مجله تحقیق در عملیات در کاربردهای آن، سال بیستم، شماره دوم (پیاپی ۷۷)، تابستان ۰۲، ص ص ۹۵-۶۹
شاپا ۷۲۸۶-۲۲۵۱

ترکیب کارای الگوریتم‌های جستجوی ممنوع، نمونه مورچگان و جستجوی محلی برای حل مساله توزیع با پنجره‌های زمانی و ناوگان ناهمگن ثابت استیجاری

حسن زارعی[۱]، پیام بصیری[۲]، مجید یوسفی خوشبخت[۳*]

۱- استادیار، گروه ریاضی، دانشگاه پیام نور، تهران، ایران

۲- مربی، گروه ریاضی، دانشگاه پیام نور، تهران، ایران

۳- استادیار، گروه ریاضی، دانشکده علوم، دانشگاه بوعلی سینا، همدان، ایران

رسید مقاله: ۳ آبان ۱۴۰۱

پذیرش مقاله: ۸ فروردین ۱۴۰۲

چکیده

مساله مسیریابی باز وسیله نقلیه با پنجره‌های زمانی و ناوگان ناهمگن ثابت یکی از مهم‌ترین نسخه‌های مساله مسیریابی وسایل نقلیه است که دارای کاربردهای زیادی در مسایل صنعتی و خدماتی است. هدف این مساله، یافتن کمینه هزینه ثابت و متغیر حمل و نقل برای یک ناوگان ناهمگن با تعداد ثابت است که در آن ظرفیت هر وسیله نقلیه نباید نقض شود. به علاوه در این مساله هر مشتری دارای پنجره زمانی مخصوص برای سرویس‌دهی بوده و هر وسیله نقلیه مسیر خود را از انبار کالا شروع می‌کند و در یکی از مشتری‌ها به پایان می‌رساند. در این مقاله یک مدل برنامه‌ریزی صحیح-مختلط برای این مساله معرفی می‌شود و چون این مساله، همانند مسایل مسیریابی باز وسیله نقلیه و مسیریابی وسیله نقلیه با ناوگان ناهمگن ثابت، یک مساله NP–سخت است، یک الگوریتم اصلاحی جستجوی ممنوع به نام PTS برای حل مدل ارایه می‌شود. به علاوه مثالی عددی برای نشان دادن صحت مدل پیشنهادی ارایه می‌گردد و کارایی الگوریتم فراابتکاری پیشنهادی با یک الگوریتم دقیق، جستجوی ممنوع و الگوریتم مورچگان مورد مقایسه قرار می‌گیرد. نتایج به‌دست آمده، کارایی الگوریتم پیشنهادی PTS نشان می‌دهد.

کلمات کلیدی: مساله مسیریابی وسایل نقلیه باز با پنجرهای زمانی، ناوگان ناهمگن ثابت، الگوریتم جستجوی ممنوع، برنامه‌ریزی صحیح-مختلط.

* عهده‌دار مکاتبات

آدرس الکترونیکی: khoshbakht@basu.ac.ir

۱ مقدمه

یکی از راه‌های کاهش هزینه تمام‌شده تولید یک کالا، کمینه‌کردن هزینه حمل و نقل است به طوری که بتوان با کمترین هزینه کالاها را از جایی به جای دیگر منتقل کرد. به همین خاطر امروزه اهمیت مساله مسیریابی وسایل نقلیه (VRP) و گسترش‌های آن بر کسی پوشیده نیست و کاربردهای واقعی آن در زندگی روزمره سبب‌شده است که محققان روز به روز اهمیت بیشتری به آن داده و آن را از زوایای مختلف مورد بررسی قرار دهند [۱-۲]. از طرف دیگر این مساله نقش مهمی را در مدیریت توزیع و زنجیره‌تامین بازی می‌کند به طوری که طی پنجاه سال گذشته گسترش‌های زیادی از آن مانند مساله مسیریابی وسیله نقلیه باز [۳]، مساله مسیریابی وسیله نقلیه همراه با دریافت و تحویل همزمان کالا [۴]، مساله مسیریابی وسیله نقلیه پویا [۵]، مساله مسیریابی وسیله نقلیه همراه با پنجره‌های زمانی [۶] و مساله مسیریابی وسیله نقلیه ناهمگن ثابت [۷] ارایه شده است. در مساله VRP ناوگانی از وسایل نقلیه موجود در انبار باید به تعدادی از مشتریان پراکنده‌شده در اطراف انبار سرویس‌دهی کنند به شرط آنکه تقاضای کلی مشتریان اختصاص‌یافته به هر وسیله نقلیه از مقدار ثابت Q تجاوز نکند و هر مشتری فقط توسط یکی از این وسایل نقلیه مورد ملاقات قرار گیرد. باید توجه کرد که در این مساله علاوه بر این‌که فرض می‌شود که وسایل نقلیه همگی مشابه بوده، فقط یک نوع کالا وجود دارد که ناوگان وسایل نقلیه باید آن‌را به دیگر مشتریان تحویل دهد.

از طرف دیگر امروزه شرکت‌های تولیدی خود به بازاریابی، حمل و نقل و فروش کالای خود نمی‌پردازند و آن را به شرکت‌های تخصصی می‌سپارند. بنابراین برون‌سپاری و استفاده از شرکت‌های تخصصی امروزه به یک امر عادی تبدیل شده است و سرمایه‌گذاری‌های بسیار زیادی روی قراردادهای حمل و نقل برای توزیع کالاها توسط شرکت‌های تخصصی انجام شده است. در این قراردادها، شرکت‌های حمل و نقل ناوگان خود را به انبار کالای شرکت تولیدکننده می‌برند و کالاهای آن‌ها را بعد از بارگذاری به دیگر مشتریان تحویل می‌دهند. باید توجه کرد که ناوگان وسایل نقلیه در این مسایل، که اصطلاحا استیجاری خوانده می‌شوند، بعد از انجام وظایف خود دیگر به انبار کالا بازنمی‌گردند و مسیرهایشان را در مشتری‌های انتهایی به پایان می‌رسانند. این، مساله مسیریابی وسیله نقلیه باز ($OVRP$) نامیده می شود که در آن مسیرهای هامیلتونی هر وسیله نقلیه، برخلاف VRP که بسته هستند، باز می‌باشند. به طور مثال برای کاربردهایی از آن می‌توان به حمل و نقل مرسولات پستی، توزیع روزنامه‌ها به منازل و غیره اشاره کرد. باید توجه کرد که کاربردهای این مساله به موارد گفته‌شده محدود نمی‌شود و برای اطلاع کامل از این کاربردها می‌توان به [۸] مراجعه کرد. این مساله همچنین برخلاف مساله VRP دارای یک قدمت طولانی نیست و برای اولین بار در سال ۲۰۰۰ به وسیله ساریکلیس[1] و پاول[2] معرفی شد [۹]. آن‌ها برای این مساله یک روش ابتکاری اول خوشه‌بندی-دوم مسیریابی ارایه دادند. سپس از آن موقع به بعد این مساله بسیار مورد توجه قرار گرفت و روش‌های زیادی برای حل آن ارایه شد که بعضی از آن‌ها جستجوی ممنوع، مورچگان، جستجوی همسایه و ثبت به ثبت می‌باشد.

[1] Sariklis
[2] Powell

اگر در مساله مسیریابی وسیله نقلیه باز با ناوگان ناهمگن ثابت و پنجره‌های *زمانی* (*HFFOVRPTW*) فرض شود که ناوگان وسایل نقلیه دارای پنجره‌های زمانی نباشند آن‌گاه مساله مسیریابی باز وسیله نقلیه همراه با ناوگان ناهگن ثابت[1] (*HFFOVRP*) به‌وجود می‌آید که در سال ۲۰۱۲ تعریف شده است [۱۰]. در مساله پیشنهادی ناوگانی از وسایل نقلیه مختلف، به تعدادی از مشتریان با تقاضای مشخص سرویس‌دهی می‌کنند. با مشخص بودن تعداد هر دسته از وسایل نقلیه، چگونگی استفاده بهینه از این ناوگان، برای سرویس‌دهی به مشتریان مورد نظر است که سبب به‌دست آمدن کمترین هزینه شود و شرایط زیر برای هر وسیله نقلیه مورد استفاده برقرار باشد.

۱- ناوگان مورد استفاده در این مساله از نظر ظرفیت، هزینه ثابت (هزینه نگهداری و تعمیر) و هزینه متغیر (هزینه واحد مسافت) با یکدیگر تفاوت دارند و از هر نوع، تعداد ثابت و مشخصی وجود دارد.

۲- هر وسیله نقلیه مسیر خود را از انبار شروع کند و مسیر خود را در آخرین مشتری به پایان برساند.

۳- مقدار درخواست کالای هر مشتری از مقدار ظرفیت وسیله نقلیه اختصاص داده شده کمتر باشد و فقط توسط آن برطرف شود.

۴- مقدار زمان قابل قبول برای هر وسیله نقلیه از حداکثر زمان معین برای آن وسیله نقلیه کمتر باشد.

۵- هر کدام از مشتریان دارای بازه‌های زمانی مشخص هستند که باید در این بازه‌ها ملاقات قرار شوند.

در این مقاله، یک مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح-مختلط برای مساله *HFFOVRPTW* ارایه می‌گردد و سپس چندین مثال از این مساله در نظر گرفته می‌شوند و با روش دقیق (نرم‌افزار ایمز[2] با نسخه ۱۲.۳) مورد حل قرار می‌گیرند. این مساله گسترش‌یافته دو مساله *OVRP* و *HFFVRP* است که می‌توان با تخفیف محدودیت‌هایی به این دو مساله رسید. به طور مثال اگر بدون در نظر گرفتن پنجره‌های زمانی، فرض شود که وسایل نقلیه مورد استفاده در این مساله همگن باشند و تفاوتی در ظرفیت آن‌ها نباشد، آنگاه مساله به *OVRP* تبدیل می‌شود. البته باید توجه کرد که در حالت ساده *OVRP* هزینه ثابت و متغیر برای استفاده از وسایل نقلیه نیز وجود ندارد که برای این منظور هزینه ثابت برابر صفر و هزینه متغیر برابر یک در نظر گرفته می‌شود. از طرف دیگر اگر برای مساله *HFFOVRP* بدون پنجره‌های زمانی، شرط مسیر هامیلتونی به دور هامیلتونی تبدیل شود آنگاه مساله *HFFVRP* به وجود می‌آید. باید توجه کرد که این تبدیل هم به آسانی و با در نظر گرفته هزینه صفر بین هر گره انتهایی تا انبار کالا، امکان‌پذیر است. با این اوصاف بنا بر مقالاتی که ثابت می‌کند دو مساله *OVRP* و *HFFVRP* *NP*–سخت[3] هستند [۱۱]، مساله *HFFOVRPTW* نیز مساله *NP*–سخت است. در نهایت یک الگوریتم اصلاحی جستجوی ممنوع برای این مساله ارایه می‌گردد و کارایی آن با روش دقیق و الگوریتم مورچگان مورد بررسی قرار می‌گیرد. نتایج نشان می‌دهد که الگوریتم فراابتکاری پیشنهادی از کارایی بسیار خوبی برخوردار است و توانسته در مدت زمان کمتری جواب‌های باکیفیتی را تولید کند.

[1] Heterogeneous Fixed Fleet Open Vehicle Routing Problem (HFFOVRP)
[2] Aimms
[3] NP-hard

در این مقاله ابتدا تاریخچه مساله *HFFOVRP* در بخش ۲ بررسی می‌گردد و سپس مدل مساله در بخش ۳ ارایه می‌شود. در بخش ۴ روش پیشنهادی شرح داده می‌شود و سپس در بخش ۵ چندین مثال استاندارد در نظر گرفته می‌شود و با استفاده از روش‌های دقیق، جستجوی ممنوع و رتبه‌بندی مورچگان اصلاحی حل می‌گردد. در انتها نتیجه‌گیری و جهت‌گیری‌های آینده در بخش ۶ ارایه می‌گردد.

