مجله تحقیق در عملیات در کاربردهای آن، سال شانزدهم، شماره اول (پیاپی ۶۰)، بهار ۹۸، ص ص ۱۱۵-۹۳
شاپا ۷۲۸۶-۲۲۵۱

ارایه مدل جدید هدف‌گذاری در محیط تصمیم‌گیری متمرکز با ساختار شبکه‌ای چندمولفه‌ای

علیرضا امیرتیموری[۱]، منصور صوفی[۲]*
۱- استاد، گروه ریاضی، واحد رشت، دانشگاه آزاد اسلامی، رشت، ایران
۲- استادیار، گروه مدیریت صنعتی، واحد رشت، دانشگاه آزاد اسلامی، رشت، ایران

رسید مقاله: ۲۷ دی ۱۳۹۵
پذیرش مقاله: ۱ شهریور ۱۳۹۶

چکیده

این تحقیق به دنبال توسعه‌ی مدل‌های برنامه‌ریزی تخصیص منابع و اهداف در محیط تصمیم‌گیری متمرکز با ساختار شبکه-ای چند مولفه‌ای موازی در یک مطالعه‌ی موردی است. در چنین محیطی مساله‌ی برنامه‌ریزی تخصیص منابع و اهداف، تعیین میزان ورودی و خروجی هر یک از واحدهای تصمیم‌گیری در دست‌یابی به اهداف کلان سیستم است به گونه‌ای که اندازه‌ی بزرگی واحدها در نظر گرفته شود و کارایی مولفه‌ها و کل سیستم رو به بهبود باشد. برای طراحی چنین مدلی واحدهای استانی دانشگاه آزاد اسلامی مورد مطالعه قرار گرفتند و در نهایت با استفاده از برنامه‌ریزی خطی چند هدفه مبتنی بر تحلیل پوششی داده‌ها، مدلی طراحی گردید که ضمن افزایش کارایی واحدهای استانی و دانشگاه آزاد اسلامی با شش ورودی و هشت خروجی، دو ورودی غیرقابل کنترل و خروجی نامطلوب، منجر به تخصیص منابع و تعیین اهداف کمی متناسب با اندازه بزرگی واحدها شود.

واژه‌های کلیدی: برنامه‌ریزی تخصیص منابع و اهداف، تحلیل پوششی داده‌ها، برنامه‌ریزی خطی چند هدفه، سیستم‌های تولیدی / خدماتی چند مولفه‌ای موازی.

۱ مقدمه

برنامه‌ریزی تولید را می‌توان به عنوان یک فرآیند سلسله مراتبی در نظر گرفت. سلسله مراتب عملیات برنامه‌ریزی و کنترل در تولید که از منشور شرکت آغاز شده و به سمت جنبه‌های زمان حقیقی و بلادرنگ گسترش می‌یابد [۱]. از طرفی عملکرد یک سیستم تحت تأثیر عوامل گوناگونی قرار دارد و مؤسسات تولیدی با استفاده از ابزارهای مختلف به دنبال بهبود بخشیدن به آن می‌باشند. بسیاری از سازمان‌ها برای تحقق این امر راه‌های اشتباه را

*- عهده‌دار مکاتبات
آدرس الکترونیکی: msoufi45@gmail.com

پیموده و برای افزایش عملکرد خود به جای پرداختن به بهره‌وری، به کارایی تولید آن هم به صورت بهینه‌سازی محلی توجه می‌نمایند و اثربخشی سیستم را فدای کارایی می‌نمایند[۲]. اتخاذ چنین تصمیماتی عملکرد سیستم را ارتقا نمی‌بخشد و با ایجاد رشد ناموزون احتمال عدم انطباق سازمان را با تغییرات محیط کلان و متعاقب آن محیط برنامه‌ریزی تولید افزایش داده و دسترسی به اهداف اصلی سازمانی (بقا، توسعه، رقابت) را دستخوش خطر می‌نماید[۳]. با توجه به اینکه امروزه توجه به تولید، فرآیندهای آن و کارایی سیستم‌های گوناگون تولیدی به صورت چشم‌گیری افزایش یافته است، مقالات و نوشته‌های زیادی به این مباحث اختصاص‌یافته که میزان تقاضای فعالیت علمی را برای بررسی محیط تولیدی مناسب بر اجرای سیستم‌های مدیریت تولید طلب می‌نماید. در این تحقیق به صورت تخصصی برای ارایه یک مدل برنامه‌ریزی، تأثیر انطباق محیط برنامه‌ریزی تولید با روش برنامه‌ریزی تخصیص منابع و اهداف که یکی از مهم‌ترین اجزای سیستم تولیدی می‌باشد مورد توجه قرار می‌گیرد [۴]. تحلیل پوششی داده‌ها، رویکردی برای سنجش کارایی نسبی مجموعه‌ای از واحدهای مشابه است که معمولاً با عنوان واحد تصمیم‌گیرنده شناخته می‌شود و چندین ورودی و چندین خروجی دارد. در حالی‌که تحلیل پوششی داده‌های استاندارد، یک فرایند ساده را مورد توجه قرار می‌دهد که در آن مصرف ورودی‌ها باعث تولید خروجی‌ها می‌شود، تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای یک توالی از فرایندها را مورد توجه قرار می‌دهد که هر کدام از آنها مجموعه ورودی‌های خود را مصرف می‌نماید تا مجموعه خروجی‌های خود را تولید کند. خروجی-های یک مرحله از فرایند که به عنوان ورودی‌های مرحله بعد مورد استفاده قرار می‌گیرد، واسطه نامیده می-شود[۵]. کورهونن و سیرجانن[۶] رویکردی برای حل مسایل تخصیص منابع در محیط‌های تصمیم‌گیری متمرکز ارایه نمودند. جهانشاهلو و همکاران [۷] از یک مثال عددی برای نشان دادن اینکه اصل حداقلی پارتو در رویکرد کوک و کریس[۸] نقض شدنی است، استفاده کردند و تنها از یک فرمول ساده برای تخصیص هزینه، بدون حل مسایل برنامه‌ریزی خطی بهره بردند. لوزانو و ویلا [۹] بیان داشتند که در سناریوهای سازمانی که یک تصمیم-گیرنده متمرکز، "مالک" یا ناظر بر همه واحدهای عملیاتی است، حداکثرسازی کارایی واحدها همزمان با حداقل‌سازی مصرف ورودی‌ها و حداکثرسازی تولید خروجی‌ها مورد توجه است. در مقاله آن‌ها دو مدل جدید تحلیل پوششی داده‌ها برای هر تخصیص منبع ارایه شده است. گومز و ویلا [۱۰] یک مدل هیبریدی مبتنی بر تحلیل پوششی داده‌ها را برای تخصیص منابع مورد استفاده قرار دادند. آن‌ها از مدل ZSG-DEA۱ ارایه شده در مقاله [۱۱] لینز و همکاران و الگوریتم متوالی تخصیص منابع سوارس و همکاران [۱۲] استفاده کردند. لی و همکاران [۱۳] رابطه میان هزینه‌های تخصیص داده شده و امتیاز کارایی را بررسی نمودند و یک رویکرد مبتنی بر تحلیل پوششی داده‌ها برای تخصیص هزینه ثابت میان واحدهای تصمیم‌گیرنده مختلف ارایه کردند. امیرتیموری و تبار [۱۴] یک رویکرد عملی برای تخصیص هزینه‌های ثابت یا منابع، بین مجموعه‌ای از واحدهای تصمیم گیرنده ارایه کردند. ملونی و همکاران [۱۵] یک مدل پارامتریک تحلیل پوششی داده‌ها با نام مدل مرزی بیضوی[۲] برای تخصیص ورودی‌ها ارایه دادند. آن‌ها با فرض وجود یک هذلولی از پیش تعریف شده از نقاطی که مرز تحلیل

