i' \in Sub(j), j' \in Exit, z \in Enter$$

در این مرحله، اگر بارگیری برای دو ایستگاه با هیچ کامیونی امکان‌پذیر نباشد همه‌ی کمان‌های بین این دو ایستگاه حذف می‌شود. پس از تولید همه‌ی سفرها و تشکیل مجموعه  $FT$ ، بهبود زیر انجام می‌شود.

در مساله‌ی TS، متغیر تصمیم‌گیری  $x_{tkv}$  تعریف شد که با افزایش تعداد ایستگاه‌ها، تعداد متغیر تصمیم‌گیری در مساله افزایش می‌یابد به طوری که، اغلب حل بهینه مساله با تعداد ایستگاه بیش‌تر، بسیار مشکل و زمان‌بر است؛ بنابراین، روشی برای کاهش تعداد این متغیر تصمیم‌گیری در مساله، پیشنهاد می‌شود. ابتدا پارامتر  $T_{tkv}$  تعریف می‌شود که نشان‌دهنده‌ی این است که سفر  $t$  می‌تواند به کامیون  $k$  در دوره‌ی  $v$  اختصاص داده شود. همان‌طور که گفته شد ساعت کاری عادی و اضافه کاری به ترتیب  $H$  و  $H'$  می‌باشد. فرض کنید پارامتر  $dur_1$  به عنوان مدت زمان کوتاه‌ترین سفر از بین تمام سفرها تولید شده باشد که از رابطه  $dur_1 = \min_{t \in FT} \lambda_t$  به دست می‌آید و سفر متناظر به آن  $t_1$  باشد، به راحتی می‌توان نتیجه گرفت که اگر سفر  $t$  به کامیون  $k$  با طول مسیر بیش‌تر از  $dur_1 + H + H' - dur_1$  ساعت اختصاص داده شود در این صورت این سفر تنها می‌تواند به کامیون مفروض در دوره‌ی ۱ اختصاص داده شود به عبارتی  $T_{tk_1} = 1$  خواهد بود. به همین ترتیب اگر پارامتر  $dur_2$  به عنوان مدت زمان کوتاه‌ترین سفر از بین تمام سفر تولید شده به غیر از  $t_1$  باشد که از رابطه‌ی  $dur_2 = \min_{t \in FT - \{t_1\}} \lambda_t$  به دست می‌آید و سفر متناظر به آن  $t_2$  باشد، به وضوح می‌توان یافت که اگر سفر  $t$  به کامیون  $k$  با طول مسیر بیش‌تر از  $dur_2 + H + H' - dur_1 - dur_2$  و کم‌تر از  $H + H' - dur_1$  ساعت اختصاص داده شود این می‌تواند به کامیون در دوره‌ی ۱ و ۲ اختصاص داده شود به عبارتی  $T_{tk_1} = 1$  و  $T_{tk_2} = 1$  است. حال متغیر  $x_{tkv}$  را در صورتی که  $T_{tkv} = 1$  تعریف می‌شود و همین عمل، باعث کاهش قابل ملاحظه‌ای از تعداد متغیرهای تصمیم‌گیری  $x_{tkv}$  می‌شود زیرا متغیر تصمیم‌گیری  $x_{tkv}$  زمانی تعریف می‌شود که  $T_{tkv} = 1$  است. در نتیجه اگر پارامتر  $T_{tkv}$  در نظر گرفته نشود، تعدادی متغیر تصمیم‌گیری اضافی تعریف شده است که هیچ‌گاه در مدل TS انتخاب نمی‌شوند؛ بنابراین با استفاده از این تکنیک تعداد متغیرهای تصمیم‌گیری بسیار کم‌تر شده و به دنبال آن زمان محاسباتی مدل TS به شدت کاهش می‌یابد.

## ۶ نتایج محاسباتی

این بخش به ارزیابی عملکرد الگوریتم پیشنهادی برای مساله TDPSRPTW می‌پردازد. الگوریتم تشریح شده با