۲ تاریخچه و ادبیات موضوع

در صنعت حمل‌ونقل به ندرت از ناوگان همگن، که در آن وسایل نقلیه با هم مشابهت کامل دارند، برای ارایه خدمات مختلف به مشتریان استفاده می‌شود زیرا یک ناوگان معمولاً برای یک دوره زمانی طولانی خریداری می‌شود و صاحبان شرکت‌های حمل و نقل به طور معمول تمایل دارند که دارای ناوگانی از وسایل نقلیه متفاوت برای فعالیت در زمینه‌های مختلف باشند. به علاوه در مسایل روزمره حمل و نقل به علت تفاوت نوع کالا و یا نوع پراکندگی مشتری‌ها در اطراف شرکت‌های تولیدی، این شرکت‌ها قراردادهای خود را برای توزیع کالا با شرکت‌های مختلف خدماتی، که هر کدام از آن‌ها دارای ناوگان وسایل نقلیه متشابه هستند، می‌بندند. به عبارت دیگر حالت‌هایی به‌وجود می‌آید که شرکت‌های تولیدی از چندین ناوگان برای توزیع کالای خود استفاده می‌کنند تا آن کالا با هزینه کمتری به دست مشتریان برسد. بنابراین مساله مسیریابی وسیله نقلیه با ناوگان ناهمگن[1] (*HFVRP*) دارای کاربردهای خدماتی و صنعتی زیادی است که سبب‌شده مورد توجه تعدادی از محققین مانند گندریو[2]، لاپورت[3] و ماسراگانیا[4] [۱۲]، لی[5]، گلدن[6] و واسیل[7] [۱۳]، لی، تیان[8] و آنجا[9] [۱۴] ، تاراتیلیس[10]، کیرانودیس[11] و واسیالیس[12] [۱۵] قرار گیرد. در این‌گونه از مسایل ناوگان به صورت ناهمگن و دارای ظرفیت‌های گوناگون، تعداد وسایل نقلیه به صورت محدود و معین، هزینه ثابت برای استفاده از هر وسیله نقلیه و هزینه غیرثابت برای استفاده از هر وسیله نقلیه در واحد مسافت وجود دارد.

به طور مثال چو[13] در سال ۲۰۰۵ مساله *HFVRP* را مورد بررسی قرار داد [۱۵]. در این مقاله حالتی در نظر گرفته شد که علاوه بر وجود یک ناوگان ناهمگن ثابت از کامیون‌ها، در صورت نیاز تعدادی از مشتریان به وسیله کامیون‌های اجاره شده سرویس داده می‌شدند. در این مقاله یک مدل ریاضی و یک روش ابتکاری برای انتخاب مشتریانی که باید به کامیون‌های اجاره‌شده اختصاص می‌یافتند، ارایه شده است. از طرف دیگر در مقاله [۱۶] به وسیله بولداک[14] و همکارانش حالتی در نظر گرفته شده است که در آن امکان اجاره کامیون نیز وجود دارد. در

[1] Heterogeneous Fixed Vehicle Routing Problem (HFVRP)
[2] Gendreau
[3] Laporte
[4] Musaraganyi
[5] Li
[6] Golden
[7] Wasil
[8] Tian
[9] Aneja
[10] Tarantilis
[11] Kiranoudis
[12] Vassiliadis
[13] Chu
[14] Bolduc

این الگوریتم ابتدا مشتریانی که باید توسط کامیون‌های اجاره‌شده، سرویس داده شوند انتخاب و سپس اولین جواب ساخته می‌شود و با الگوریتم ابتکاری بهبوددهنده چندگانه[1] بهبود می‌یابد. سپس دومین جواب ساخته می‌شود و مجدداً بهبود داده می‌شود. باید توجه کرد که از بین دو جواب بهبودیافته، جوابی به عنوان جواب نهایی انتخاب می‌شود که دارای هزینه کمتر باشد. به علاوه پرینز[2] دو الگوریتم پیشنهادی را برای حل دو مساله *HFFVRP* و مساله مسیریابی با تعیین اندازه و ترکیب ناوگان[3] (*FSMVRP*) استفاده کرد [۱۷]. باید توجه کرد که در الگوریتم پیشنهادی ژنتیک ترکیبی، جواب به‌دست آمده بعد از تقاطع[4] و جهش[5] با به‌کارگیری روش جستجوی محلی بهبود می‌یابد. همچنین اسمیدا[6] و همکارانش در سال ۲۰۱۰ مساله توزیع بتن آماده را مورد بررسی قرار دادند. در این مساله هدف توزیع بتن‌های ساخته شده به وسیله ناوگانی ثابت از وسایل نقلیه متفاوت بود [۱۸]. این مقاله از یک روش دقیق استفاده می‌کرد که توسط روش جستجوی همسایگی بزرگ[7] (*VLNS*) مورد هدایت قرار می‌گرفت. این روش بر روی ۲۰ مثال با اندازه‌های مختلف، که بر اساس داده‌های یک شرکت توزیع مصالح ساختمانی ساخته‌شده بود، مورد تست قرار گرفت. نتایج به‌دست آمده کارایی الگوریتم را نشان می‌داد. همچنین در همین سال ایوچی[8] و همکارانش مساله *HFFVRP* را مورد توجه قرار دادند و الگوریتمی فراابتکاری که ترکیبی از الگوریتم جستجوی ممنوع و حافظه تطابقی بود را برای حل این مساله ارایه دادند [۱۹]. این روش بر روی مثال‌های ارایه‌شده در [۲۰] مورد آزمایش قرار گرفت. در سال ۲۰۱۱، براندو[9] مساله *HFFVRP* را مورد بررسی قرار داد و الگوریتم جستجوی ممنوع را برای حل این مساله ارایه کرد [۲۱]. این الگوریتم بر اساس الگوریتم ارایه‌شده برای *FSMVRP* بود که بر روی مثال‌های ارایه‌شده در [۲۰] و همچنین یک مجموعه مثال جدید مورد آزمایش قرار گرفت و نتایج آن با سایر الگوریتم‌های فراابتکاری مقایسه شد.

به علاوه در مقاله [۲۲]، یک مساله واقعی مسیریابی خودرو برای صنعت تحویل گاز انگلستان انجام شده است که در آن ناوگان ناهمگن، زمان سرویس دهی وابسته به تقاضا، حداکثر اضافه‌کاری مجاز و الزامات مخصوص بار کم در آن وجود دارد. سپس یک فرمول‌بندی ریاضی برای مساله ایجاد و برای نمونه‌های کوچک جواب‌های بهینه پیدا شده است. به علاوه الگوریتم جدید جستجوی همسایگی متغیر جمعیت محور یادگیرنده برای حل این مساله کاربردی لجستیک ارایه شد که در این الگوریتم برای اولین بار، حافظه تطابقی با روش بدون حافظه تکراری کلاسیک ترکیب شده بود.

[1] λ - interchange
[2] Prins
[3] Fleet Size and Mix Vehicle Routing Problem (FSMVRP)
[4] Crossover
[5] Mutation
[6] Schmida
[7] Very Large Neighborhood Search (VLNS)
[8] Euchi
[9] Brando

در سال ۲۰۱۷ اردوغان[1] یک حل‌کننده صفحه گسترده برای مساله مسیریابی ارایه کرد [۲۳]. این حل‌کننده یک فایل با کد باز بود که می‌توانست برای تعداد زیادی از نسخه‌های *VRP* کار کند. سپس از این برای دو کاربرد واقعی برای مراقبت درمانی و صنعت توریسم استفاده کرد. در نهایت از این الگوریتم برای مثال‌های استاندارد مساله *VRP* با ظرفیت و محدودیت پیمایش استفاده شد که نتایج نشان داد که این الگوریتم برای مثال‌هایی با حداکثر ۲۰۰ مشتری بسیار کارا است و می‌تواند جواب‌های بسیار خوبی را حداکثر در یک ساعت زمان اجرا به‌دست آورد.

مقاله [۲۴] برای اولین بار یک مساله مکانیابی-مسیریابی با تقاضاهای حساس به قیمت را در نظر گرفت که در آن حل امکانات، تخصیص وسایل نقلیه و مشتریان برای ایجاد امکانات و تصمیمات قیمت‌گذاری و مسیریابی به منظور به حداکثررساندن سود کلی مشتریان را تعیین می‌کند. سپس یک مدل برنامه‌نویسی خطی-مختلط ارایه شده است که تنها می‌تواند برای حل نمونه ها با اندازه کوچک با حل‌کننده‌های تجاری مورد استفاده قرار گیرد. سپس این مدل به عنوان یک مدل بسته‌بندی مجدد تنظیم‌شده و یک الگوریتم کارامد برش و قیمت برای نمونه‌های بزرگ برای حل آن ارایه گردیده است. همچنین می‌توان از الگوریتم پیشنهادی برای حل مشکلات اساسی‌تر همچون مسیریابی-مکان یابی با استفاده از نیازها و مطالبات غیرقابل ارجاع و یا مسیریابی وسیله نقلیه با تقاضای‌های حساس به قیمت استفاده کرد، که تاکنون هیچ تحقیق قبلی در آن انجام نشده است. مطالعات عددی آنها نشان‌دهنده مزیت اساسی مدل یکپارچه است که از آن می‌توان برای طراحی شبکه‌های توزیع سیستم‌های آنلاین استفاده کرد.

۳ مدل‌بندی

از دیدگاه نظریه گراف مساله *HFFOVRPTW* می‌تواند به این صورت تعریف شود که فرض کنید $G(V,A)$ نشان‌دهنده یک گراف است که در آن $V=\{۰، ۱،...،n\}$ مجموعه گره و $A=\{(i,j)|\, i,j \in V \; and \; i \neq j\}$ مجموعه یال‌های موجود در آن است. اگر گراف G کامل نبود آن‌گاه هر یال وجود نداشته به وسیله یالی با هزینه مثبت بی‌نهایت جایگزین می‌شود. گره صفر نمایش‌دهنده انبار کالا و بقیه n گره نشان‌دهنده مشتری‌ها هستند و هر یک از گره‌ها مانند $i=\{۱،۰، ...،n\}$ دارای مقدار تقاضای کالای q_i است. همچنین به هر کمان موجود در A فاصله اقلیدسی c_{ij} متناظر شده است که در آن برای هر $۰ \le i,j \le n$، $c_{ii}=۰$ و $c_{ij}=c_{ji}$ است.

از طرف دیگر ناوگانی از K نوع وسیله نقلیه متفاوت در مبدا قرار گرفته است؛ به طوری که هر وسیله نقلیه از نوع k دارای ظرفیت Q_k، هزینه ثابت f_k (در صورت استفاده از آن وسیله نقلیه در جواب مساله) و هزینه متغیر α_k است. به علاوه از نوع kام، تعداد n_k وسیله در ناوگان موجود است. باید توجه کرد که هزینه متغیر، هزینه طی یک واحد مسافت توسط یک وسیله نقلیه است به طوری که هزینه پیمایش هر کمان (i,j) توسط وسیله نقلیه نوع kام برابر با $c_{ij}^k = c_{ij} \times \alpha_k$ است. بنابراین در مساله *HFFOVRPTW*، K ماتریس هزینه متقارن وجود دارد.

[1] Erdoghan

به‌علاوه مقدار کالایی که وسیله نقلیه kام هنگام سفر از گره i به گره j حمل می‌کند با y_{ij}^k نشان داده می‌شود. همچنین در این مساله برای هر کمان، علاوه بر هزینه c_{ij}^k برای نوع kام ، زمان t_{ij}^k نیز به هر یک از آن‌ها مربوط می‌شود. هر مشتری می‌بایست در پنجره زمانی خودش که از قبل تعریف‌شده است و محدود به زودترین زمان شروع e_i و دیرترین زمان سرویس l_i می‌باشد، مورد ملاقات قرار گیرد. به علاوه وسیله نقلیه نوع kام نمی‌توانند بعد از دیرترین زمان سرویس به یک مشتری برسند و اگر زودتر از زمان شروع به یک مشتری می‌رسند متحمل یک زمان انتظار اضافی w_i^k می‌گردند. به علاوه در این مساله برای هر وسیله نقلیه نوع k، t_i^k زمان ورود به گره i و f_i^k زمان سرویس در گره i است. اگر وسایل نقلیه مسیرهای خود را در حداکثر زمان سفر مجاز r به اتمام برسانند، آن‌گاه هدف در این مساله یافتن مسیرهایی برای وسایل نقلیه با حداقل هزینه است که در آن تمام محدودیت‌ها شامل ظرفیت، زمان سفر و محدودیت پنجره زمانی برای وسایل نقلیه برقرار باشند.