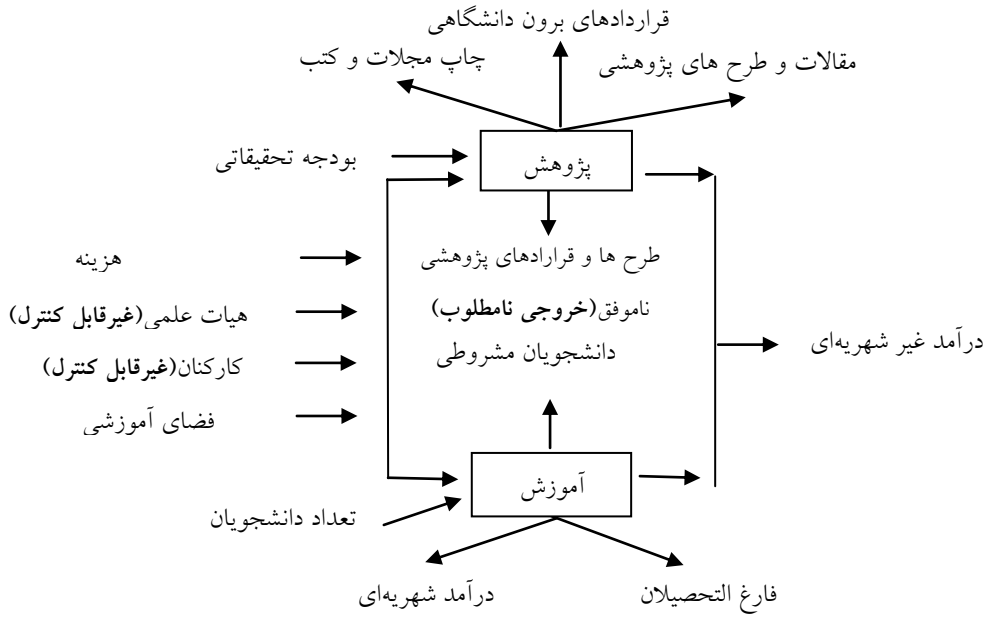
[1]Zero Sum Gains DEA model
[2]Ellipsoidal Frontier Model

پوششی داده‌ها را مشخص می‌کنند، مساله تخصیص بخش‌های یک خروجی ثابت جدید به گروهی از واحدهای تصمیم‌گیری‌ها را مورد بررسی قرار دادند. لین [۱۶] روش‌های جدید مبتنی بر تحلیل پوششی داده‌ها را برای تخصیص هزینه‌های ثابت و توزیع درآمد مشترک میان واحدهای تصمیم‌گیری ارایه نمود، به طوری‌که کارایی نسبی همه آن‌ها بدون تغییر باقی بماند. حسین زاده لطفی و همکاران [۱۷] تخصیص منابع متمرکز تصادفی را برای تخصیص منابع متمرکز که در آن ورودی‌ها و خروجی‌ها مقادیر تصادفی دارند، ارایه نمودند. سیلوا و ملونی [۱۸] مدل ASFM-LP را بر اساس فرض "شکل کروی از پیش تعریف شده از مرز کارایی" برای تخصیص منابع معرفی کردند. مدل آن‌ها به این مساله توجه دارد که تخصیص عادلانه ورودی‌ها، تخصیصی است که کارایی-های CCR را حداکثر سازد. مارمولینرو و همکاران [۱۹] نسخه ساده شده‌ای از مدل لوزانو و ویلا [۹] را برای تخصیص منابع در سازمان‌های دارای محیط تصمیم‌گیری متمرکز ارایه دادند. حسین زاده لطفی و همکاران [۲۰] یک مکانیزم تخصیص مبتنی بر رویکرد وزن‌های ثانویه مشترک ارایه نمودند. وو و همکاران [۲۱] چند مدل جدید تحلیل پوششی داده‌ها ارایه کردند که عوامل اقتصادی و محیطی را در تخصیص منابع معین در نظر می-گیرد. در رویکرد آن‌ها، سه سناریو از منابع معین و دو سناریو از تابع هدف در نظر گرفته شده است. لی و همکاران [۲۲] از تکنیک تحلیل پوششی داده‌ها برای حل مساله تخصیص یک هزینه ثابت بین مجموعه‌ای از واحدهای تصمیم‌گیری متجانس، به شیوه‌ای عادلانه، استفاده کردند. سی و همکاران [۲۳] رابطه بین روش اشتراک‌گذاری متناسب و تحلیل پوششی داده‌ها را در حل مساله تخصیص هزینه‌های ثابت مورد بررسی قرار دادند. ورمز و همکاران [۲۴] بر اساس کار بوگیتوفت [۲۵]، رویکرد جدیدی برای اندازه‌گیری عملکرد هر یک از واحدهای تصمیم‌گیری و برنامه‌ریزی متمرکز منابع ارایه نمودند. فنگ [۲۶] یک مدل عمومی تخصیص منبع متمرکز ارایه داد که مدل های لوزانو و ویللا [۹] و اسمیلد و همکاران [۲۷] را در قالب مدلی عمومی‌تر بسط می-دهد. مدل آن‌ها متغیرهای ورودی غیرقابل تعدیل و متغیرهای خروجی غیر قابل تبدیل را در مدل‌سازی دخالت می‌دهد.

کیوون و لی [۲۸] از مدل دو مرحله‌ای برای ارزیابی بانک‌های ایالات متحده استفاده نمودند. شفیعی و همکاران [۲۹] از تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای برای ارزیابی عملکرد زنجیره‌ی تامین استفاده کردند.آزادی و همکاران [۳۰] با استفاده از تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای دو مرحله‌ای به برنامه‌ریزی نواحی امکان‌پذیر برای تهیه‌کنندگان حمل و نقل عمومی در زنجیره‌ی تامین سبز پرداختند. لپتیت و نزونگنب [۳۱] از تحلیل پوششی داده-های شبکه‌ای چندمرحله‌ای برای ارزیابی ثبات مالی یا توسعه‌ی فقر در بانک‌های روستایی کامرون استفاده کردند. ویگمنز و دکر [۳۲] مدل تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای دو مرحله‌ای را برای ایجاد یک شرکت الگوی تولیدکننده‌ی دستگاه‌های عمق‌سنج در بنادر هامبورگ توسعه دادند. دبستانی و همکاران [۳۳] برای خوشه‌بندی ابعاد کیفیت خدمات، مدل تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای سری را طراحی نمودند.

مقالات بسیاری در زمینه تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای منتشر شده است؛ ولی اغلب آن‌ها ساختارهای داخلی با فرآیندهای سری دو مرحله‌ای را بررسی کرده‌اند. در حالی‌که در سازمان‌هایی مانند دانشگاه‌ها، فرآیندها به صورت موازی است و ورودی‌هایی هم هستند که غیرقابل کنترل می‌باشند. دانشگاه آزاد اسلامی که از ساختار

مدیریتی متمرکز برخوردار است، هر ساله اهدافی کمی برای واحدهای (شعبات) تحت پوشش خود تعیین و ابلاغ می‌نماید. این دانشگاه برای کسب مدارج بالاتر در مجامع بین المللی و ایران، چشم‌اندازی در افق ۱۴۰۴ در دو برنامه‌ی ۱۰ ساله تدوین نموده است، آنچه که مدیریت دانشگاه بیش از پیش بر آن صحه گذارده است جهانی شدن و کسب رتبه بر اساس استانداردهای جهانی است. بر اساس این دیدگاه، باید اهداف کمی شده‌ای برای واحدهای دانشگاهی در نظر گرفت تا متناسب با آن، منابع تخصیص یابند. ساختار دانشگاه همانند سیستم‌های تولیدی چند مولفه‌ای است که در شکل ۱ مشاهده می‌شود. با توجه به اینکه برنامه‌ریزی تخصیص منابع و هدف-گذاری و به ویژه محیط برنامه‌ریزی، از جمله ارکان اساسی مدیریت تولید و عملیات است و تمامی واحدهای تولیدی/خدماتی برای نیل به اهداف خود می‌باید در افق زمانی کوتاه مدت، میان مدت و بلند مدت دارای استراتژی و برنامه‌های مشخصی باشند، این پژوهش درصدد است تا بر اساس مدل‌های برنامه‌ریزی آرمانی برای کلیه‌ی واحدهای تولیدی مشابه، ضرایب تخصیصی مبتنی بر اندازه‌ی واحدها تعیین و انحراف از آرمان آن‌ها را به حداقل برساند، با این محدودیت که کارایی واحدها افزایش یابد. پیش از این مدل سنجش کارایی واحدهای دانشگاهی و در نتیجه کل دانشگاه به عنوان گام نخست، طراحی و اجرا گردیده بود (محقر و همکاران، ۱۳۹۵)، در این مقاله با استفاده از تحلیل پوششی داده‌ها، مساله برنامه‌ریزی تخصیص منابع و هدف‌گذاری از دیدگاه بهره-وری و کارایی در واحدهای دانشگاه آزاد اسلامی مورد بررسی قرار می‌گیرد.