استفاده از نرم افزار AIMMS کدنویسی شده و بر روی لپ تاپ دل مدل ۳۳۵۰، با ۲/۳۰ گیگاهرتز قدرت اجرا شده است. لازم به ذکر است که برای حل همه نمونه‌ها از نرم افزار GUROBI4.5 به عنوان Solver استفاده شده است. الگوریتم پیشنهادی روی ۲۰ نمونه با ۱۵ ایستگاه برگرفته از [۱۶] مورد ارزیابی قرار گرفته شده است. نمونه‌های مورد بررسی به صورت تصادفی تولید شده‌اند؛ اما براساس یک مجموعه از داده‌های واقعی می‌باشند. ابتدا ایستگاه‌ها به صورت تصادفی و یکنواخت در ناحیه‌ی اقلیدسی ۳۰۰ در ۱۰۰ کیلومتر مکان‌یابی می‌شود و مختصات انبار (۵۰، ۵۰) می‌باشد. با استفاده از این داده‌ها و توزیع گسسته، ایستگاه‌ها برحسب تابع فروش روزانه به شش دسته طبقه‌بندی می‌شوند که در جدول ۱ نشان داده شده است. ظرفیت مخازن زیرزمینی هر ایستگاه، با استفاده از تابع فروش روزانه تعیین می‌شود که در جدول ۲ نشان داده شده است. سه نوع کامیون مخزن‌دار که بیش تر در عمل استفاده می‌شود در نظر گرفته که نحوه‌ی پیکربندی این کامیون‌ها در جدول ۳ نشان داده شده است. ترکیب ناوگان، به صورت تابعی از اندازه ناوگان در جدول ۴ ارائه شده است. شرکت حمل و نقل، محصولات را از انبار یا ترمنال ذخیره تحویل می‌گیرد. معمولاً این شرکت از مشتریان براساس مقدار تحویل داده شده و موقعیت مکانی آن‌ها پول دریافت می‌کند به عبارت دیگر، درآمد هر لیتر تحویل برای هر محصول تابعی از فاصله‌ی ایستگاه از انبار است که در جدول ۵ نشان داده شده است. همچنین نتایج ارزیابی در جدول ۶ بیان شده است.

جدول ۱. توزیع فروش روزانه

دسته	۱	۲	۳	۴	۵	۶
فروش روزانه (لیتر)	۰-۱۳۵۰	۱۳۵۰-۲۷۰۰	۲۷۰۰-۵۴۰۰	۵۴۰۰-۸۱۰۰	۵۴۰۰-۱۰۸۰۰	۱۰۸۰۰-۱۶۲۰۰
درصد ایستگاه‌ها	۲۱/۷	۲۲/۶	۱۹/۸	۱۳/۶	۶/۲	۶/۱

جدول ۲. پیکربندی مخازن زیرزمینی به صورت تابعی از فروش روزانه

فروش روزانه (لیتر)	مخزن	اندازه‌ی مخزن (لیتر)
۰-۲۷۰۰	۱	۲۵۰۰۰
	۲	۱۵۰۰۰
	۳	۱۵۰۰۰
۲۷۰۰-۸۱۰۰	۱	۳۵۰۰۰
	۲	۲۲۷۰۰
	۳	۲۵۰۰۰
۸۱۰۰-۱۶۲۰۰	۱	۵۰۰۰۰
	۲	۲۵۰۰۰
	۳	۳۵۰۰۰

جدول ۳. پیکربندی کامیون‌های مخزن‌دار

نوع	کل ظرفیت (۱۰۰۰ لیتر)	تعداد محفظه‌ها	ظرفیت‌ها (۱۰۰۰ لیتر)
۱	۶۰	۶	۱۷, ۶, ۱۰, ۱۰, ۷, ۱۰
۲	۵۴	۵	۱۶, ۶, ۶, ۱۰, ۱۶
۳	۵۰	۴	۱۶, ۸, ۱۲, ۱۴

جدول ۴. ترکیب ناوگان

تعداد ایستگاه‌ها	نوع I	نوع II	نوع III	اندازه‌ی ناوگان
۱۵	۲	۲	۱	۵

جدول ۵. درآمد هر لیتر تحویل براساس مکان ایستگاه

فاصله از انبار	درآمد هر لیتر (دلار)
۰-۵۰	۰/۰۰۴
۵۰-۱۰۰	۰/۰۰۷
۱۰۰-۱۵۰	۰/۰۱۰
۲۰۰-۱۵۰	۰/۰۱۳
۲۰۰>	۰/۰۱۶

همچنین برای همه‌ی نمونه‌ها، داده‌های زیر استفاده می‌شود:

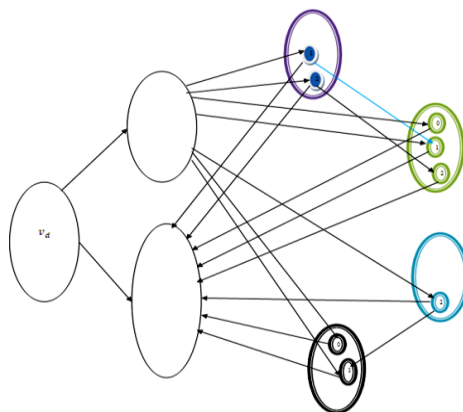
- ✓ دستمزد رانندگان برای هر ساعت کاری عادی: ۱۵ دلار
- ✓ دستمزد رانندگان برای هر ساعت اضافه کاری: ۳۰ دلار
- ✓ هزینه‌ی متغیر پیمایش برای هر کیلومتر: ۱,۷۰ دلار
- ✓ متوسط سرعت پیمایش (کیلومتر بر ساعت): ۶۰
- ✓ زمان بارگیری کامیون: ۱۵ دقیقه
- ✓ زمان سرویس‌دهی ایستگاه‌ها: ۳۰ دقیقه
- ✓ ساعت کاری عادی روزانه: ۹ ساعت
- ✓ ساعت اضافه کاری روزانه: ۳ ساعت