اگر برای $(i, j = ۰,۱,,...,n; i \neq j)$ وسیله نقلیه kام به‌طور مستقیم از گره i به گره j حرکت کند، $x_{ij}^k = ۱$ در نظر گرفته و در غیر این‌صورت $x_{ij}^k = ۰$ فرض می‌شود، بنابراین مدل صحیح-مختلط مساله *HFFOVRPTW* به شرح زیر می‌باشد.

$$\text{Min} \sum_{k=۱}^{K} f_k \sum_{j=۱}^{n} x_{۰j}^k + \sum_{k=۱}^{K} \sum_{i=۰}^{n} \sum_{j=۰}^{n} c_{ij}^k x_{ij}^k \qquad (۱)$$

$$s.t. \sum_{k=۱}^{K} \sum_{i=۰}^{n} x_{ij}^k = ۱ \qquad \forall j = ۱,۲,...,n \qquad (۲)$$

$$\sum_{k=۱}^{K} \sum_{j=۱}^{n} x_{ij}^k \leq ۱ \qquad \forall i = ۱,۲,...,n \qquad (۳)$$

$$۰ \leq \sum_{i=۰}^{n} x_{ij}^k - \sum_{i=۰}^{n} x_{ji}^k \leq ۱ \qquad \forall j = ۱,۲,...,n,\ \forall k = ۱,۲,...,K \qquad (۴)$$

$$\sum_{j=۱}^{n} x_{۰j}^k \leq n_k, \qquad \forall k = ۱,۲,...,K \qquad (۵)$$

$$\sum_{k=۱}^{K} \sum_{i=۰}^{n} y_{ij}^k - \sum_{k=۱}^{K} \sum_{i=۰}^{n} y_{ji}^k = q_j, \qquad \forall j = ۱,۲,...,n \qquad (۶)$$

$$q_j x_{ij}^k \leq y_{ij}^k \leq (Q_k - q_i) x_{ij}^k \qquad \forall i, j = ۰,۱,...,n, i \neq j,\ \forall k = ۱,۲,...,K \qquad (۷)$$

$$\sum_{j=۱}^{n} x_{i۰}^k = ۰, \qquad \forall k = ۱,۲,...,K \qquad (۸)$$

$$\sum_{i=۱}^{n} \sum_{j=۱, j \neq i}^{n} x_{ij}^k (t_{ij}^k + f_i^k + w_i^k) \leq r \quad for\ k \in \{۱,۲,...,K\} \qquad (۹)$$

$$t_{۰}^k = w_{۰}^k = f_{۰}^k = ۰ \qquad (۱۰)$$

$$\sum_{i=۰, i \neq j}^{n} x_{ij}^k (t_i^k + t_{ij}^k + f_i^k + w_i^k) \leq t_j^k \quad for\ j \in \{۱,۲,...,n\}\ and\ k \in \{۱,۲,...,K\} \qquad (۱۱)$$

$$e_i \leq (t_i^k + w_i^k) \leq l_i \qquad for\ i \in \{۱,۲,...,n\}\ and\ k \in \{۱,۲,...,K\} \qquad (۱۲)$$

$$x_{ij}^{k} \in \{0,1\} \qquad \forall i, j = 0,1,...,n,\ \forall k = 1,2,...,K \qquad (13)$$

$$y_{ij}^{k} \geq 0 \qquad \forall i, j = 0,1,...,n,\ \forall k = 1,2,...,K \qquad (14)$$

در این مدل رابطه (۱) نشان‌دهنده تابع هزینه است که از دو جمله تشکیل‌شده است. در این رابطه جمله اول مجموع هزینه‌های ثابت وسایل نقلیه و جمله دوم مجموع هزینه‌های متغیر آن را نشان می‌دهد. باید توجه کرد که در این مدل اگر متغیرهای تصمیم y_{ij}^{k} در نظر گرفته نشوند، که پیوسته هستند و در محدودیت‌هایی استفاده می‌شوند که از بارگذاری غیرمجاز وسایل نقلیه جلوگیری می‌کنند، آن‌گاه به تعداد $K(n+1)^2$ متغیر تصمیم برای x_{ij}^{k} وجود دارند که بعد از حل مدل، n عدد آن‌ها مقدار یک اختیار می‌کنند و بقیه آن‌ها مقدار صفر می‌گیرند.

رابطه (۲) تضمین می‌کند که به هر مشتری فقط یک وسیله نقلیه وارد می‌شود در حالی که رابطه (۳) به این نکته اشاره می‌کند که از هر مشتری حداکثر یک وسیله نقلیه خارج می‌شود. باید توجه داشت که علت اینکه شرایط محدودیت‌های (۲) و (۳) به طور متفاوت در نظر گرفته می‌شود این است که در جواب مساله *HFFOVRPTW* به هر مشتری دقیقا یک وسیله نقلیه وارد می‌شود در حالی که n مشتری هستند که مسیرهای وسایل نقلیه به آن‌ها ختم می‌شوند و هیچ کامیونی از آن‌ها خارج نمی‌شود.

به علاوه رابطه (۴) سبب می‌گردد که هر وسیله نقلیه که به یک مشتری وارد شد در صورتی که گره انتهایی نباشد، از آن خارج شود. در این مشتری‌ها مقدار تفاضل در محدودیت (۴) مقدار صفر را می‌گیرد اما اگر این مشتری‌ها گره انتهایی باشند و وسایل نقلیه مسیرهای خود را در آن‌ها به پایان برسانند آن‌گاه تعداد وسایل نقلیه ورودی، یک واحد از تعداد وسایل نقلیه خروجی بیشتر می‌باشد. رابطه (۵) نشان می‌دهد که تعداد کامیون‌های به کار رفته از نوع kام باید حداکثر برابر n_k باشد. باید توجه داشت که در مساله *HFFOVRPTW* تعداد کامیون‌های مورد استفاده از هر نوع می‌تواند به طور اکید از مقدار n_k کمتر باشد.

رابطه (۶) تضمین می‌کند که تقاضای هر مشتری حتماً به‌طور کامل برآورده می‌شود. به عبارت دیگر نیاز هر مشتری در این مساله باید فقط در یک ملاقات و توسط یک وسیله نقلیه برطرف شود. رابطه (۷) نشان می‌دهد که محدودیت ظرفیت هر وسیله نقلیه رعایت می‌شود. همچنین رابطه (۸) باعث می‌شود که هیچ مسیری به انبار کالا ختم نشود. در واقع این محدودیت به همراه (۲)، (۳) و (۴) باز بودن مسیرها را تضمین می‌کنند. رابطه (۹) محدودیت حداکثر زمان سفر را بیان می‌کند. در نهایت محدودیت‌های (۱۲-۱۰) محدودیت پنجره زمانی را اعمال می‌کنند. در نهایت روابط (۱۳) و (۱۴) دامنه متغیرها را تعیین می‌کنند.

٤ الگوریتم جستجوی ممنوع پیشنهادی

به طور کلی الگوریتم‌های ارایه‌شده برای مساله *VRP* را می‌توان به دو دسته دقیق و تخمینی تقسیم‌بندی کرد. در دسته اول که برای مسایل با ابعاد کوچک مورد استفاده قرار می‌گیرد، جواب بهینه مساله در یک زمان بسیار زیاد به‌دست می‌آید. در دسته دوم که تقریباً سه دهه است که به‌صورت جدی به آن پرداخته می‌شود، جواب بهینه مساله در بیشتر مواقع به‌دست نمی‌آید ولی الگوریتم می‌تواند به یک جواب نزدیک به بهینه در یک زمان قابل

قبول دست پیدا کند. باید توجه کرد که الگوریتم‌های تخمینی خود نیز به دو دسته الگوریتم‌های ابتکاری و فراابتکاری تقسیم‌بندی می‌شوند. در روش‌های فراابتکاری که میزان اجرای الگوریتم، برخلاف روش‌های ابتکاری، به تصمیم کاربر وابسته است، جواب‌ها تقریباً در یک زمان بیشتر از الگوریتم‌های ابتکاری و کمتر از روش‌های دقیق به‌دست می‌آیند [۲۵]. اگر چه معمولاً جواب‌های این روش‌ها از جواب‌های روش‌های ابتکاری بهتر است و این‌گونه از الگوریتم‌ها از راهکارهایی استفاده می‌کنند که تا حد ممکن در بهینه‌های محلی گیر نیفتند، اما پارامترهای زیادی در این الگوریتم‌ها وجود دارند که باید توسط کاربر به صورت تجربی به‌دست آیند. این حجم زیاد پارامترها سبب می‌شوند که الگوریتم‌ها نتوانند در تکرارهای مشابه جواب‌های یکسانی به‌دست آورند. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که این‌گونه الگوریتم‌ها دارای یک روال ثابت برای رسیدن به جواب نبوده و پارامترهای تصادفی نقش زیادی را در این الگوریتم‌ها بازی می‌کنند. الگوریتم جستجوی ممنوع که شبه کد آن در شکل ۱ نشان داده شده است، بدین علل در این مقاله مورد بررسی قرار گرفته شده است که اولاً این روش از بهترین روش‌ها برای حل مسایل مسیریابی محسوب می‌شوند و ثانیا ترکیب این الگوریتم با الگوریتم‌های جستجوی محلی سبب می‌شود که تا حد ممکن از مزایای هر کدام از الگوریتم‌ها به نحو احسن استفاده شود. باید توجه داشت که در این شکل $N(x)$ همسایگی، $Tlist$ لیست ممنوع و AC شرایط رضایت است که بعدا شرح داده می شود. این روش که توسط گلوور[1] ارایه شده بود [۲۶] توسط سایر دانشمندان در سال‌های اخیر تکامل یافته و به روشی بسیار کارا تبدیل شده است به طوری‌که در بعضی از مسایل بهینه‌سازی ترکیباتی به بهترین جواب‌ها دست یافته است [۲۷-۳۱].

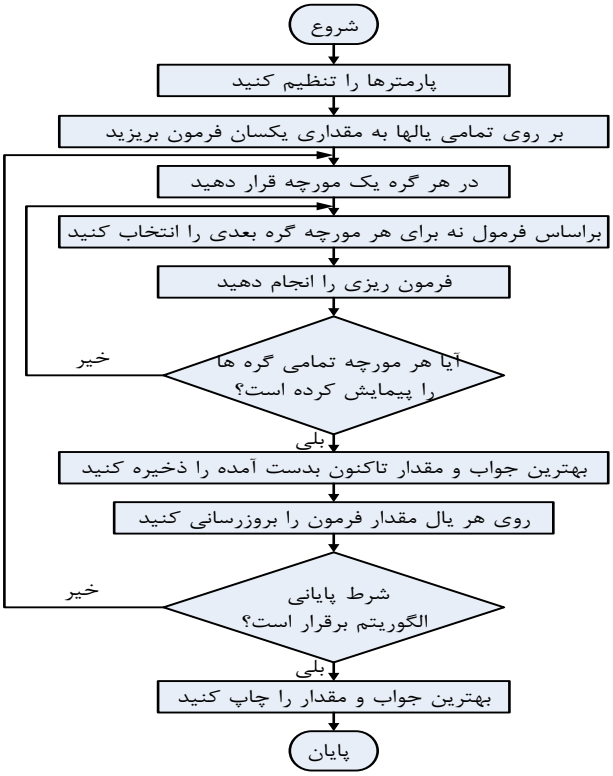
از مهم‌ترین اصلاحاتی که تاکنون بر روی این الگوریتم صورت گرفته است می‌توان به پیاده‌سازی الگوریتم به صورت موازی، استفاده از روش‌های متفاوت و متنوع برای ایجاد همسایه، استفاده از روش‌های مختلف تنوع[2] و تشدید[3] به منظور هدایت فرآیند جستجو در الگوریتم و استفاده از الگوریتم های جستجوی محلی کاراتر برای افزایش قدرت الگوریتم در یافتن جواب‌های باکیفیت بهتر، اشاره کرد. استفاده از یکی از اصلاحات و یا تعدادی از آن سبب گردید که نسخه‌های کاراتر از این الگوریتم پدید آید که خواننده برای اطلاعات بیشتر می‌تواند به [۳۲] مراجعه کند. یکی دیگر از کارهایی که برای این الگوریتم در مقالات دیگر انجام شده است به‌کارگیری روش‌های دیگر برای ترکیب با این روش برای ارتقای بیشتر الگوریتم می‌باشد [۳۳-۳۴]. به همین دلیل ایده اصلی الگوریتم پیشنهادی، ارایه یک الگوریتم کارا برای ایجاد جواب اولیه مورد نیاز الگوریتم جستجوی ممنوع، توسط الگوریتم نمونه مورچگان و همچنین استفاده از الگوریتم‌های مختلف جستجوی همسایه مانند درج[4]، جابجایی[5] و بهبود دهنده دوگانه برای جستجوی بیشتر فضای نمونه و یافتن جواب‌های بهتر است. حال به گام‌های اساسی الگوریتم جستجوی ممنوع پیشنهادی پرداخته می‌شود.