شکل ۱. شاخص‌های ورودی و خروجی همراه با خروجی‌های نامطلوب و ورودی‌های غیر قابل کنترل (محقر و همکاران، ۱۳۹۵)

۲ مدل تخصیص منابع و اهداف در سیستم‌های تولید چندمولفه‌ای با خروجی نامطلوب و ورودی غیر قابل کنترل

فرض کنید مجموعه‌ای از n واحد تصمیم‌گیرنده چندمولفه‌ای وجود دارد که هر یک از آن‌ها با $DMU_j\ (j=1,2,\ldots,n)$ نشان داده می شود. به‌علاوه $\overline{x}_{zj}^{(si)}$ ورودی غیر قابل کنترل مشترک zاُم واحد j ، $\overline{y}_{tj}^{(i)}$ خروجی نامطلوب مستقل t اُم واحد j ، $y_{rj}^{(i)}$ خروجی مستقل rاُم واحد j ، $y_{kj}^{(si)}$ خروجی مشترک kاُم واحد j ، $x_{dj}^{(i)}$ ورودی مستقل dاُم واحد j و $x_{pj}^{(si)}$ ورودی مشترک p اُم واحد j باشد. بر اساس مدل (۱)، کارایی CCR هر یک از واحدهای تحت ارزیابی را می‌توان با استفاده از مدل زیر محاسبه نمود:

$$
\begin{aligned}
E_o^{(a)} &= \frac{\sum_{r=1}^{s} u_r^{(i)} y_{ro}^{(i)} + \sum_{k=1}^{K} u_k^{(si)} \left(\beta_i y_{ko}^{(si)}\right) - \sum_{z=1}^{Z} \rho_z^{(si)} \left(\gamma_i \overline{x}_{zo}^{(si)}\right)}{\sum_{d=1}^{D} v_d^{(i)} x_{do}^{(i)} + \sum_{p=1}^{P} v_p^{(si)} \left(\alpha_i x_{po}^{(si)}\right) + \sum_{t=1}^{T} w_t^{(i)} \overline{y}_{to}^{(i)}} \\
s.t.\ & \frac{\sum_{r=1}^{s} u_r^{(i)} y_{rj}^{(i)} + \sum_{k=1}^{K} u_k^{(si)} \left(\beta_i y_{kj}^{(si)}\right) - \sum_{z=1}^{Z} \rho_z^{(si)} \left(\gamma_i \overline{x}_{zj}^{(si)}\right)}{\sum_{d=1}^{D} v_d^{(i)} x_{dj}^{(i)} + \sum_{p=1}^{P} v_p^{(si)} \left(\alpha_i x_{pj}^{(si)}\right) + \sum_{t=1}^{T} w_t^{(i)} \overline{y}_{tj}^{(i)}} \le 1, \\
& \frac{u_r^{(i)} y_{rj}^{(i)} + u_k^{(si)} \left(\beta_i y_{kj}^{(si)}\right) - \rho_z^{(si)} \left(\gamma_i \overline{x}_{zj}^{(si)}\right)}{v_d^{(i)} x_{dj}^{(i)} + v_p^{(si)} \left(\alpha_i x_{pj}^{(si)}\right) + w_t^{(i)} \overline{y}_{tj}^{(i)}} \le 1, \\
& \sum_{i=1}^{b} \alpha_i = 1, \\
& \sum_{i=1}^{b} \beta_i = 1, \\
& \sum_{i=1}^{b} \gamma_i = 1, \\
& u_r^{(i)},\ u_k^{(si)},\ \rho_z^{(si)},\ v_d^{(i)},\ v_p^{(si)},\ w_t^{(i)} \ge \varepsilon.
\end{aligned}
\qquad (1)
$$

- فرض کنید تغییر در ورودی غیر قابل کنترل مشترک zاُم $G_z\left(i=1,\ldots,Z\right)$، خروجی نامطلوب مستقل tام $\Theta_t\left(t=1,\ldots,T\right)$، خروجی مستقل rام $D_r\left(r=1,\ldots,s\right)$، خروجی مشترک kام $\mathrm{P}_k\left(k=1,\ldots,K\right)$، ورودی مستقل dام $F_d\left(d=1,\ldots,D\right)$ و ورودی مشترک p ام $C_p\left(p=1,\ldots,P\right)$ قابل پیش‌بینی/تعیین باشد.
- فرض کنید که سهم $\mathrm{DMU_j}$ از تغییر در ورودی غیر قابل کنترل مشترک iاُم $\left(G_z\right)$ با g_{zj} نشان داده شود که می‌تواند مثبت یا منفی باشد $\left(\sum_{j=1}^{n} g_{zj} = G_z\right)$؛ بنابراین، انتظار داریم $\hat{x}_{zj}^{(si)} = \overline{x}_{zj}^{(si)} + g_{zj}$ ورودی غیر قابل کنترل مشترک zاُم $\mathrm{DMU_j}$ در فصل بعدی تولید باشد

- فرض کنید که سهم $\mathrm{DMU_j}$ از تغییر در خروجی نامطلوب مستقل tاُم $\left(\Theta_t\right)$ با θ_{tj} نشان داده شود که می‌تواند مثبت یا منفی باشد $\left(\sum_{j=1}^{n}\theta_{tj}=\Theta_t\right)$؛ بنابراین انتظار داریم $\hat{y}_{tj}^{(i)}=\overline{y}_{tj}^{(i)}+\theta_{tj}$ خروجی نامطلوب مستقل tاُم $\mathrm{DMU_j}$ در فصل بعدی تولید باشد.
- فرض کنید که سهم $\mathrm{DMU_j}$ از تغییر در خروجی مستقل rاُم $\left(\mathrm{D}_r\right)$ با d_{rj} نشان داده شود که می‌تواند مثبت یا منفی باشد $\left(\sum_{j=1}^{n}d_{rj}=\mathrm{D}_r\right)$؛ بنابراین انتظار داریم $\hat{y}_{rj}^{(i)}=y_{rj}^{(i)}+d_{rj}$ خروجی مستقل rاُم $\mathrm{DMU_j}$ در فصل بعدی تولید باشد.
- فرض کنید که سهم $\mathrm{DMU_j}$ از تغییر در خروجی مشترک kاُم $\left(\mathrm{P}_k\right)$ با ρ_{kj} نشان داده شود که می‌تواند مثبت یا منفی باشد $\left(\sum_{j=1}^{n}\rho_{kj}=\mathrm{P}_k\right)$؛ بنابراین انتظار داریم $\hat{y}_{kj}^{(si)}=y_{kj}^{(si)}+\rho_{kj}$ خروجی مشترک kاُم $\mathrm{DMU_j}$ در فصل بعدی تولید باشد.
- فرض کنید که سهم $\mathrm{DMU_j}$ از تغییر در ورودی مستقل dاُم $\left(\mathrm{F}_d\right)$ با f_{dj} نشان داده شود که می‌تواند مثبت یا منفی باشد $\left(\sum_{j=1}^{n}f_{dj}=\mathrm{F}_d\right)$؛ بنابراین انتظار داریم $\hat{x}_{dj}^{(i)}=x_{dj}^{(i)}+f_{dj}$ ورودی مستقل dاُم $\mathrm{DMU_j}$ در فصل بعدی تولید باشد.
- نهایتاً، فرض کنید که سهم $\mathrm{DMU_j}$ از تغییر در ورودی مشترک pاُم $\left(\mathrm{C}_p\right)$ با c_{pj} نشان داده شود که می‌تواند مثبت یا منفی باشد $\left(\sum_{j=1}^{n}c_{pj}=\mathrm{C}_p\right)$؛ بنابراین انتظار داریم $\hat{x}_{pj}^{(si)}=x_{pj}^{(si)}+c_{pj}$ ورودی مستقل pاُم $\mathrm{DMU_j}$ در فصل بعدی تولید باشد.