جدول ۶. نتایج TDPSRPTW روی نمونه‌های با ۱۵ ایستگاه

CPU	S(2)	S(1)	Z	#p
۲۱۳/۷۵	۵/۲۲۳	۵/۹۵	۱۸۹/۸۸	۱
۲۱۷/۹۳	۴/۱۵۴	۷/۹۱	۳۶۷/۴۹	۲
۹۲/۹	۵/۱۲۳	۵/۷۷	-۳۳۳/۳	۳
۳۵/۹۶	۵/۲۸۳	۵/۹۵	۱۶۱/۷۲	۴

<i>CPU</i>	<i>S(2)</i>	<i>S(1)</i>	<i>Z</i>	<i>#p</i>
۱۶۵/۸۲	۵/۲۷۷	۵/۹۷	-۴۹/۳۵	۵
۲۳/۵۲	۳/۱۲۱	۷/۹۱	۱۷۳/۶۴	۶
۷۲/۳۱	۳/۲۶۱	۹/۱۰۸	۵۶۲	۷
۶۸	۴/۱۴۰	۷/۸۱	-۱۹۹/۷	۸
۲۷۵/۹۳	۴/۱۹۲	۷/۹۰	۵۵۲	۹
۲۱۲/۶۲	۴/۱۸۹	۷/۸۸	۳۲۷	۱۰
۴۹۹/۳۲	۳/۳۳۱	۹/۱۱۶	۳۷۸/۵۱	۱۱
۲۲۳/۵۹	۴/۳۳۶	۷/۱۰۶	۱۶۶/۷۹	۱۲
۸۹/۷۱	۵/۱۹۵	۵/۹۴	-۱۹۹	۱۳
۱۴۱/۱	۳/۱۶۹	۹/۹۴	۸۴۶/۱۴	۱۴
۱۸۹/۸	۵/۱۹۸	۵/۹۷	۱۷۴	۱۵
۲۰۲/۸۸	۳/۲۷۸	۹/۱۰۳	۳۴۸/۴۸	۱۶
۲۸/۷۷	۳/۲۵۲	۹/۱۰۱	۴۵۷/۷۱	۱۷
۵۰۰/۶۵	۴/۳۰۲	۷/۱۰۸	۳۹۵/۲۸	۱۸
۴۰۰/۲	۵/۲۰۴	۵/۹۴	۳۴۷	۱۹
۷۰/۵۰	۶/۱۴۱	۳/۷۶	۱۶۱	۲۰
۱۸۶/۷۲	-	-	۲۴۱	M

شکل ۶ یک جواب شدنی برای TDPSRPTW برای تنها یک کامیون را نشان می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌شود سرویس دهی در پنجره زمانی اختصاص داده شده به هر ایستگاه انجام می‌شود و همچنین وابستگی زمانی نیز با توجه به مطالب بیان شده در نظر گرفته شده است.



شکل ۶. جواب شدنی برای TDPSRPTW برای یک کامیون

## ۷ نتیجه‌گیری

در اغلب مدل‌های مسیریابی وسایل نقلیه فرض می‌شود که زمان سفر بین گمان‌ها ثابت است در صورتی که در

مسائل توزیع در داخل شهرهای بزرگ، زمان یا هزینه‌ی طی کردن مسیرها (خیابان‌های اصلی) وابسته به لحظه‌ای از روز است. بنابراین در نظر نگرفتن این موضوع دور از واقعیت است. متأسفانه، این فرض باعث می‌شود جوابی که بدست می‌آید نزدیک به بهینه یا حتی جواب نشدنی باشد. در این مساله شرایط متغیر ترافیک برای انجام بهینه‌سازی واقعی در نظر گرفته شده است. به علاوه در این مقاله مساله تامین سوخت جایگاه‌های عرضه فرآورده‌های نفتی همراه با پنجره‌ی زمانی وابسته به زمان مورد مطالعه قرار گرفت که در این مساله، هزینه‌ی و زمان سفر روی کمان وابسته به زمانی است که کمان طی خواهد شد و TDVRPTW روی مساله تامین سوخت جایگاه‌های عرضه محصولات نفتی همراه با پنجره‌ی زمانی، تعمیم داده شد. برای تطبیق TDVRPTW بر PSRPTW از طریق چندین مرحله، این تطبیق را به VRP کلاسیک تبدیل کرده که یک مساله مسیریابی بدون محدودیت پنجره زمانی و ظرفیت است. سپس TDPSRPTW به سه زیر مساله اصلی، مساله‌ی بارگیری مخازن کامیون‌ها، مساله‌ی مسیریابی و مساله‌ی انتخاب سفر تقسیم شده و برای این مسائل، فرمول‌بندی ریاضی‌ارایه گردید. سفرهایی که در این مساله تولید می‌شوند، دارای حداکثر ۲ ایستگاه است و به هر وسیله‌ی نقلیه حداکثر دو سفر اختصاص داده می‌شود. سرانجام، الگوریتم پیشنهادی روی ۲۰ نمونه تصادفی با ۱۵ ایستگاه اعمال شد.