1. Glover
2. Diversification
3. Intensification
4. Insert Move
5. Swap Move

Max: The defined maximum number of iteration
X_{best}: An initial solution obtained by another algorithm
Tlist: The considered tabu list
N(x): The neighborhood set N
AC: The aspiration criteria
Cset: The Candidate set
While i<=Max
    Cset=N(x)-Tlist+AC
    Find the best solution belonging to Cset called $X_{current}$
    If $f(X_{current})<f(X_{best})$
        $X_{best}= X_{current}$
    Update Tlist with FIFO policy
End

شکل ۱. شبه کد الگوریتم جستجوی ممنوع

۱-الگوریتم جستجوی ممنوع یک الگوریتم بهبوددهنده است که در ابتدا باید با یک جواب ابتدایی شروع به کار کند که هر چه این جواب از کیفیت بهتری برخوردار باشد سبب می شود که الگوریتم با احتمال بیشتری به جواب‌های بهتری در یک زمان معقول برسد. بنا بر اهمیت این مرحله در الگوریتم پیشنهادی، یک روش اصلاحی نمونه مورچگان ارایه شده است. این روش یکی از نسخه‌های مهم الگوریتم مورچگان است (شکل ۲) که می‌تواند در یک زمان کم نسبت به سایر نسخه‌ها به جواب های خوبی دست پیدا کند.



شکل ۲. فلوچارت الگوریتم مورچگان

برای آنکه بتوان جواب‌های بهتری را توسط این الگوریتم اصلاحی ایجاد کرد چندین اصلاح زیر بر روی آن انجام شده است.

الف. فرمون‌ریزی محلی راهنمای خوبی برای یافتن جواب‌های باکیفیت محسوب نمی‌شود و چه بسا یال‌هایی وجود داشته باشند که متعلق به بهترین مسیر در هیچ تکراری نباشند ولی در هر تکرار فرمون‌ریزی شوند. بنابراین بهتر است که از فرمون‌ریزی محلی در این روش اجتناب شود تا مورچه‌ها برای یافتن جواب‌های جدید فقط از فرمون‌ریزی سراسری استفاده کنند. زیرا این عمل سبب می‌گردد که فقط یال‌هایی مورد توجه قرار گیرند که متعلق به بهترین مسیر تاکنون به‌دست آمده باشند.

ب. اشکال دیگری که در این الگوریتم وجود دارد این است که در فرمون‌ریزی سراسری فقط بهترین مسیر تاکنون به‌دست آمده فرمون‌ریزی می‌شود در صورتی که به علت ساختار تصادفی که الگوریتم مورچگان دارد این امکان وجود دارد که مقدار بهترین جواب در هر تکرار نسبت به تکرارهای قبلی بهتر یا بدتر شود. بنابراین این احتمال وجود دارد که در چندین تکرار محدود، مقدار کیفیت بهترین جواب افزایش پیدا نکند و علی‌رغم این‌که یک جواب شاید از کیفیت خوبی برخوردار نباشد (به خصوص در ابتدای الگوریتم) اما در چندین تکرار به طور متوالی مورد فرمون‌ریزی قرار گیرد. بنابراین در تکرارهای بعدی که الگوریتم می‌تواند با جستجوی بیشتر کیفیت جواب‌ها را افزایش دهد، این فرمون اضافی بر روی یک جواب نامناسب سبب می‌گردد که الگوریتم زمان زیادی را برای تعویض جهت جستجو در فضای جواب از دست بدهد بدون آنکه بتواند به جوابی بهتر دست یابد. بنابراین در الگوریتم پیشنهادی، بعد از این‌که تمامی جواب‌ها در هر تکرار به‌دست آمد، ۱۰ درصد از بهترین جواب‌ها انتخاب‌شده و بر روی آن‌ها به یک اندازه فرمون ریخته می‌شود. باید توجه کرد که تفاوت این عمل با حالت عادی در این است که در این الگوریتم به جای تشویق بهترین مسیر تاکنون پیدا شده، ۱۰ درصد از بهترین مسیرهای پیدا شده در هر تکرار تشویق می‌شوند. لازم به ذکر است برای تعدادی از مثال‌ها مقدارهای ۵، ۲۰، ۳۰ و ۴۰ درصد نیز مورد امتحان واقع شد اما مقدار ۱۰ باعث به‌دست آمدن بهترین جواب‌ها شد.

ج. در هر مرحله از الگوریتم، هرگاه بهترین جواب جاری ارتقا پیدا کرد آنگاه سه الگوریتم جستجوی محلی درج، جابجایی و بهبوددهنده دوگانه در نظر گرفته می‌شود و بر روی این جواب استفاده می‌شود و بهترین جواب به‌دست آمده با استفاده از این سه الگوریتم، جایگزین بهترین جواب می‌گردد.

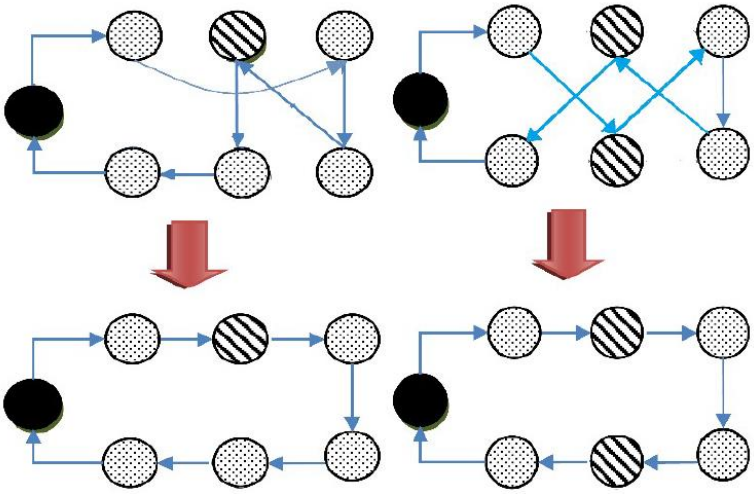
۲- برای هر جواب اولیه در الگوریتم جستجوی ممنوع، یک مجموعه‌ی همسایگی به‌دست می‌آید که نه این تعداد باید خیلی زیاد باشند چون امکان محاسبه همه‌ی آن‌ها از نظر هزینه محاسبات وجود نداشته باشد و نه باید کم باشد که سبب یافتن و افزایش کیفیت جواب‌های به‌دست آمده نمی‌شود. به همین علت با به کار بردن یک

استراتژی کاهش‌دهنده زیرمجموعه‌ای به عنوان مجموعه همسایگی به‌دست می‌آید. حال مقادیر این مجموعه جواب مورد بررسی قرار می‌گیرد و از بین آن‌ها بهترین مقدار و جواب برای مقایسه با بهترین مقدار و جواب به‌دست آمده انتخاب می‌شود. الگوریتم‌های زیادی تاکنون برای ایجاد همسایگی ارایه شده‌اند که برای مثال می‌توان به درج، جابجایی، جستجوی محلی دوگانه و سه‌گانه و تقاطع[1] اشاره کرد. در الگوریتم پیشنهادی علاوه بر الگوریتم نمونه مورچگان، دو الگوریتم دیگر درج و جابجایی نیز به‌کار می‌رود (شکل ۳). در الگوریتم درج یک مشتری از یک مسیر وسیله نقلیه برداشته می‌شود و به مسیر یک وسیله نقلیه دیگر ارسال می‌شود به شرط آنکه اولاً جواب جدید در محدودیت‌های مساله صدق کند و ثانیاً جواب جدید دارای مقدار بهتری نسبت به قبل باشد. در حالی که در حرکت جابجایی یک مشتری در یک مسیر با یک مشتری دیگر در مسیر دیگر شکل می‌گیرد. هر دو این الگوریتم‌ها سبب جستجوی بیشتری در فضای جواب می‌گردد زیرا سبب می‌شود مشتری‌های هر وسیله نقلیه کاملا جابجا شود. از طرف دیگر برای جستجوی بادقت تر فضای نمونه مسیر هر وسیله نقلیه به الگوریتم نمونه مورچگان داده می‌شود و این الگوریتم این مساله را به عنوان یک مساله فروشنده دوره گرد در نظر گرفته و آن‌را دوباره حل می‌کند. باید توجه داشت که در زمانی الگوریتم نمونه مورچگان مورد استفاده قرار می‌گیرد که مشتری‌های هر وسیله نقلیه عوض نمی‌شوند؛ بلکه در این هنگام که مساله به تعدادی مساله فروشنده دوره‌گرد تبدیل شده است، الگوریتم مورچگان مسیر هر کامیون را به‌روزرسانی می‌کند. چون دو عمل درج و جابجایی تغییرات زیادی را در جواب ایجاد می‌کنند و فضای جواب را با گستردگی بیشتری مورد بررسی قرار می‌دهند، هر کدام با احتمال ۴۰ درصد در هر تکرار الگوریتم مورد استفاده قرار می‌گیرند. از طرف دیگر چون الگوریتم نمونه مورچگان مشتری‌های هر وسیله نقلیه را عوض نمی‌کنند بنابراین الگوریتم بیشتر به وسیله این الگوریتم جستجوی محلی را انجام می‌دهد و همسایگی‌های نزدیک جواب به‌دست آمده را جستجو می‌کند. به همین علت، احتمال استفاده از این الگوریتم در روش پیشنهادی کمتر در نظر گرفته شده و ۲۰ درصد انتخاب می‌شود.

۳- یکی از مهم‌ترین خصوصیات الگوریتم جستجوی ممنوع آن است که برخلاف الگوریتم جستجوی محلی، ممکن است از جوابی بهتر در تکرار جاری به جوابی بدتر در تکرار بعدی انتقال پیدا می‌کند. در اینجاست که اهمیت وجود لیست ممنوع در بهنگام‌رسانی جواب‌ها معلوم می‌گردد. باید توجه داشت که پذیرش جواب‌های بدتر باعث افزایش ریسک مشاهده مجدد یک جواب و در نتیجه ایجاد دور می‌گردد. در این‌جا برای جلوگیری از حرکاتی که ممکن است منجر به مشاهده جواب‌های تکراری شود، از یک حافظه کوتاه مدت به نام لیست ممنوع استفاده می‌شود و تمام جواب‌هایی که اخیراً مشاهده شده‌اند برای تعداد مشخصی تکرار در این لیست قرار می‌گیرند. بنابراین جابجایی از جواب فعلی به جواب بعدی زمانی انجام می‌شود که جواب جدید در لیست ممنوع نباشد و شرایط رضایت (آزادسازی)[2] در آن صدق کند که سبب می‌شود الگوریتم از بازگشت مجدد به جواب‌های اخیراً مشاهده‌شده و ایجاد دور جلوگیری کند. باید توجه کرد که در الگوریتم پیشنهادی مانند روش کلاسیک بعد از هر حرکت، لیست ممنوع به هنگام می‌شود. به این صورت که جواب جدید به لیست اضافه

1. Cross
2. Aspiration condition

می‌شود و قدیمی‌ترین جواب در لیست همانند صف، از آن خارج می‌شود. به‌علاوه طول لیست ممنوع فرآیند جستجو را کنترل می‌کند به طوری که لیست کوچک سبب می‌شود حالت ممنوعیت سریع‌تر از جواب‌ها برداشته شده و جستجو روی ناحیه کوچکی از جواب‌ها متمرکز می‌شود. اما زمانی که لیست بزرگ باشد، جواب‌های بیشتری در لیست قرار می‌گیرند و محدوده جستجو گسترش می‌یابد. الگوریتم پیشنهادی از حالت واکنشی[1] استفاده می‌کند که در این حالت طول لیست بین کمینه و ماکزیمم است. در فرایند اجرا، طول این لیست به تدریج از مقدار کمینه به مقدار بیشینه افزایش می‌یابد.



شکل ۳. الگوریتم های درج (سمت راست) و جابجایی (سمت چپ)

۴- یکی دیگر از ارکان اصلی الگوریتم جستجوی ممنوع، شرایط رضایت یا آزادسازی است. اگر چه لیست ممنوع سبب می‌شود که حرکتی برای مدتی ممنوع گردد اما این عمل علاوه بر این‌که از دور جلوگیری می‌کند ممکن است سبب شود که جواب‌های باکیفیتی نیز الگوریتم از دست بدهد. به عبارت دیگر این عمل سبب می‌شود که مدیریت لیست آسان‌تر شود علی‌رغم اینکه جستجو محدودتر از حالتی است که تمام جواب ذخیره شود. زیرا ممکن است جواب‌های دیگری که شامل این ویژگی‌ها هستند و قبلاً مشاهده نشده‌اند نیز، ممنوع گردند. بنابراین برای حل این مشکل شرایط رضایت در الگوریتم پیشنهادی تعریف می‌شود که سبب می‌گردد برخی از جواب‌ها که در لیست ممنوع قرار دارند، زودتر از موعد مقرر از لیست خارج شوند. شرط اول آن است که اگر حرکت به عضوی، منجر به جوابی با مقدار هزینه بهتر، از بهترین جواب تاکنون به‌دست آمده باشد، آن گاه آن عضو از لیست ممنوع خارج می‌شود. به علاوه اگر ساختار روش و لیست‌های ممنوع در مرحله‌ای از الگوریتم به گونه‌ای باشد که امکان هیچ گونه حرکت به عضوی وجود نداشته باشد؛ در این صورت عضوی که از همه به خروج نزدیک‌تر است از لیست خارج می‌شود. باید توجه داشت که این شرایط سبب می‌گردد که

1. Reactive tabu search

الگوریتم در مواقعی که در بن‌بست قرار دارد بتواند از این مشکل به‌وجود آمده فرار کند و به سمت جواب‌های بهتر حرکت کند.