در رویکرد ارایه شده، ورودی‌ها و خروجی‌های دوره بعد تولید باید به صورتی تغییر یابند که کارایی هر یک از واحدها نسبت به کارایی حاضر بهبود پیدا کند؛ بنابراین خواهیم داشت:

$$\begin{aligned}
&\frac{\sum_{r=1}^{s}u_r^{(i)}\left(y_{rj}^{(i)}+d_{rj}\right)+\sum_{k=1}^{K}u_k^{(si)}\left(\beta_i\left(y_{kj}^{(si)}+\rho_{kj}\right)\right)-\sum_{z=1}^{Z}\rho_z^{(si)}\left(\gamma_i\left(\overline{x}_{zj}^{(si)}+g_{zj}\right)\right)}{\sum_{d=1}^{D}v_d^{(i)}\left(x_{dj}^{(i)}+f_{dj}\right)+\sum_{p=1}^{P}v_p^{(si)}\left(\alpha_i\left(x_{pj}^{(si)}+c_{pj}\right)\right)+\sum_{t=1}^{T}w_t^{(i)}\left(\overline{y}_{tj}^{(i)}+\theta_{tj}\right)}\geq E_j^{(a)},\\
&\sum_{j=1}^{n}g_{zj}=G_z,\\
&\sum_{j=1}^{n}\theta_{tj}=\Theta_t,\\
&\sum_{j=1}^{n}d_{rj}=\mathrm{D}_r,\\
&\sum_{j=1}^{n}\rho_{kj}=\mathrm{P}_k,
\end{aligned}\qquad(۲)$$

$$\sum_{j=1}^{n} f_{dj} = \mathrm{F}_d$$

$$\sum_{j=1}^{n} c_{pj} = \mathrm{C}_p$$

$$\sum_{i=1}^{b} \alpha_i = 1$$

$$\sum_{i=1}^{b} \beta_i = 1$$

$$\sum_{i=1}^{b} \gamma_i = 1$$

$$u_r^{(i)},\ u_k^{(si)},\ \rho_z^{(si)},\ v_d^{(i)},\ v_p^{(si)},\ w_t^{(i)} \geq \varepsilon$$

$$g_{zj} \geq 0 \quad when\, G_z \geq 0 \quad \& \, g_{zj} \leq 0 \quad when\, G_z \leq 0$$

$$\theta_{tj} \geq 0 \quad when\, \Theta_t \geq 0 \quad \& \, \theta_{tj} \leq 0 \quad when\, \Theta_t \leq 0$$

$$d_{rj} \geq 0 \quad when\, \mathrm{D}_r \geq 0 \quad \& \, d_{rj} \leq 0 \quad when\, \mathrm{D}_r \leq 0$$

$$\rho_{kj} \geq 0 \quad when\, \mathrm{P}_k \geq 0 \quad \& \, \rho_{kj} \leq 0 \quad when\, \mathrm{P}_k \leq 0$$

$$f_{dj} \geq 0 \quad when\, \mathrm{F}_d \geq 0 \quad \& \, f_{dj} \leq 0 \quad when\, \mathrm{F}_d \leq 0$$

$$c_{pj} \geq 0 \quad when\, \mathrm{C}_p \geq 0 \quad \& \, c_{pj} \leq 0 \quad when\, \mathrm{C}_p \leq 0$$

از آنجایی‌که $u_r^{(i)}$ و $u_k^{(si)}$، $\rho_z^{(si)}$، $v_d^{(i)}$، $v_p^{(si)}$، $w_t^{(i)}$ متغیرهای تصمیم هستند، نامعادله فوق غیرخطی است. چنانچه تغییر متغیر $= u_r^{(i)} d_{rj}$ ، $\bar{\rho}_{kj} = u_k^{(si)} \rho_{kj}$ ، $\bar{g}_{zj} = \rho_z^{(si)} g_{ij}$ ، $\bar{f}_{dj} = v_d^{(i)}\ f_a$ ، $\bar{c}_{pj} = v_p^{(si)} c_{pj}$ و $\bar{\theta}_{tj} = w_t^{(i)} \theta_{tj}$ را در نامعادله فوق اعمال کنیم، خواهیم داشت:

$$\frac{(\sum_{r=1}^{s} u_r^{(i)} y_{rj}^{(i)} + \sum_{r=1}^{s} \bar{d}_{rj}) + (\sum_{k=1}^{K} u_k^{(si)} \beta_i \left(y_{kj}^{(si)}\right) + \sum_{k=1}^{K} \bar{\rho}_{kj}) - (\sum_{z=1}^{Z} \rho_z^{(si)} \gamma_i \left(\bar{x}_{zj}^{(si)}\right) + \sum_{z=1}^{Z} \bar{g}_{zj})}{(\sum_{d=1}^{D} v_d^{(i)} x_{dj}^{(i)} + \sum_{d=1}^{D} \bar{f}_{dj}) + (\sum_{p=1}^{P} v_p^{(si)} \left(\alpha_i x_{pj}^{(si)}\right) + \sum_{p=1}^{P} \bar{c}_{pj}) + (\sum_{t=1}^{T} w_t^{(i)} \bar{y}_{tj}^{(i)} + \sum_{t=1}^{T} \bar{\theta}_{tj})} \geq E_j^{(a)} \quad (۳)$$

$$\sum_{j=1}^{n} \bar{g}_{zj} = \rho_z^{(si)} G_z$$

$$\sum_{j=1}^{n} \bar{\theta}_{tj} = w_t^{(i)} \Theta_t$$

$$\sum_{j=1}^{n} \bar{d}_{rj} = u_r^{(i)} \mathrm{D}_r$$

$$\sum_{j=1}^{n} \bar{\rho}_{kj} = u_k^{(si)} \mathrm{P}_k$$

$$\sum_{j=1}^{n} \bar{f}_{dj} = v_d^{(i)} \mathrm{F}_d$$

$$\sum_{j=1}^{n} \bar{c}_{pj} = v_p^{(si)} \mathrm{C}_p$$

$$\sum_{i=1}^{b}\alpha_i = 1$$
$$\sum_{i=1}^{b}\beta_i = 1$$
$$\sum_{i=1}^{b}\gamma_i = 1$$
$$u_r^{(i)},\ u_k^{(si)},\ \rho_z^{(si)},\ v_d^{(i)},\ v_p^{(si)},\ w_t^{(i)} \geq \varepsilon$$
$$\bar{g}_{zj} \geq 0 \quad when\, G_z \geq 0 \quad \& \bar{g}_{zj} \leq 0 \quad when\, G_z \leq 0$$
$$\bar{\theta}_{tj} \geq 0 \quad when\, \Theta_t \geq 0 \quad \& \bar{\theta}_{tj} \leq 0 \quad when\, \Theta_t \leq 0$$
$$\bar{d}_{rj} \geq 0 \quad when\, \mathrm{D}_r \geq 0 \quad \& \bar{d}_{rj} \leq 0 \quad when\, \mathrm{D}_r \leq 0$$
$$\bar{\rho}_{kj} \geq 0 \quad when\, \mathrm{P}_k \geq 0 \quad \& \bar{\rho}_{kj} \leq 0 \quad when\, \mathrm{P}_k \leq 0$$
$$\bar{f}_{dj} \geq 0 \quad when\, \mathrm{F}_d \geq 0 \quad \& \bar{f}_{dj} \leq 0 \quad when\, \mathrm{F}_d \leq 0$$
$$\bar{c}_{pj} \geq 0 \quad when\, \mathrm{C}_p \geq 0 \quad \& \bar{c}_{pj} \leq 0 \quad when\, \mathrm{C}_p \leq 0$$