## منابع

- [۱] ابراهیمی، س. م.، خوش الحان، ف.، براجعه، م.، تهرانیان، ا.، (۱۳۹۳). مساله مسیریابی چندهدفه همراه با هزینه بارگیری و تخلیه و حل آن با استفاده از الگوریتم فراابتکاری جستجوی پراکنده. تحقیق در عملیات در کاربردهای آن، ۱۱(۳)، ۳۵-۵۷.
- [2] Brown, G. G., Graves, G. W., (1981). Real-time dispatch of petroleum tank trucks. *Management science*, 27(1), 19-32.
- [3] Brown, G. G., Ellis, C. J., Graves, G. W., Ronen, D., (1987). Real-time, wide area dispatch of Mobil tank trucks. *Interfaces*, 17, 107-120.
- [4] Bell, W. J., Dalberto, L. M., Fisher, M. L., Greenf, A. J., (1983). Improving the distribution of industrial gases with an online computerized routing and scheduling optimizer. *Interface*, 13(6), 4-23.
- [5] Van der Bruggen, L., Gruson, R., Salomon, M., (1995). Reconsidering the distribution structure of gasoline products for a large oil company. *European Journal of Operational Research*, 81, 460-473.
- [6] Taqa Allah, D., Renaud, J., Boctor, F. F., (2000). Le problème d'approvisionnement des stations d'essence. *Journal Européen des Systèmes Automatisés*, 34, 11-34.
- [7] Ben Abdelaziz, F., Roucairol, C., Bacha, C., (2000). deliveries of liquid fuels to SNDP gas stations using vehicles with multiple Compartment. in *Systems Man and Cybernetics 2002 IEEE International Conference*, Hammamet, Tunisia.
- [8] Malépart, V., Boctor, F. F., Renaud, J., Labilois, S., (2003). Nouvelles approches pour l'approvisionnement des stations d'essence. *Revue Française de Gestion Industrielle*, 22, 15-31.
- [9] Jeganathan, K., Anbazhagan, N., Vigneshwaran, B., (2015). Perishable inventory system with server interruptions, multiple server vacations, and N policy. *International Journal of Operations Research and Information Systems*, 6(2), 32-52.
- [10] Xu, M., Meng, Q., Liu, K., (2017). Network user equilibrium problems for the mixed battery electric vehicles and gasoline vehicles subject to battery swapping stations and road grade constraints. *Transportation Research Part B: Methodological*, 99, 138-166.
- [11] Leung, W., Ng, S., Lam, J., Pan, S., (2008). Petrol delivery tanker assignment and routing: a case study in Hong Kong. *Journal of the Operational Research Society*, 59, 1191-1200.
- [12] Cornillier, F., Boctor, F. F., Laporte, G., Renaud, J., (2008a). An exact algorithm for the petrol station replenishment problem. *Journal of the Operational Research Society*, 59, 607-615.

- [13] Cornillier, F., Laporte, G., Renaud, J., (2008). A heuristic for the multi-period petrol station replenishment problem. *European Journal of Operation Research*, 191(2), 295-305.
- [14] Cornillier, F., Laporte, G., Boctor, F. F., Renaud, J., (2009). The petrol station replenishment problem with time windows. *Computers & Operations Research*, 36 (3), 919-935.
- [15] Johnson, D. B., (1975). Finding all the elementary circuits of a directed graph. *SIAM Journal on Computing*, 4 (1), 77-84.
- [16] Boctor, F. F., Renaud, J., Cornillier, F., (2011). Trip packing in petrol stations replenishment. *Omega*, 39, 86-98.
- [17] Cornillier, F., Boctor, F. F., Renaud, J., (2012). Heuristics for the multi-depot petrol station replenishment problem with time windows. *European Journal of Operational Research*, 220, 361-369.
- [18] Yousefikhoshbakht, M., Didehvar, F., Rahmati, F., (2014). A combination of modified tabu search and elite ant system to solve the vehicle routing problem with simultaneous pickup and delivery. *Journal of Industrial and Production Engineering*, 31(2), 65-75.