۵-مکانیزم تشدید[1] یکی از مشخصات اصلی این الگوریتم است که سبب یافتن جواب‌های با کیفیت‌تر می‌شود. باید توجه داشت که فرآیند جستجو در فضای جواب باید قادر باشد به صورت هوشمندانه، بخش‌هایی از فضای جواب که شامل جواب‌های با کیفیت‌تر است را خیلی عمیق‌تر مورد جستجو قرار دهد. این مفهوم در الگوریتم جستجوی ممنوع، با مکانیزم تشدید پیاده می‌شود. تشدید در جستجوی ممنوع، به مکانیزمی اطلاق می‌شود که بر اساس آن جواب‌ها و انتقال‌هایی که منجر به جواب‌های خوب شده‌اند، تقویت می‌شوند. به عبارتی دیگر، این استراتژی به بازگشت به جواب‌های نخبه و جستجوی بیشتر در محدوده آن‌ها، اشاره دارد. بنابراین به ابزاری برای مشخص کردن مجموعه جواب‌های نخبه نیاز دارد تا پایه‌ای برای ترکیب خصوصیت‌های خوب و ساختن جواب‌های جدید خوب در دست داشته باشد. در الگوریتم پیشنهادی این عمل توسط جابجایی مسیرهای به‌دست آمده به وسایل نقلیه انجام می‌گیرد و هنگامی فعال می‌شود که بهترین جواب به‌دست آمده ارتقا یابد. روش کار بدین صورت است که در اینجا مسیرهای تخصیص داده شده به هر وسیله نقلیه تعویض می‌گردد. باید توجه کرد که برای این کار چندین راه وجود دارد اما فقط حالتی پذیرفته می‌شود که در محدودیت‌های مساله، که در بالا به آن اشاره شد، صدق کند و جواب جدید مقدار بهتری را برای مساله نسبت به جواب قبلی به‌دست آورد.

۶- در نهایت همانند تمامی روش‌های فراابتکاری شرایط توقف الگوریتم در این مرحله مورد بررسی قرار می‌گیرد. در الگوریتم پیشنهادی شرط پایانی، اجرای الگوریتم به تعداد گره‌های هر مثال در نظر گرفته شده است و یا این‌که بهترین جواب به‌دست آمده برای مساله در ۱۲ تکرار متوالی تغییر نکند. باید توجه داشت که شرایط دیگری برای اتمام الگوریتم‌های فراابتکاری مانند تکرار بهترین جواب به تعدادی معین یا اجرای الگوریتم در زمانی معین وجود دارند که در اینجا در نظر گرفته نشدند.

در شکل ۴ به‌طور خلاصه به مراحل انجام الگوریتم پیشنهادی پرداخته شده است. باید توجه کرد که در این شکل همان نمادهای استفاده‌شده در بخش ۲ استفاده شده است. به‌علاوه یک سری ورودی‌هایی برای این الگوریتم به جز آنهایی که در الگوریتم پیشنهادی به آن اشاره شد، وجود دارد که قبل از اجرای الگوریتم به‌وسیله کاربر به الگوریتم داده می‌شود که به شرح زیر می‌باشد.

- تعداد کل گره‌ها به همراه مختصات آنها؛
- مقدار تقاضاها و پنجره های زمانی هر کدام از مشتری‌ها؛
- تعداد کل وسایل نقلیه به همراه تعداد هر دسته از آنها؛
- ظرفیت هر دسته از وسایل نقلیه؛
- تعداد تکرار بهترین جواب تاکنون به‌دست آمده به عنوان شرط پایانی الگوریتم.

1. Intensification

۱. $s=\phi$ را بهترین جواب تاکنون پیدا شده و $f=\infty$ را بهترین مقدار تاکنون به‌دست آمده در نظر بگیرید.
۲. n دسته از مورچه‌ها را در نظر بگیرید و $i=1$ (شماره دسته) قرار دهید.
۳. تعداد مورچه‌های مورد نیاز را برابر تعداد کل وسایل نقلیه در نظر بگیرید.
۴. ظرفیت هر مورچه را برابر ظرفیت کامیون متناظر در نظر بگیرید و مورچه‌ها را در گره انبار استقرار دهید.
۵. تا زمانی که مشتری ملاقات نشده وجود دارد موارد زیر را انجام دهید:
الف. برای هر مورچه به ترتیب در صورت داشتن ظرفیت، گره بعدی را انتخاب کرده و ظرفیت مورچه مربوطه را بروزرسانی کنید، در غیر این‌صورت به مورچه بعدی دارای ظرفیت بروید.
ب. جواب و مقدار جاری برای دسته iام را ذخیره کنید و $i=i+1$ قرار دهید.
۶. اگر $i \le n$ آنگاه به ۵ بروید.
۷. بهترین جواب در n دسته مورچه‌ها را بیابید و عملیات‌های درج، جابجایی و بهبوددهنده دوگانه را روی آنها انجام دهید.
۸. فرمون‌ریزی سراسری را روی ۱۰ درصد از بهترین جواب ها در تکرار جاری انجام دهید.
۹. اگر بهترین جواب جاری از مقدار f بهتر است، جواب جاری به همراه مقدارش را به ترتیب جایگزین s و f کنید.
۱۰. برای بهترین جواب تاکنون به‌دست آمده، به تعداد ۱۰۰ همسایه با درصد گفته شده توسط سه الگوریتم درج، جابجایی و نمونه مورچگان ایجاد کنید.
۱۱. بهترین جواب به‌دست آمده در همسایگی ها که در لیست ممنوع نیست و یا اینکه در شرایط رضایت صدق می‌کند، را انتخاب کرده و از جواب جاری به آن انتقال یابید.
۱۲. جواب قبلی را در لیست ممنوع قرار دهدید و طول لیست را یک واحد افزایش دهید.
۱۳. اگر بهترین مقدار به‌دست آمده در تکرار جاری در ۱۲ بار متوالی تغییر نیافته و تعداد اجرای الگوریتم تمام نشده است، به مرحله ۱۰ بروید.
۱۴. s و f را چاپ کنید.
۱۵. پایان

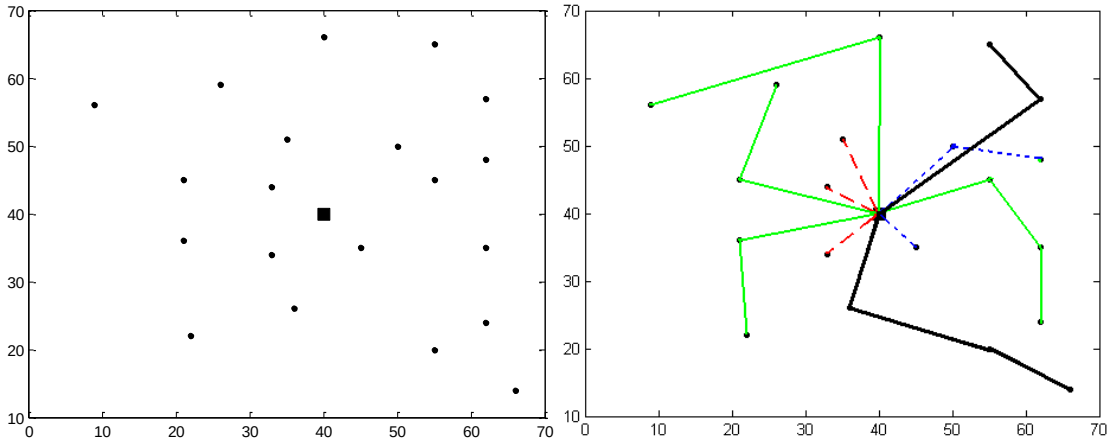
شکل ٤. مراحل انجام الگوریتم پیشنهادی

۵ نتایج و بحث

الگوریتم پیشنهادی به زبان C پیاده‌سازی و روی لپ‌تاپی با مشخصات سه هسته‌ای، رم چهار گیگابایت و ۲.۵۳ گیگاهرتز اجرا شده است. از طرف دیگر باید اضافه کرد که در این مثال‌ها، هزینه ثابت در محاسبات دخالت داده نشده و تنها هزینه متغیر کامیون‌ها منظور شده است؛ زیرا در همه مقالاتی که این مثال‌ها را به‌کار برده‌اند، هزینه ثابت کامیون در محاسبات در نظر گرفته نشده است. به علاوه اجرای الگوریتم دقیق با استفاده از نرم افزار ایمز (با حل کننده سیپلکس[1]) انجام شده است. برای این‌که بتوان مقایسه مناسبی بین الگوریتم پیشنهادی و روش دقیق ارایه داد، در جدول ۱ هفت مثال کوچک به نام ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶ و ۷ در نظر گرفته شده است. این دسته از مثال‌ها شامل یک دامنه متوسط از تعداد مشتری‌ها ما بین ۱۰ تا ۵۰ مشتری با تقاضای مشخص را مورد بررسی قرار می‌دهد که به صورت تصادفی در اطراف مبدا پراکنده شده‌اند. همچنین ناوگان شامل ۴ تا ۱۸ وسیله نقلیه متفاوت با ظرفیت مشخص است که در آن طول مسیر قابل پیمایش هر کامیون محدودیتی ندارد و از هر نوع تعداد ثابتی در

1. CPLEX 12.4

دسترس است. باید اضافه کرد که این هفت مثال مورد آزمایش از مثال‌های تایلارد[1] ساخته شده است [۱۱]. تایلارد این مثال‌ها را بر اساس تعدادی از بزرگ‌ترین مثال‌های گلدن، که مربوط به مساله *FSMVRP* همراه با هزینه ثابت کامیون و بدون هزینه متغیر است، ساخته است. در شکل ۵ یک مثال ۲۰ گره‌ای برای این مساله نشان داده شده است که توسط الگوریتم دقیق حل شده است. با توجه به شکل می‌توان دید که از وسایل نقلیه نوع اول ۳ تا از آن استفاده شده است که با خط فاصله قرمز آورده شده است در حالی که جواب مساله از هر دو وسیله نقلیه نوع دوم استفاده کرد که در این شکل با خط نقطه‌چین آبی نشان داده شده است. همچنین خط سبز رنگ نازک جواب‌های به‌دست آمده توسط وسایل نقلیه نوع سوم را نشان می‌دهد که در اینجا هر چهار وسیله مورد استفاده قرار گرفته شده است. به علاوه با توجه به اینکه دو تا وسیله نقلیه نوع چهارم وجود دارد که دارای ظرفیت ۷۰ هستند، در این شکل هر دوتای آن مورد استفاده قرار گرفته شده است.



شکل ۵. مثال دوم به همراه حل آن

باید توجه کرد که در جدول‌های ۱ و ۲ همان اختصارات بخش دوم مورد استفاده قرار گرفته شده است. از طرف دیگر در این مثال‌ها، هزینه ثابت در محاسبات دخالت داده نشده و تنها هزینه متغیر کامیون‌ها منظور شده است زیرا در همه مقالاتی که این مثال‌ها را به کار برده‌اند، هزینه ثابت کامیون در محاسبات در نظر گرفته نشده است.