فرض کنید که سهم $\mathrm{DMU_j}$ از تغییر در ورودی غیر قابل کنترل مشترک z اُم (G_z) با $\Delta_j^z G_z$ ، سهم $\mathrm{DMU_j}$ از تغییر در خروجی نامطلوب مستقل t ام (Θ_t) با $\Delta_j^t \Theta_t$ ، سهم $\mathrm{DMU_j}$ از تغییر در خروجی مستقل r اُم (D_r) با $\Delta_j^r \mathrm{D}_r$، سهم $\mathrm{DMU_j}$ از تغییر در خروجی مشترک k اُم (P_k) با $\Delta_j^k \mathrm{P}_k$ ، سهم $\mathrm{DMU_j}$ از تغییر در ورودی مستقل d اُم (F_d) با $\Delta_j^d \mathrm{F}_d$ و سهم $\mathrm{DMU_j}$ از تغییر در ورودی مشترک p اُم (C_p) با $\Delta_j^p \mathrm{C}_p$ نشان داده شود. ما Δ_j^z ، Δ_j^t ، Δ_j^r ، Δ_j^k ، Δ_j^d و Δ_j^p را متناسب با پتانسیل واحد، تحت عنوان مقادیر نرمالایز شده درجه بزرگی ورودی‌ها (MSI) و درجه بزرگی خروجی‌ها (MSO) به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

اندازه بزرگی ورودی‌ها:

- تعریف ۳-۱- اندازه بزرگی DMU_o از نظر ورودی غیر قابل کنترل مشترک zاُم (G_z) که با MSI_o^z نشان داده شده، به عنوان مقدار بهینه تابع هدف برنامه‌ریزی خطی زیر تعریف می‌شود:

$$MSI_o^z = Max \sum_{z=1}^{Z} \rho_z^{(si)} x_{zo}^{(si)}$$
$$s.t. \qquad (۴)$$
$$\sum_{z=1}^{Z} \rho_z^{(si)} x_{zj}^{(si)} \leq 1, \quad (j = 1, ..., n)$$
$$\rho_z^{(si)} \geq \varepsilon \ , \quad (z = 1, ..., Z).$$

بر اساس تعریف فوق، DMU_o از نظر ورودی غیر قابل کنترل مشترک بزرگ‌تر از DMU_k خواهد بود، اگر و فقط اگر $MSI_o^z > MSI_k^z$ باشد.

- تعریف ۳-۲- اندازه بزرگی DMU_o از نظر ورودی مستقل dاُم (F_d) که با MSI_o^d نشان داده شده، به عنوان مقدار بهینه تابع هدف برنامه‌ریزی خطی زیر تعریف می‌شود:

$$
\begin{aligned}
& MSI_o^d = Max \sum_{d=1}^{D} v_d{}^{(i)} x_{do}^{(i)} \\
& s.t. \\
& \sum_{d=1}^{D} v_d{}^{(i)} x_{dj}^{(i)} \le 1 \quad (j = 1, ..., n) \\
& v_d{}^{(i)} \ge \varepsilon \ , \quad (d = 1, ..., D).
\end{aligned}
\tag{۵}
$$

بر اساس تعریف فوق، DMU_o از نظر ورودی مستقل بزرگ‌تر از DMU_k خواهد بود، اگر و فقط اگر $MSI_o^d > MSI_k^d$ باشد.

- تعریف ۳-۳- اندازه بزرگی DMU_o از نظر ورودی غیر قابل کنترل مشترک p اُم (C_p) که با MSI_o^p نشان داده شده، به عنوان مقدار بهینه تابع هدف برنامه‌ریزی خطی زیر تعریف می‌شود:

$$
\begin{aligned}
& MSI_o^p = Max \sum_{p=1}^{P} v_p{}^{(si)} x_{po}^{(si)} \\
& s.t. \\
& \sum_{p=1}^{P} v_p{}^{(si)} x_{pj}^{(si)} \le 1 \quad (j = 1, ..., n), \\
& v_p{}^{(si)} \ge \varepsilon \ , \quad (p = 1, ..., P).
\end{aligned}
\tag{۶}
$$

بر اساس تعریف فوق، DMU_o از نظر ورودی غیر قابل کنترل مشترک بزرگ‌تر از DMU_k خواهد بود، اگر و فقط اگر $MSI_o^p > MSI_k^p$ باشد.

اندازه بزرگی خروجی‌ها:

- تعریف ۳-۴- اندازه بزرگی DMU_o از نظر خروجی نامطلوب مستقل t اُم (Θ_t) که با MSO_o^t نشان داده شده، به عنوان مقدار بهینه تابع هدف برنامه‌ریزی خطی زیر تعریف می‌شود:

$$
\begin{aligned}
& MSO_o^t = Max \sum_{t=1}^{T} w_t^{(i)} y_{to}^{(i)} \\
& s.t. \\
& \sum_{t=1}^{T} w_t^{(i)} y_{tj}^{(i)} \le 1 \quad (j = 1, ..., n) \\
& w_t^{(i)} \ge \varepsilon \ , \quad (t = 1, ..., T).
\end{aligned}
\tag{۷}
$$

بر اساس تعریف فوق، DMU_o از نظرخروجی نامطلوب مستقل بزرگ‌تر از DMU_k خواهد بود، اگر و فقط اگر $MSO_o^t > MSO_k^t$ باشد.

- تعریف ۳-۵- اندازه بزرگی DMU_o از نظر خروجی مستقل rاُم (D_r)که با MSO_o^r نشان داده شده، به عنوان مقدار بهینه تابع هدف برنامه‌ریزی خطی زیر تعریف می‌شود:

$$
\begin{aligned}
& MSO_o^r = Max \sum_{r=1}^{s} u_r^{(i)} y_{ro}^{(i)} \\
& s.t. \\
& \sum_{r=1}^{s} u_r^{(i)} y_{rj}^{(i)} \le 1 \quad (j = 1, ..., n) \\
& u_r^{(i)} \ge \varepsilon \ , \quad (r = 1, ..., s)
\end{aligned}
\tag{۸}
$$

بر اساس تعریف فوق، DMU_o از نظر خروجی مستقل بزرگ‌تر از DMU_k خواهد بود، اگر و فقط اگر $MSO_o^r > MSO_k^r$ باشد.

- تعریف ۳-۶- اندازه بزرگی DMU_o از نظر خروجی مشترک kاُم (P_k)که با MSO_o^k نشان داده شده، به عنوان مقدار بهینه تابع هدف برنامه‌ریزی خطی زیر تعریف می‌شود:

$$
\begin{aligned}
& MSO_o^k = Max \sum_{k=1}^{K} u_k^{(si)} y_{kj}^{(si)} \\
& s.t. \\
& \sum_{k=1}^{K} u_k^{(si)} y_{kj}^{(si)} \le 1 \quad (j = 1, ..., n) \\
& u_k^{(si)} \ge \varepsilon \ , \quad (k = 1, ..., K).
\end{aligned}
\tag{۹}
$$

به طور مشابه، DMU_oاز نظر خروجی مشترک بزرگ‌تر از DMU_k خواهد بود، اگر و فقط اگر $MSO_o^k > MSO_k^k$ باشد برای هر DMU مقادیر نرمالایزشده ورودی‌ها، $\Delta_o^z = MSI_o^z / \sum_{j=1}^{n} MSI_j^z$ و $\Delta_o^d = MSI_o^d / \sum_{j=1}^{n} MSI_j^d$ و $\Delta_o^p = MSI_o^p / \sum_{j=1}^{n} MSI_j^p$ در نظر گرفته می‌شود، به طوری که رابطه

$\sum_{j=1}^{n}\Delta_j^z = \sum_{j=1}^{n}\Delta_j^d = \sum_{j=1}^{n}\Delta_j^p = 1$ برقرار است. برای هر DMU مقادیر نرمالایز شده خروجی‌ها، $\Delta_o^t = MSO_o^t / \sum_{j=1}^{n} MSO_j^t$ و $\Delta_o^r = MSO_o^r / \sum_{j=1}^{n} MSO_j^r$ و $\Delta_o^k = MSO_o^k / \sum_{j=1}^{n} MSO_j^k$ در نظر گرفته می‌شود، به طوری که رابطه $\sum_{j=1}^{n}\Delta_j^t = \sum_{j=1}^{n}\Delta_j^r = \sum_{j=1}^{n}\Delta_j^k = 1$ برقرار است. با توجه به اندازه بزرگی واحدها از نظر ورودی‌ها و خروجی‌ها، ضروری است که حتی‌الامکان اندازه‌های فوق مبنای تخصیص ورودی‌ها و هدف‌گذاری خروجی-های واحدها قرار گیرند تا شدنی بودن نتایج تضمین گردد. مساله قابل تامل در رابطه با $\bar{w}_t^{(i)}$، $\bar{v}_p^{(si)}$، $\bar{v}_d^{(i)}$، $\bar{\rho}_z^{(si)}$، $\bar{u}_k^{(si)}$ و $\bar{u}_r^{(i)}$ آن است که هیچ تضمینی در برآورده شدن معادلات مربوط به آن‌ها در مدل وجود ندارد. در غیاب چنین برنامه‌ای، منطقی است که متغیرهای انحراف از آرمان را برای سطوح کارایی ورودی‌ها و خروجی‌های واحدها تعریف کنیم. فرض کنید: $\bar{g}_{zj} - \Delta_j^i \rho_z^{(si)} G_z = a_{zj}^+ - a_{zj}^-$، $\bar{\theta}_{tj} = \Delta^t w_t^{(i)} \Theta \; \bar{t}^{+} \; {}_{tj} \; \bar{a}$، $\bar{d}_{rj} = \Delta_j^r u_r^{(i)} \mathrm{D}_r = a_{rj}^+ - a_{rj}^-$، $\bar{\rho}_{kj} = \Delta_j^k u_k^{(si)} \mathrm{P}_k = a_{kj}^+ - a_{kj}^-$، $\bar{f}_{dj} = \Delta_j^d v_d^{(i)} \mathrm{F}_d = a_{dj}^+ - a_d^-$ و $\bar{c}_{pj} = \Delta_j^p v_p^{(si)} \mathrm{C}_p = a_{pj}^+ - a_{pj}^-$ باشند. متغیرهای a_{zj}^+ ، a_{zj}^- ، a_{tj}^+ ، a_{tj}^- ، a_{rj}^+ ، a_{rj}^- ، a_{kj}^+ ، a_{kj}^- ، a_{dj}^+ ، a_{dj}^- ، a_{pj}^+ ، a_{pj}^- متغیرهای انحراف نامیده می‌شوند که انحرافات پایین و بالای اهداف را نشان می‌دهند. برای تضمین شدنی بودن مدل و اطمینان از اینکه هر واحد سطح کارایی قبلی خود را حفظ کند، خواهیم داشت:

$$\begin{aligned}
&\left[\left(\sum_{r=1}^{s} u_r^{(i)} y_{rj}^{(i)} + \sum_{r=1}^{s} \bar{d}_{rj}\right) + \left(\sum_{k=1}^{K} u_k^{(si)} \beta_i\left(y_{kj}^{(si)}\right) + \sum_{k=1}^{K} \bar{\rho}_{kj}\right) - \left(\sum_{z=1}^{Z} \rho_z^{(si)} \gamma_i\left(\bar{x}_{zj}^{(si)}\right) + \sum_{z=1}^{Z} \bar{g}_{zj}\right)\right] \\
&-E_j^{(a)}\left[\left(\sum_{d=1}^{D} v_d^{(i)} x_{dj}^{(i)} + \sum_{d=1}^{D} \bar{f}_{dj}\right) + \left(\sum_{p=1}^{P} v_p^{(si)}\left(\alpha_i x_{pj}^{(si)}\right) + \sum_{p=1}^{P} \bar{c}_{pj}\right) + \left(\sum_{t=1}^{T} w_t^{(i)} \bar{y}_{tj}^{(i)} + \sum_{t=1}^{T} \bar{\theta}_{tj}\right)\right] \geq 0 \\
&\left[\left(\sum_{r=1}^{s} u_r^{(i)} y_{rj}^{(i)} + \sum_{r=1}^{s} \bar{d}_{rj}\right) + \left(\sum_{k=1}^{K} u_k^{(si)} \beta_i\left(y_{kj}^{(si)}\right) + \sum_{k=1}^{K} \bar{\rho}_{kj}\right) - \left(\sum_{z=1}^{Z} \rho_z^{(si)} \gamma_i\left(\bar{x}_{zj}^{(si)}\right) + \sum_{z=1}^{Z} \bar{g}_{zj}\right)\right] \\
&-E_j^{(a)}\left[\left(\sum_{d=1}^{D} v_d^{(i)} x_{dj}^{(i)} + \sum_{d=1}^{D} \bar{f}_{dj}\right) + \left(\sum_{p=1}^{P} v_p^{(si)}\left(\alpha_i x_{pj}^{(si)}\right) + \sum_{p=1}^{P} \bar{c}_{pj}\right) + \left(\sum_{t=1}^{T} w_t^{(i)} \bar{y}_{tj}^{(i)} + \sum_{t=1}^{T} \bar{\theta}_{tj}\right)\right] = b_j^+ - b_j^-
\end{aligned} \qquad (10)$$

$$\bar{g}_{zj} - \Delta_j^z \rho_z^{(si)} G_z = a_{zj}^+ - a_{zj}^-$$
$$\bar{\theta}_{tj} = \Delta_j^t w_t^{(i)} \Theta_t = a_{tj}^+ - a_{tj}^-$$
$$\bar{d}_{rj} = \Delta_j^r u_r^{(i)} \mathrm{D}_r = a_{rj}^+ - a_{rj}^-$$
$$\bar{\rho}_{kj} = \Delta_j^k u_k^{(si)} \mathrm{P}_k = a_{kj}^+ - a_{kj}^-$$
$$\bar{f}_{dj} = \Delta_j^d v_d^{(i)} \mathrm{F}_d = a_{dj}^+ - a_{dj}^-$$
$$\bar{c}_{pj} = \Delta_j^p v_p^{(si)} \mathrm{C}_p = a_{pj}^+ - a_{pj}^-$$

$$\sum_{i=1}^{b}\alpha_i = 1$$
$$\sum_{i=1}^{b}\beta_i = 1$$
$$\sum_{i=1}^{b}\gamma_i = 1$$
$$u_r^{(i)},\ u_k^{(si)},\ \rho_z^{(si)},\ v_d^{(i)},\ v_p^{(si)},\ w_t^{(i)} \geq \varepsilon$$
$$\bar{g}_{zj} \geq 0 \quad when\, G_z \geq 0 \quad \& \bar{g}_{zj} \leq 0 \quad when\, G_z \leq 0$$
$$\bar{\theta}_{tj} \geq 0 \quad when\, \Theta_t \geq 0 \quad \& \bar{\theta}_{tj} \leq 0 \quad when\, \Theta_t \leq 0$$
$$\bar{d}_{rj} \geq 0 \quad when\, \mathrm{D}_r \geq 0 \quad \& \bar{d}_{rj} \leq 0 \quad when\, \mathrm{D}_r \leq 0$$
$$\bar{\rho}_{kj} \geq 0 \quad when\, \mathrm{P}_k \geq 0 \quad \& \bar{\rho}_{kj} \leq 0 \quad when\ \mathrm{P}_k \leq 0$$
$$\bar{f}_{dj} \geq 0 \quad when\, \mathrm{F}_d \geq 0 \quad \& \bar{f}_{dj} \leq 0 \quad when\ \mathrm{F}_d \leq 0$$
$$\bar{c}_{pj} \geq 0 \quad when\ \mathrm{C}_p \geq 0 \quad \& \bar{c}_{pj} \leq 0 \quad when\, \mathrm{C}_p \leq 0$$

اولین نامعادله فوق تضمین می‌کند که سطح کارایی هر واحد حفظ شود یا بهبود یابد و دومین نامعادله موجب انتقال کارایی به سمت ۱ می‌شود. با توجه به مطالب فوق، مدل MOLP زیر به دنبال حداقل‌سازی انحرافات از آرمان‌ها، برای هدف‌گذاری ورودی‌ها و خروجی‌ها در سیستم‌های چند مولفه‌ای ارایه می‌شود:

$$\begin{aligned}
&Min \sum_{j=1}^{n}\left[b_j^+ - b_j^-\right] \\
&Min \sum_{z=1}^{Z}\sum_{j=1}^{n}\left[a_{zj}^+ - a_{zj}^-\right] \\
&Min \sum_{t=1}^{T}\sum_{j=1}^{n}\left[a_{tj}^+ - a_{tj}^-\right] \\
&Min \sum_{r=1}^{s}\sum_{j=1}^{n}\left[a_{rj}^+ - a_{rj}^-\right] \\
&Min \sum_{k=1}^{K}\sum_{j=1}^{n}\left[a_{kj}^+ - a_{kj}^-\right] \\
&Min \sum_{d=1}^{D}\sum_{j=1}^{n}\left[a_{dj}^+ - a_{dj}^-\right] \\
&Min \sum_{p=1}^{P}\sum_{j=1}^{n}\left[a_{pj}^+ - a_{pj}^-\right]
\end{aligned} \qquad (11)$$