جدول ۱. مشخصات مثال‌های تایلارد

نام مثال	تعداد مشتری	نوع وسایل نقلیه	ظرفیت وسیله نقلیه	هزینه ثابت	هزینه متغیر	تعداد هر نوع از وسیله نقلیه
۱	۱۰	۱	۲۰	۲۰	۱	۱
		۲	۳۰	۴۰	۱/۱	۱
		۳	۴۰	۷۰	۱/۳	۲
		۴	۷۰	۲۰۰	۱/۷	۱
۲	۱۵	۱	۳۰	۶۰	۱	۱

1.Taillard

		۲	۶۰	۱۰۰	۱/۱	۱
		۳	۸۰	۲۵۰	۱/۵	۱
		۴	۱۵۰	۳۰۰	۲	۱
۳	۲۰	۱	۲۰	۷۰	۱	۱
		۲	۳۵	۱۲۰	۱/۱	۲
		۳	۵۰	۲۰۰	۱/۲	۲
		۴	۱۲۰	۲۵۰	۲	۳
۴	۲۵	۱	۲۵	۵۰	۱	۲
		۲	۳۵	۸۰	۱/۱	۲
		۳	۵۰	۲۰۰	۱/۲	۳
		۴	۱۲۰	۲۵۰	۱/۷	۳
۵	۳۰	۱	۲۵	۳۵	۱	۳
		۲	۳۵	۵۰	۱/۱	۲
		۳	۵۰	۷۵	۱/۲	۴
		۴	۱۲۰	۱۵۰	۱/۷	۴
		۲	۱۲۰	۷۵	۱/۱	۲
		۳	۱۶۰	۱۰۰	۱/۲	۳
۶	۳۵	۱	۵۰	۶۰	۰/۷	۱
		۲	۱۲۰	۷۵	۱	۲
		۳	۱۶۰	۲۰۰	۱/۱	۳
		۲	۱۴۰	۷۵	۱/۷	۲
		۳	۱۰۰	۲۲۵	۲/۵	۲
		۴	۲۰۰	۴۰۰	۲	۲
۷	۴۰	۱	۲۵	۲۰	۱	۱
		۲	۳۵	۳۵	۱/۱	۱
		۳	۴۰	۵۰	۱/۲	۳
		۴	۷۰	۱۲۰	۱/۷	۴
		۵	۱۰۰	۲۲۵	۲/۵	۲
		۶	۲۰۰	۴۰۰	۳/۲	۱

در جدول ۲، مقادیر به‌دست آمده توسط الگوریتم پیشنهادی با الگوریتم دقیق و روش مورچگان مورد مقایسه قرار گرفته است. باید توجه داشت که در این جدول، n تعداد مشتری‌های هر مثال بدون در نظر گرفتن انبار را نشان می‌دهد در حالی که ستون‌های سوم و چهارم به ترتیب، نتایج الگوریتم دقیق به همراه زمان حل را نشان می‌دهد. از طرف دیگر نتایج الگوریتم مورچگان و زمان حل آن در ستون‌های پنجم و ششم آورده شده است. در نهایت نتایج الگوریتم پیشنهادی PTS در ستون های هفتم و هشتم آورده شده است. در این جدول، نتایج نشان می‌دهد که الگوریتم پیشنهادی از کارایی بسیار خوبی نسبت به الگوریتم دقیق برخوردار است و توانسته که

جواب‌های بسیار خوبی را به‌دست آورد. به عبارت دیگر الگوریتم در مقایسه با روش دقیق در مثال ۱، ۲ و ۳ جواب‌های یکسانی را در یک زمان بسیار کمتر به‌دست آورده است. از طرف دیگر الگوریتم در مثال‌های ۴ و ۵ جواب‌های بهتری را کسب کرده است. در نهایت در مثال‌های ۶ و ۷ الگوریتم دقیق نتوانسته که به جوابی برسد اما الگوریتم پیشنهادی فقط در حدود ۳۰ ثانیه توانسته به یک جواب شدنی و احتمالا زیر بهینه دست یابد. به طور کلی می‌توان نتیجه گرفت که الگوریتم پیشنهادی دارای کارایی بسیار خوبی است که توانسته جواب‌های مثال‌ها را در زمانی کمتر از الگوریتم دقیق به‌دست آورد. باید توجه داشت که در این مثال‌ها هر چه تعداد مشتری‌ها زیاد می‌شود اختلاف زمانی بین دو الگوریتم به سرعت افزایش می‌یابد. بنابراین در کاربردهای روزمره این مساله در صنعت و خدمات می‌توان در یک زمان اندک توسط الگوریتم پیشنهادی به جوابی با کیفیت مناسب دست یافت. از طرف دیگر در مقایسه با الگوریتم مورچگان می‌توان به این نتیجه دست یافت که الگوریتم پیشنهادی دارای کارایی بهتری چه در زمان اجرا و چه در کیفیت جواب‌ها نسبت به این الگوریتم است. به عبارت دیگر در بین این هفت مثال، الگوریتم در دو مثال ابتدایی دارای جواب‌های یکسانی هستند و توانسته است همانند الگوریتم دقیق به جواب‌های بهینه دست پیدا کنند. در حالی که در بقیه مثال‌ها، الگوریتم پیشنهادی توانسته به علت راه کارهای مناسبی که در آن وجود دارد به جواب‌های بهتری دست پیدا کند. به علاوه در مقایسه زمان‌های دو الگوریتم می‌توان دید که فقط در مثال سوم، زمان اجرای الگوریتم مورچگان کمتر از الگوریتم های پیشنهادی است اما در بقیه مثال‌ها الگوریتم پیشنهادی توانسته است که جواب‌هایی باکیفیت یکسان و حتی بهتر نسبت به الگوریتم مورچگان به‌دست آورد.

جدول ۲. مقایسه مقادیر الگوریتم پیشنهادی با الگوریتم دقیق در زمان‌های اجرای مختلف

مثال	n	الگوریتم دقیق	زمان الگوریتم دقیق (به ثانیه)	ACO	زمان ACO (ثانیه)	الگوریتم PTS	زمان الگوریتم PTS
۱	۱۰	۲۰۵/۳۲	۰/۴۸	۲۰۵/۳۲	۰/۵۲	۲۰۵/۳۲	۰/۳۲
۲	۱۵	۲۹۹	۱۳۵/۶۷	۲۹۹	۰/۰۹	۲۹۹	۰/۸۵
۳	۲۰	۶۵/۴۱۲	۱۳/۱۵	۴۱۵/۲۳	۱/۳۲	۴۱۲/۶۵	۱/۴۲
۴	۲۵	۵۱۲/۱۱	۱۶/۹۸	۴۹۸/۱۵	۳/۲۱	۴۸۹/۶۵	۳/۰۱
۵	۳۰	۵۸۷/۷۶	۴۶/۲۲	۵۵۴/۵۸	۸/۰۵	۵۳۱/۱۱	۷/۱۲
۶	۳۵	Na	۴۲۳۵۱/۲۳	۳۹۹/۴۳	۱۹/۰۲	۳۸۱/۳۴	۱۷/۴۳
۷	۴۰	Na	-	۶۸۴/۰۹	۳۵/۱۲	۶۲۰/۳۲	۳۱/۵۳

در جدول ۳، الگوریتم پیشنهادی، مورچگان و دقیق از نگاهی دیگر مقایسه شده‌اند. تفاوتی که این جدول، با جدول ۲ دارد در این است که در اینجا زمان اجرا برای سه الگوریتم یکسان در نظر گرفته شده است که در ستون چهارم جدول نشان داده شده است. باید توجه داشت که علی‌رغم این‌که نرم‌افزار ایمز یکی از بهترین نرم‌افزارهای بهینه‌سازی است اما در چهار مثال ۴، ۵، ۶ و ۷ نتوانسته حتی به یک جواب شدنی در زمان تعیین‌شده دست پیدا کند. از طرف دیگر در سه مثال ۱، ۲ و ۳ الگوریتم پیشنهادی توانسته که به جواب‌های بسیار بهتری نسبت به الگوریتم دقیق دست پیدا کند. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که در یک زمان اندک کارایی الگوریتم رتبه‌بندی مورچگان به وضوح از روش دقیق بهتر است. به علاوه در مقایسه با الگوریتم مورچگان می‌توان دید که الگوریتم پیشنهادی دارای کارایی بهتری است و توانسته است که در شش مثال از هفت مثال موجود، جواب بهتری را به‌دست آورد. به طور دقیق‌تر تنها جواب‌های دو الگوریتم در مثال ۲ همانند همدیگر است و در بقیه مثال‌ها الگوریتم پیشنهادی با بیش ار ۳درصد، جواب‌های بهتری را کسب کرده است.

جدول ۳. مقایسه مقادیر الگوریتم پیشنهادی با الگوریتم دقیق در یک زمان مشابه

مثال	n	الگوریتم دقیق	الگوریتم ACO	الگوریتم PTS	زمان (ثانیه)
۱	۱۰	۲۳۸/۵۸	۲۱۲/۹۳	۲۰۵/۳۲	۰/۳۲
۲	۱۵	۴۷۹/۱۳	۲۹۹	۲۹۹	۰/۸۵
۳	۲۰	۵۱۲/۹۵	۴۲۲/۲۵	۴۱۲/۶۵	۱/۴۲
۴	۲۵	Na	۵۱۲/۴۱	۴۸۹/۶۵	۳/۰۱
۵	۳۰	Na	۵۵۴/۵۸	۵۳۱/۱۱	۷/۱۲
۶	۳۵	Na	۴۱۲/۶۱	۳۸۱/۳۴	۱۷/۴۳
۷	۴۰	Na	۶۹۲/۱۶	۶۲۰/۳۲	۳۱/۵۳

برای تست بیشتر الگوریتم پیشنهادی، دو دسته دیگر از مثال‌ها در این قسمت در نظر گرفته شده است و کارایی الگوریتم پیشنهادی با الگوریتم‌های نمونه مورچگان ACO و جستجوی ممنوع کلاسیک TS مقایسه شده است. این دو دسته از مثال‌ها به صورت تصادفی در اطراف مبدا پراکنده شده‌اند، مختصات اقلیدسی آنها داده شده و تقاضای آنها ثابت و به صورت قطعی مشخص شده است. همچنین ناوگان شامل چند نوع کامیون با ظرفیت مشخص است که طول مسیر قابل پیمایش هر کامیون نیز محدودیتی ندارد. توجه به این نکته‌ها ضروری است که

الگوریتم پیشنهادی برای هر مساله فقط ۱۰ بار مورد آزمایش قرار گرفته است و بهترین جواب نشان داده شده است. به‌علاوه، چون محدودیت زمان سرویس‌دهی برای مشتریان وجود دارد، بنابراین، هر وسیله نقلیه دارای ظرفیت در یک بازه زمانی خاص می‌تواند هر گره‌ای را مورد ملاقات قرار دهد. همچنین برای مقایسه کامل‌تر در بعضی مواقع درصد انحراف نسب به بهترین جواب تاکنون به‌دست آمده در نظر گرفته می‌شود که از فرمول (۱۵) حاصل می‌شود. در این فرمول $f(s)$ نشان‌دهنده مقدار به‌دست آمده به‌وسیله یکی از الگوریتم‌ها است در حالی که $f(s^*)$ نشان‌دهنده بهترین مقدار است که تاکنون برای آن مساله به‌دست آمده است. بنابراین، می‌توان نتیجه گرفت که اگر مقدار درصد انحراف برای یک الگوریتم دلخواه در یک مساله مینیمم‌سازی مثبت به‌دست آید، آنگاه مقدار به‌دست آمده از بهترین مقدار تاکنون به‌دست آمده دارای کیفیت بیشتری است. اما اگر این مقدار منفی به‌دست آید یعنی آن‌که الگوریتم نتوانسته است که از نظر به‌دست آوردن مقدار، کیفیت را افزایش دهد.

$$Deviation = \frac{f(s^*) - f(s)}{f(s^*)} \times ۱۰۰ \qquad (۱۵)$$

خصوصیات دسته اول که شامل مثال‌های ۱۳، ۱۴، ۱۵، ۱۶، ۱۷، ۱۸، ۱۹، ۲۰ هستند در جدول ۴ نشان داده شده است و نخستین بار توسط تایلارد ارایه شدند [۱۱]. همان‌طور گه گفته شد تایلارد این مثال‌ها را بر اساس تعدادی از بزرگ‌ترین مثال‌های گلدن، که مربوط به مساله $FSMVRP$ همراه با هزینه ثابت کامیون و بدون هزینه متغیر است، به این صورت ساخته است که در بزرگ‌ترین مثال‌های گلدن و همکاران به جای هزینه ثابت f_k ، هزینه متغیر α_k قرار داده است. باید توجه کرد که این دسته از مثال‌ها دارای یک دامنه متوسط از تعداد مشتری‌ها و وسایل نقلیه بوده و مسایل ما بین ۵۰ تا ۱۰۰ مشتری و ۷ تا ۱۸ وسیله نقلیه را مورد بررسی قرار می‌دهد. به‌علاوه مقادیر α_k طوری انتخاب شده که هیچ کامیونی نسبت به دیگر کامیون‌ها خیلی بهتر یا بدتر نباشد. به عبارت دیگر که اگر هر مثال تایلارد به‌عنوان یک مساله $FSMVRP$ در نظر گرفته شود، آنگاه ترکیب ناوگانی که توسط الگوریتم تولید می‌شود، شامل همه انواع کامیون‌ها باشد. از طرف دیگر در این الگوریتم مقادیر n_k (تعداد وسایل نقلیه دسته kام) نیز به‌گونه‌ای انتخاب می‌شود که علاوه بر این‌که مجموع ظرفیت ناوگان، حداکثر به اندازه دو برابر ظرفیت کوچک‌ترین کامیون و بیشتر از مجموع تقاضای مشتریان باشد، ناوگان حاصل متفاوت از ناوگان بهترین جواب مثال‌های گلدن باشد.

جدول ٤. مشخصات مثال‌های تایلارد

مثال	n	k	Q_k	f_k	α_k	N_k
۱۳	۵۰	۱	۲۰	۲۰	۱	۴
		۲	۳۰	۳۵	۱/۱	۲
		۳	۴۰	۵۰	۱/۲	۴
		۴	۷۰	۱۲۰	۱/۷	۴
		۵	۱۲۰	۲۲۵	۲/۵	۲
		۶	۲۰۰	۴۰۰	۳/۲	۱

۱۴	۵۰	۱	۱۲۰	۱۰۰	۱	۴
		۲	۱۶۰	۱۵۰۰	۱/۱	۲
		۳	۳۰۰	۳۵۰۰	۱/۴	۱
۱۵	۵۰	۱	۵۰	۱۰۰	۱	۴
		۲	۱۰۰	۲۵۰	۱/۶	۳
		۳	۱۶۰	۴۵۰	۲	۲
۱۶	۵۰	۱	۴۰	۱۰۰	۱	۲
		۲	۸۰	۲۰۰	۱/۶	۴
		۳	۱۴۰	۴۰۰	۲/۱	۳
۱۷	۷۵	۱	۱۲۰	۸۰	۱/۲	۴
		۲	۲۰۰	۱۵۰	۱/۵	۲
		۳	۳۵۰	۳۲۰	۱/۸	۱
۱۸	۷۵	۱	۲۰	۱۰	۱	۴
		۲	۵۰	۳۵	۱/۳	۴
		۳	۱۰۰	۱۰۰	۱/۹	۲
		۴	۱۵۰	۱۸۰	۲/۴	۲
		۵	۲۵۰	۴۰۰	۲/۹	۱
		۶	۴۰۰	۸۰۰	۳/۲	۱
۱۹	۱۰۰	۱	۱۰۰	۵۰۰	۱	۴
		۲	۲۰۰	۱۲۰۰	۱/۴	۳
		۳	۳۰۰	۲۱۰۰	۱/۷	۳
۲۰	۱۰۰	۱	۶۰	۱۰۰	۱	۶
		۲	۱۴۰	۳۰۰	۱/۷	۴
		۳	۲۰۰	۵۰۰	۲	۳

در جدول ۵ مقادیر به‌دست آمده به‌وسیله الگوریتم پیشنهادی که شامل بهترین جواب ($BPTS$)، بدترین جواب ($WPTS$) و میانگین جواب ($MPTS$) برای ۱۰ تکرار است با دو الگوریتم نمونه مورچگان (ACO) و جستجوی ممنوع (TS) مورد مقایسه قرار گرفته شده است. در این جدول در ستون‌های اول و دوم نام مسایل مورد آزمایش به همراه تعداد گره‌های آنها آورده شده است در حالی که ستون‌های سوم تا هفتم نشان‌دهنده نتایج این سه الگوریتم فراابتکاری می‌باشد. به‌علاوه در ستون هشتم، بهترین مقدار تاکنون پیداشده (BKS) برای مسایل آورده شده است که دارای نتایج یکسان با الگوریتم پیشنهادی است. باید اضافه کرد که هر یک از روش‌ها ده بار اجرا و بهترین جواب آن‌ها گزارش شده است. با مقایسه دو روش ACO و TS می‌توان دید که به جز مثال ۱۴ در بقیه مثال‌ها، الگوریتم جستجوی ممنوع توانسته به جواب‌های بهتری دست یابد. به علاوه همان‌طور که پیش‌بینی می‌شود، الگوریتم پیشنهادی توانسته است که نسبت به دو الگوریتم دیگر به جواب‌های بهتری دست یابد و در تمامی مثال‌ها به بهترین جواب‌های تاکنون به‌دست آمده برسد. همچنین این الگوریتم دارای میانگین جواب‌ها

برای ۷ مثال با مقدار ۱۲۶۲/۲۰است در حالی که میانگین جواب‌ها برای الگوریتم *TS* و *ACO* به ترتیب ۱۳۴۹/۷۴و ۱۳۹۶/۵۲ است. نکته بسیار مهم در این جدول آن است که حتی میانگین بدترین جواب‌ها در ۱۰ تکرار برای الگوریتم پیشنهادی دارای جواب‌های بهتر نسبت به دو الگوریتم دیگر است.

جدول ۵. مقایسه مقادیر الگوریتم پیشنهادی با دیگر الگوریتم‌های فراابتکاری

مثال	n	ACO	TS	MPTS	WPTS	BPTS	BKS
۱۳	۵۰	۱۷۶۲/۳۴	۱۷۱۲/۶۱	۱۶۷۴/۸۳	۱۶۲۳/۷۲	۱۵۹۸/۲۵	۱۵۹۸/۲۵
۱۴	۵۰	۶۵۰/۲۴	۶۵۰/۲۴	۶۵۱/۷۲	۶۴۴/۸۳	۶۲۳/۶۲	۶۲۳/۶۲
۱۵	۵۰	۱۱۲۹/۳۴	۱۰۸۹/۲۷	۱۰۷۳/۷۲	۱۰۵۲/۲۸	۱۰۴۵/۷۳	۱۰۴۵/۷۳
۱۶	۵۰	۱۳۴۲/۹۳	۱۲۸۳/۹۲	۱۲۰۳/۷۲	۱۱۸۷/۹۴	۱۱۵۶/۲۹	۱۱۵۶/۲۹
۱۷	۷۵	۱۲۰۳/۵۲	۱۱۹۸/۲۸	۱۱۸۳/۴۹	۱۱۵۴/۶۰	۱۱۰۲/۷۲	۱۱۰۲/۷۲
۱۸	۷۵	۱۹۹۸/۷۹	۱۹۰۳/۶۳	۱۸۹۹/۶۱	۱۸۸۷/۴۲	۱۸۷۳/۸۹	۱۸۷۳/۸۹
۱۹	۱۰۰	۱۳۲۴/۶۸	۱۲۹۷/۸۳	۱۲۰۲/۸۲	۱۱۸۵/۲۸	۱۱۳۴/۶۸	۱۱۳۴/۶۸
۲۰	۱۰۰	۱۷۶۰/۲۹	۱۶۶۲/۱۰	۱۵۹۸/۲۷	۱۵۸۳/۶۲	۱۵۶۲/۳۹	۱۵۶۲/۳۹
میانگین	–	۱۳۹۶/۵۲	۱۳۴۹/۷۴	۱۳۱۱/۰۲	۱۲۸۹/۹۶	۱۲۶۲/۲۰	۱۲۶۲/۲۰

از طرف دیگر دسته سوم که به‌وسیله لی در سال ۲۰۰۷ ارایه شده است [۹]، دارای مثال‌های با اندازه بزرگ‌تر از دسته اول و دوم بوده و مثال‌هایی از ۲۰۰ تا ۳۶۰ مشتری و تعداد وسایل نقلیه‌ای از ۲۲ تا ۲۸ عدد را شامل می‌شود. با اضافه کردن پنجره‌های زمانی به خصوصیات این دسته، مثال‌های مورد نظر ایجاد می‌گردند.

جدول ٦. مشخصات مثال‌های لی

مثال	n	k	Q_k	f_k	α_k	N_k
H1	۲۰۰	۱	۵۰	۲۰	۱	۸
		۲	۱۰۰	۳۵	۱/۱	۶
		۳	۲۰۰	۵۰	۱/۲	۴
		۴	۵۰۰	۱۲۰	۱/۷	۳
		۵	۱۰۰۰	۲۲۵	۲/۵	۱
H2	۲۴۰	۱	۵۰	۱۰۰	۱	۱۰
		۲	۱۰۰	۱۵۰۰	۱/۱	۵
		۳	۲۰۰	۳۵۰۰	۱/۲	۵
		۴	۵۰۰	۱۲۰	۱/۷	۴
		۵	۱۰۰۰	۲۲۵	۲/۵	۱

H3	۲۸۰	۱	۵۰	۱۰۰	۱	۱۰
		۲	۱۰۰	۲۵۰	۱/۱	۵
		۳	۲۰۰	۵۰	۱/۲	۵
		۴	۵۰۰	۱۲۰	۱/۷	۴
		۵	۱۰۰۰	۲۲۵	۲/۵	۲
H4	۳۲۰	۱	۵۰	۱۰۰	۱	۱۰
		۲	۱۰۰	۲۰۰	۱/۱	۸
		۳	۲۰۰	۴۰۰	۱/۲	۵
		۴	۵۰۰	۱۲۰	۱/۷	۲
		۵	۱۰۰۰	۲۲۵	۲/۵	۲
		۶	۱۵۰۰	۲۵۰	۳	۱
H5	۳۶۰	۱	۵۰	۲۵	۱	۱۰
		۲	۱۰۰	۸۰	۱/۲	۸
		۳	۲۰۰	۱۵۰	۱/۵	۵
		۴	۵۰۰	۳۲۰	۱/۸	۱
		۵	۱۵۰۰	۲۲۵	۲/۵	۲
		۶	۲۰۰۰	۲۵۰	۳	۱

در جدول ۷ مقایسه بین الگوریتم پیشنهادی با الگوریتم‌های فراابتکاری دیگر *TS* و *ACO* روی دسته سوم از مثال‌ها نشان داده شده است. باید توجه کرد که اندازه این مثال‌ها مانند دسته دوم به طوری است که الگوریتم دقیق نمی‌تواند در آن به جواب برسد. با توجه به نتایج به‌دست آمده روی این مثال‌ها که دارای تعداد زیادی مشتری هستند، می‌توان مشاهده کرد که الگوریتم در این مثال‌ها نیز جواب‌های بسیار خوبی به‌دست آورده است و در هر پنج مثال مربوطه به بهترین جواب‌ها تاکنون به‌دست آمده، رسیده است. همچنین در مقایسه با دیگر الگوریتم‌ها، الگوریتم پیشنهادی با میانگین **۱۶۰۳۶/۸۲**جواب‌های بهتری را نسبت به الگوریتم جستجوی ممنوع با میانگین **۱۶۹۳۴/۴۲** و الگوریتم مورچگان با میانگین **۱۷۲۱۹/۹۷** تولید کرده است. باید توجه داشت که همانند دسته دوم از مثال‌ها، الگوریتم جستجوی ممنوع بعد از الگوریتم پیشنهادی دارای بهترین نتایج است.