و یا:

$$Min \sum_{j=1}^{n}\left[b_j^+ - b_j^-\right] + \sum_{z=1}^{Z}\sum_{j=1}^{n}\left[a_{zj}^+ - a_{zj}^-\right] + \sum_{t=1}^{T}\sum_{j=1}^{n}\left[a_{tj}^+ - a_{tj}^-\right] + \sum_{r=1}^{s}\sum_{j=1}^{n}\left[a_{rj}^+ - a_{rj}^-\right]$$
$$+ \sum_{k=1}^{K}\sum_{j=1}^{n}\left[a_{kj}^+ - a_{kj}^-\right] + \sum_{d=1}^{D}\sum_{j=1}^{n}\left[a_{dj}^+ - a_{dj}^-\right] + \sum_{p=1}^{P}\sum_{j=1}^{n}\left[a_{pj}^+ - a_{pj}^-\right]$$

s.t.

$$\left[(\sum_{r=1}^{s} u_r^{(i)} y_{rj}^{(i)} + \sum_{r=1}^{s}\overline{d}_{rj}) + (\sum_{k=1}^{K} u_k^{(si)}\beta_i\left(y_{kj}^{(si)}\right) + \sum_{k=1}^{K}\overline{\rho}_{kj}) - (\sum_{z=1}^{Z}\rho_z^{(si)}\gamma_i\left(\overline{x}_{zj}^{(si)}\right) + \sum_{z=1}^{Z}\overline{g}_{zj})\right]$$
$$-E_j^{(a)}\left[(\sum_{d=1}^{D} v_d^{(i)} x_{dj}^{(i)} + \sum_{d=1}^{D}\overline{f}_{dj}) + (\sum_{p=1}^{P} v_p^{(si)}\left(\alpha_i x_{pj}^{(si)}\right) + \sum_{p=1}^{P}\overline{c}_{pj}) + (\sum_{t=1}^{T} w_t^{(i)}\overline{y}_{tj}^{(i)} + \sum_{t=1}^{T}\overline{\theta}_{tj})\right] \geq 0, \quad (12)$$
$$\left[(\sum_{r=1}^{s} u_r^{(i)} y_{rj}^{(i)} + \sum_{r=1}^{s}\overline{d}_{rj}) + (\sum_{k=1}^{K} u_k^{(si)}\beta_i\left(y_{kj}^{(si)}\right) + \sum_{k=1}^{K}\overline{\rho}_{kj}) - (\sum_{z=1}^{Z}\rho_z^{(si)}\gamma_i\left(\overline{x}_{zj}^{(si)}\right) + \sum_{z=1}^{Z}\overline{g}_{zj})\right]$$
$$-E_j^{(a)}\left[(\sum_{d=1}^{D} v_d^{(i)} x_{dj}^{(i)} + \sum_{d=1}^{D}\overline{f}_{dj}) + (\sum_{p=1}^{P} v_p^{(si)}\left(\alpha_i x_{pj}^{(si)}\right) + \sum_{p=1}^{P}\overline{c}_{pj}) + (\sum_{t=1}^{T} w_t^{(i)}\overline{y}_{tj}^{(i)} + \sum_{t=1}^{T}\overline{\theta}_{tj})\right] = b_j^+ - b_j^-$$

$$\overline{g}_{zj} - \Delta_j^z \rho_z^{(si)} G_z = a_{zj}^+ - a_{zj}^-$$
$$\overline{\theta}_{tj} = \Delta_j^t w_t^{(i)} \Theta_t = a_{tj}^+ - a_{tj}^-$$
$$\overline{d}_{rj} = \Delta_j^r u_r^{(i)} \mathrm{D}_r = a_{rj}^+ - a_{rj}^-$$
$$\overline{\rho}_{kj} = \Delta_j^k u_k^{(si)} \mathrm{P}_k = a_{kj}^+ - a_{kj}^-$$
$$\overline{f}_{dj} = \Delta_j^d v_d^{(i)} \mathrm{F}_d = a_{dj}^+ - a_{dj}^-$$
$$\overline{c}_{pj} = \Delta_j^p v_p^{(si)} \mathrm{C}_p = a_{pj}^+ - a_{pj}^-$$
$$\sum_{i=1}^{b}\alpha_i = 1$$
$$\sum_{i=1}^{b}\beta_i = 1$$
$$\sum_{i=1}^{b}\gamma_i = 1$$
$$u_r^{(i)},\ u_k^{(si)},\ \rho_z^{(si)},\ v_d^{(i)},\ v_p^{(si)},\ w_t^{(i)} \geq \varepsilon$$
$$\overline{g}_{zj} \geq 0 \quad when G_z \geq 0 \quad \& \overline{g}_{zj} \leq 0 \quad when G_z \leq 0$$
$$\overline{\theta}_{tj} \geq 0 \quad when \Theta_t \geq 0 \quad \& \overline{\theta}_{tj} \leq 0 \quad when \Theta_t \leq 0$$
$$\overline{d}_{rj} \geq 0 \quad when \mathrm{D}_r \geq 0 \quad \& \overline{d}_{rj} \leq 0 \quad when \mathrm{D}_r \leq 0$$
$$\overline{\rho}_{kj} \geq 0 \quad when \mathrm{P}_k \geq 0 \quad \& \overline{\rho}_{kj} \leq 0 \quad when \mathrm{P}_k \leq 0$$
$$\overline{f}_{dj} \geq 0 \quad when \mathrm{F}_d \geq 0 \quad \& \overline{f}_{dj} \leq 0 \quad when \mathrm{F}_d \leq 0$$
$$\overline{c}_{pj} \geq 0 \quad when \mathrm{C}_p \geq 0 \quad \& \overline{c}_{pj} \leq 0 \quad when \mathrm{C}_p \leq 0$$

به علاوه، می‌توان از ε_z به عنوان ضرایب تعریف شده توسط تصمیم‌گیرنده که نشان دهنده اهمیت اهداف می‌باشند $\left(\sum_{l=1}^{L}\varepsilon_z = 1\right)$ در تابع هدف مدل استفاده نمود. باید توجه داشت که بر اساس برنامه ارایه شده، تغییر در خروجی‌های مطلوب و نامطلوب تولید شده توسط هر واحد و نیز مصرف کل ورودی‌ها بر مبنای درجه بزرگی

واحد، به صورتی میان واحدهای مختلف تسهیم خواهد شد که کارایی هیچ واحدی کاهش پیدا نکند. مجموعه امکان تولید جدید، مرجع قابل اعتمادی برای تصمیم‌گیری‌های آتی خواهد بود.