جدول ۷. مقادیر الگوریتم پیشنهادی در مقایسه با دیگر الگوریتم‌های فراابتکاری برای مثال‌های بزرگ

مثال	N	TS	ACO	PTS	BKS
H1	۲۰۰	۱۲۸۷۳/۹۳	۱۲۹۸۳/۲۶	۱۲۵۶۴/۲۸	۱۲۵۶۴/۲۸
H2	۲۴۰	۱۲۷۶۲/۴۸	۱۱۹۸۲/۸۴	۱۰۷۸۳/۶۲	۱۰۷۸۳/۶۲
H3	۲۸۰	۱۷۸۹۳/۱۹	۱۷۹۲۸/۸۲	۱۶۸۳۷/۹۱	۱۶۸۳۷/۹۱
H4	۳۲۰	۱۸۹۲۴/۰۲	۱۹۹۹۳/۱۹	۱۷۸۸۷/۹۹	۱۷۸۸۷/۹۹
H5	۳۶۰	۲۳۲۱۸/۴۷	۲۳۲۱۱/۷۳	۲۲۱۱۰/۳۲	۲۲۱۱۰/۳۲
میانگین	-	۱۶۹۳۴/۴۲	۱۷۲۱۹/۹۷	۱۶۰۳۶/۸۲	۱۶۰۳۶/۸۲

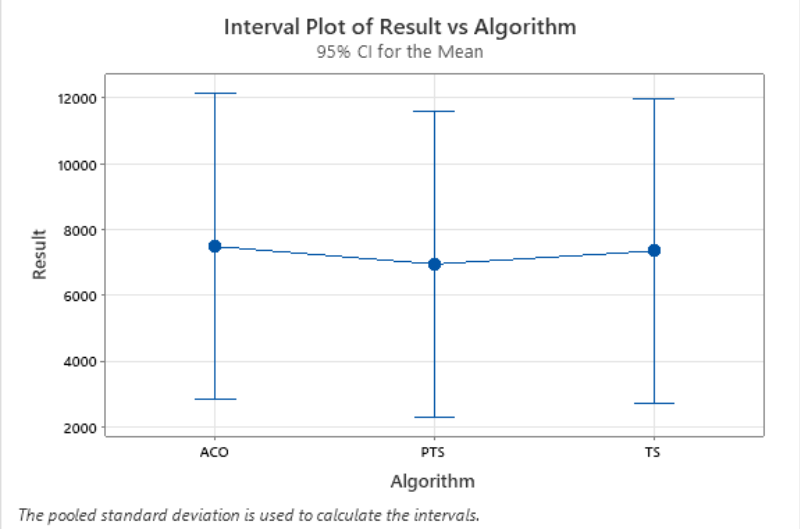
برای مقایسه آماری نتایج به‌دست آمده الگوریتم پیشنهادی از آزمون تحلیل واریانس *ANOVA* استفاده می‌شود. برای این آزمون تمامی نتایج سه الگوریتم *ACO*، *TS* و *PTS* برای دو دسته از مسایل در نظر گرفته شده است و *alpha*=۰/۰۵ و بازه اطمینان ۰/۹۵ به عنوان فرضیات مساله می‌باشند. به علاوه فرض *H0* متساوی بودن میانگین نتایج سه الگوریتم در نظر گرفته شده است. نتایج نشان داده شده در جدول ۸ و ۹ و همچنین شکل ۶ نشان می‌دهد که اگر چه در حالت کلی الگوریتم پیشنهادی دارای نتایج بهتری برای این دو دسته از مسایل است اما با به‌دست آمدن مقدار *P-Value* برابر با ۰/۹۸۵ می‌توان نتیجه گرفت که فرض *H۰* تایید می‌شود و از نظر آماری میانگین نتایج به‌دست آمده برای سه الگوریتم دارای مقادیری یکسانی است.

جدول ۸. تحلیل واریانس برای دو دسته از مسایل مورد آزمایش

منبع	DF	Adj SS	Adj MS	F-Value	P-Value
الگوریتم	۲	۲۰۲۶۳۹۷	۱۰۱۳۱۹۸	۰/۰۱	۰/۹۸۵
خطا	۳۶	۲۴۵۰۵۹۱۹۱۷	۶۸۰۷۱۹۹۸		
کلی	۳۸	۲۴۵۲۶۱۸۳۱۴			

جدول ۹. میانگین نتایج به‌دست آمده

الگوریتم	تعداد گره	میانگین	انحراف معیار استاندارد	فاصله اطمینان ۰/۹۵
ACO	۱۳	۷۴۸۲	۸۴۷۱	(۲۸۴۲ ،۱۲۱۲۳)
PTS	۱۳	۶۹۴۵	۷۹۲۳	(۲۳۰۴ ،۱۱۵۸۶)
TS	۱۳	۷۳۴۴	۸۳۴۷	(۲۷۰۳ ،۱۱۹۸۵)



شکل ٦. مقایسه نتایج سه الگوریتم مورد آزمایش

٦ نتیجه‌گیری

در این مقاله یک مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح-مختلط برای *HFFOVRPTW*، به عنوان یکی از جدیدترین مسایل در حمل و نقل، ارایه شد. این مساله در کاربردهای روزمره که واحد تولیدی دارای ناوگان حمل و نقل نمی‌باشد، مورد استفاده قرار می‌گیرد. باید توجه داشت که کاربرد اصلی این مساله در توزیع کالاهایی است که یا فاسد شدنی هستند یا این‌که باید در یک بازه زمانی مشخص به مشتریان تحویل داده شود تا فروشنده بتواند آنها را بفروشد. در این مقاله در ابتدا چندین مثال با اندازه کوچک توسط الگوریتم دقیق مورد حل قرار گرفت. به علاوه چند مثال استاندارد در نظر گرفته و نتایج الگوریتم جستجوی ممنوع پیشنهادی با نسخه کلاسیک جستجوی ممنوع، مورچگان و روش دقیق مقایسه شد. نتایج نشان داد که الگوریتم پیشنهادی می‌تواند در یک زمان بسیار خوب به جواب‌های بهتری نسبت به الگوریتم دقیق دست یابد. بنابراین بهتر است که با توجه به سخت بودن این مساله، از الگوریتم‌های دقیق برای مسایل کوچک و برای مسایل بزرگ‌تر، از الگوریتم‌های فراابتکاری استفاده کرد. به علاوه الگوریتم توانست نسبت به الگوریتم‌های مورچگان و جستجوی ممنوع در مثال‌های بزرگ به جواب‌های بهتری دست یابد. استفاده از روش‌های شبیه‌سازی آنیلی، مورچگان و رقابت استعماری برای حل کاراتر مساله *HFFOVRPTW* برای کارهای آینده پیشنهاد می‌گردد. همچنین می‌توان محدودیت‌های واقعی دیگر بر روی این مساله مانند دریافت و تحویل همزمان کالا در نظر گرفت. مدل‌بندی و حل این مسایل جدید به مقاله‌های بعدی موکول می‌شود.

منابع

[1] Nadizadeh, A., Moubed, M., Ghasabian, F. (2021). Facility Location and Determination of the Transportation Routes in the Closed-loop Supply Chain Considering the Holding Cost. Journal of Operational Research and Its Applications (Applied Mathematics), 18 (4), 1-20 (In Persian).

[2] Shakouri, G., Nasseri, S. H., Paydar, M. M. (2022). Fuzzy Mathematical Programming Approach for Transportation Problem with Flexible Constraints. Journal of Operational Research and Its Applications (Applied Mathematics), 19 (3), 29-44 (In Persian).

[3] Maleki, F., & Yousefikhoshbakht, M. (2019). A hybrid algorithm for the open vehicle routing problem. International Journal of Optimization in Civil Engineering, 9(2), 355-371.

[4] Öztaş, T., & Tuş, A. (2022). A hybrid metaheuristic algorithm based on iterated local search for vehicle routing problem with simultaneous pickup and delivery. Expert Systems with Applications, 202, 117401.

[5] Fonseca-Galindo, J. C., de Castro Surita, G., Neto, J. M., de Castro, C. L., & Lemos, A. P. (2022). A multi-agent system for solving the Dynamic Capacitated Vehicle Routing Problem with stochastic customers using trajectory data mining. Expert Systems with Applications, 195, 116602.

[6] Ahmed, Z. H., & Yousefikhoshbakht, M. (2023). An improved tabu search algorithm for solving heterogeneous fixed fleet open vehicle routing problem with time windows. Alexandria Engineering Journal. 64, 349-363.

[7] Yousefikhoshbakht, M., Didehvar, F., & Rahmati, F. (2015). A mixed integer programming formulation for the heterogeneous fixed fleet open vehicle routing problem. Journal of optimization in Industrial Engineering, 8(18), 37-46.

[8] Li, F., Golden, B., & Wasil, E. (2007b). The open vehicle routing problem: Algorithms, large-scale test problems, and computational results. Computers and Operations Research, 34, 2918–2930.

[9] Sariklis, D., & Powell, S. (2000). A heuristic method for the open vehicle routing problem. Journal of the Operational Research Society, 51, 564–573.

[10] Li, X., Leung, S. C. H., Tian, P., A multistart adaptive memory-based tabu search algorithm for the heterogeneous fixed fleet open vehicle routing problem, Expert Systems with Applications 39, 2012, 365–374.
[11] Brandão, J., A deterministic tabu search algorithm for the fleet size and mix vehicle routing problem, European Journal of Operational Research 195, 2009, 716–728.
[12] Gendreau, M., Laporte, G., Musaraganyi, C., & Taillard, E. D. (1999b). A tabu search heuristic for the heterogeneous fleet vehicle routing problem. Computers and Operations Research, 26, 1153–1173.
[13] Li, F., Golden, B., & Wasil, E. (2007a). A record-to-record travel algorithm for solving the heterogeneous fleet vehicle routing problem. Computers and Operations Research, 34, 2734–2742.
[14] Li, X., Tian, P., & Aneja, Y. P. (2010). An adaptive memory programming metaheuristic for the heterogeneous fixed fleet vehicle routing problem. Transportation Research Part E, 46, 1111–1127.
[15] Tarantilis, C. D., Kiranoudis, C. T., & Vassiliadis, V. S. (2004). A threshold accepting metaheuristic for the heterogeneous fixed fleet vehicle routing problem. European Journal of Operational Research, 152, 148–158.
[16] Chu, C.W., A heuristic algorithm for the truckload and less-than-truckload problem, European Journal of Operational Research 165, 2005, 657–667.
[17] Bolduc, M.C., Renaud, J., Boctor, F.F., A heuristic for the routing and carrier selection problem, European Journal of Operational Research 183, 2007, 926–932.
[18] Prins, C., Two memetic algorithms for heterogeneous fleet vehicle routing problems, Engineering Applications of Artificial Intelligence 22(6), 2009, 916–928.
[19] Schmida, V., Doerner, K. F., Hartl, R. F., Salazar-González, J., Hybridization of very large neighborhood search for ready-mixed concrete delivery problems, Computers & Operations Research 37, 2010, 559-574.
[20] Euchi, J., Chabchoub, H., A hybrid tabu search to solve the heterogeneous fixed fleet vehicle routing problem, Logistics Research, 2(1), 2010, 3-11.
[21] Brandão, J., A tabu search algorithm for the heterogeneous fixed fleet vehicle routing problem, Computers & Operations Research 38, 2011, 140-151.
[22] Simeonova, L., Wassan, N., Salhi, S., Nagy, G., The Heterogeneous Fleet Vehicle Routing Problem with Light Loads and Overtime: Formulation and Population Variable Neighbourhood Search with Adaptive Memory. Expert Systems with Applications 114, 2018, 183-195.
[23] Erdoğan, G., An open source Spreadsheet Solver for Vehicle Routing Problems. Computers & Operations Research, 84, 2017, 62-72.
[24] Ahmadi-Javid, A., Amiri, E., Meskar, M., A Profit-Maximization Location-Routing-Pricing Problem: A Branch-and-Price Algorithm. European Journal of Operational Research 271(3), 2018, 866-881.
[25] Yousefikhoshbakht, M., Solving the traveling salesman problem: a modified metaheuristic algorithm. Complexity, 2021, pp. 1-13.
[26] Glover, F. (1989). Tabu search—part I. ORSA Journal on computing, 1(3), 190-206.
[27] Yousefikhoshbakht, M., Mahmoodabadi, E., & Sedighpour, M., A modified elite ACO based avoiding premature convergence for traveling salesmen problem. Journal of Industrial Engineering International, 7(5), 2011, 68–75.
[28] Yousefikhoshbakht, M., & Dolatnejad, A., A column generation for the heterogeneous fixed fleet open vehicle routing problem. International Journal of Production Management and Engineering, 5(2), 2017, 55-71.
[29] Yousefikhoshbakht, M., Didehvar, F., & Rahmati, F., An effective rank based ant system algorithm for solving the balanced vehicle routing problem, International Journal of Industrial Engineering, 23(1), 2016.
[30] Ashouri, M., & Yousefikhoshbakht, M. (2017). A Combination of Meta-heuristic and Heuristic Algorithms for the VRP, OVRP and VRP with Simultaneous Pickup and Delivery. BRAIN. Broad Research in Artificial Intelligence and Neuroscience, 8(2), 81-95.
[31] Yousefikhoshbakht, M., Malekzadeh, N., & Sedighpour, M. (2016). Solving the traveling salesman problem based on the genetic reactive bone route algorithm whit ant colony system. International Journal of Production Management and Engineering, 4(2), 65-73.
[32] Cordeau, J. F., Laporte, G., & Mercier, A. (2001). A unified tabu search heuristic for vehicle routing problems with time windows. Journal of the Operational research society, 52(8), 928-936.

[33] Yousefikhoshbakht, M., & Sedighpour, M. (2011). An optimization algorithm for the capacitated vehicle routing problem based on ant colony system. Australian Journal of Basic and Applied Sciences, 5(12), 2729-2737.
[34] Yousefikhoshbakht, M., Mahmoodabadi, E., & Sedighpour, M., A modified elite ACO based avoiding premature convergence for traveling salesmen problem, 7(15), 2011, 68-75.