جدول ۱. ورودی‌ها و خروجی‌های ۳۱ واحد دانشگاهی آزاد در سال ۱۳۹۴

واحدهای ستادی	ورودی مشترک			ورودی مستقل		خروجی مستقل					خروجی یک کپسه و بخ	خروجی نامطلوب	
	قابل کنترل		غیر قابل کنترل	پژوهشی	آموزشی	پژوهشی			آموزشی			آموزشی	پژوهشی
	هزینه جاری (میلیارد ریال)	مساحت کل ساختمان‌ها (متر مربع) (تجمعی)	کل هیات علمی تمام وقت و نیمه وقت (تجمعی)	بودجه پژوهشی (میلیارد ریال)	کل دانشجو (تجمعی)	عنوان کتاب تالیف شده (در سال)	طرح‌های تحقیقاتی برون دانشگاهی	تعداد مقالات پژوهشی	شهریه (میلیارد ریال)	فارغ التحصیلان	در آمد غیر شهریه	دانشجویان مشروطی	طرح های نامونق
۱	۲۶۶۷	۵۴۶۵۴۹	۱۹۵۷	۲۶۳	۸۶۲۷۸	۹	۱۵	۱۲۳۴	۲۶۲۷	۱۵۸۸۱	۱۷۵	۱۶۳۰۷	۲۴
۲	۱۰۳۸	۲۳۰۸۷۳	۸۸۷	۱۱۴	۴۴۳۸۱	۷	۷	۲۹۲	۱۱۳۸	۷۵۶۸	۷۹	۸۳۸۸	۲۵
۳	۶۴۴	۱۳۶۱۵۹	۴۷۹	۶۶	۲۲۷۴۳	۸	۴	۲۷۶	۶۵۹	۴۱۰۵	۳۱	۴۲۹۸	۸
۴	۲۹۵۳	۱۱۵۰۴۲۱	۲۲۹۵	۲۷۴	۸۹۹۶۳	۲۵	۶۰	۱۷۶۱	۲۷۴۲	۱۶۴۶۵	۲۶۰	۱۷۰۰۳	۴۴
۵	۹۵۸	۱۶۸۰۸۸	۶۹۵	۹۷	۳۷۸۰۲	۶	۱	۴۰۶	۹۶۹	۶۴۹۴	۴۴	۷۱۴۵	۱۸
۶	۲۸۴	۵۰۱۷۷	۲۳۵	۳۶	۹۰۷۴	۳	۳	۹۵	۳۵۷	۱۶۳۴	۵	۱۷۱۵	۷
۷	۶۴۷	۱۴۶۵۲۷	۳۴۶	۶۷	۲۷۷۳۲	۲	۱۶	۲۸۲	۶۷۳	۴۹۰۹	۷۷	۵۲۴۱	۱۲
۸	۱۰۲۷۱	۱۴۵۱۰۷۷	۶۷۹۴	۱۱۰۵	۳۷۵۷۶۵	۵۱	۵۶	۸۱۰۷	۱۱۰۴۶	۶۷۵۰۶	۹۸۷	۷۱۰۲۰	۸۴
۹	۳۴۷	۱۲۲۵۲۷	۳۲۵	۳۴	۱۱۷۰۱	۱	۳	۱۳۱	۳۴۳	۲۰۶۶	۴۳	۲۲۱۱	۶
۱۰	۳۲۰	۱۳۵۷۶۶	۲۰۱	۲۹	۱۰۳۲۱	۲	۳	۱۳۴	۲۹۴	۱۹۶۵	۳۱	۱۹۵۱	۱
۱۱	۱۹۳۷	۵۷۱۴۹۵	۱۳۸۰	۱۹۲	۶۳۳۳۵	۷	۲۱	۱۰۵۱	۱۹۲۱	۱۱۹۲۴	۱۵۶	۱۱۹۷۰	۱۴
۱۲	۲۷۶	۸۴۵۷۵	۲۴۷	۲۵	۸۲۶۱	۱	۲	۹۵	۲۵۳	۱۴۵۲	۲۴	۱۵۶۱	۸
۱۳	۳۰۱۷	۷۸۰۴۵۳	۲۱۰۵	۲۹۶	۱۰۵۰۷۵	۱۴	۶۱	۸۸۳	۲۹۵۸	۱۷۹۴۰	۲۱۸	۱۹۸۵۹	۴۶
۱۴	۶۴۸	۲۱۸۳۶۸	۶۴۴	۶۲	۲۰۰۷۹	۳	۳	۳۲۲	۶۲۳	۳۸۲۵	۴۷	۳۷۹۵	۱۵
۱۵	۱۲۸۲	۳۳۹۱۰۵	۸۷۸	۱۰۰	۲۹۹۹۰	۳	۳۰	۷۲۸	۱۰۰۴	۵۹۳۷	۱۵۴	۵۶۶۸	۱۰
۱۶	۵۹۳	۱۶۳۰۰۳	۳۵۹	۶۶	۲۹۱۵۹	۳	۱۸	۱۹۹	۶۶۳	۴۸۷۵	۵۲	۵۵۱۱	۷
۱۷	۲۶۵۳	۸۶۱۶۰۲	۲۲۴۸	۲۶۴	۱۰۰۵۵۲	۲۹	۱۸	۹۳۱	۲۶۳۷	۱۷۲۹۷	۱۸۴	۱۹۰۰۴	۳۱
۱۸	۱۲۱۱	۲۴۳۲۱۰	۷۴۲	۱۲۲	۳۸۲۶۵	۳	۲	۶۰۵	۱۲۱۷	۶۹۸۲	۱۳۷	۷۲۳۲	۱۷
۱۹	۳۲۰	۶۲۰۵۰	۲۰۹	۳۰	۱۰۶۰۸	۳	۵	۳۵۹	۲۹۶	۱۹۹۰	۲۵	۲۰۰۵	۶
۲۰	۶۱۹	۱۱۱۵۴۰	۵۲۸	۶۱	۱۹۸۶۳	۲	۷	۲۰۳	۶۱۲	۳۴۴۲	۶۱	۳۷۵۴	۱۲
۲۱	۱۲۷۹	۴۱۲۳۵۸	۸۶۶	۱۴۴	۴۶۷۹۸	۷	۹	۷۰۰	۱۴۳۸	۸۹۱۳	۱۱۳	۸۸۴۵	۱۶
۲۲	۸۲۹	۱۳۸۹۷۴	۵۶۵	۸۶	۳۰۶۲۸	۲	۶	۳۵۹	۸۶۳	۵۳۷۷	۶۹	۵۷۸۹	۱۷
۲۳	۴۹۶	۷۹۹۷۹	۳۱۴	۶۰	۱۷۹۹۲	۲	۱۲	۲۴۸	۶۰۱	۳۳۳۴	۴۳	۳۴۰۰	۸
۲۴	۷۷۶	۱۹۸۸۶۵	۷۰۰	۸۷	۳۰۵۱۶	۶	۹	۴۲۵	۸۷۵	۵۵۲۲	۲۷	۵۷۶۸	۱۰
۲۵	۱۲۵۹	۱۹۰۳۷۴	۹۸۴	۱۳۳	۴۵۲۸۹	۶	۱۸	۵۲۴	۱۳۳۳	۸۰۴۴	۵۸	۸۵۶۰	۲۱
۲۶	۸۳۶	۲۶۶۷۰۷	۵۴۴	۸۸	۳۳۴۰۴	۱	۹	۳۵۴	۸۷۶	۵۹۳۷	۸۱	۶۳۱۳	۲۳
۲۷	۲۳۵۳	۴۸۰۰۳۶	۱۷۸۴	۲۲۵	۶۳۶۶۵	۵	۱۶	۱۱۸۸	۲۲۴۹	۱۲۳۴۹	۱۷۳	۱۲۰۳۳	۶۴
۲۸	۱۵۹۸	۵۱۲۰۵۰	۱۰۰۸	۱۴۸	۴۲۹۹۳	۹	۱۳	۱۱۳۹	۱۴۸۲	۸۵۷۳	۱۳۱	۸۱۲۶	۱۸
۲۹	۷۹۸	۱۴۶۴۰۰	۳۴۱	۱۱۹	۳۷۶۳۹	۳	۱۱	۵۳۲	۱۱۹۴	۷۰۰۷	۱۵۶	۷۱۱۴	۸
۳۰	۷۶۰	۲۰۰۵۵۱	۷۱۶	۷۵	۲۴۵۷۵	۶	۴	۳۳۰	۷۵۴	۴۴۹۰	۴۲	۴۶۴۵	۱۳
۳۱	۸۳۳	۳۲۰۱۴۱	۴۷۲	۷۹	۲۳۴۱۲	۱۲	۱۶	۵۲۱	۷۸۵	۴۹۲۸	۹۳	۴۴۲۵	۹
جمع	۴۴,۵۰۴	۱۰,۵۲۰,۰۰۰	۳۱,۸۵۰	۴,۵۴۸	۱,۵۳۷,۸۵۸	۲۳۹	۴۵۹	۲۴,۴۱۵	۴۵,۴۸۱	۲۷۸,۷۲۸	۳,۷۷۵	۲۹۰,۶۵۵	۶۰۲

جدول ۲. ورودی‌ها و خروجی‌های ۳۱ واحد دانشگاه آزاد اسلامی در سال ۱۳۹۶

	ورودی مشترک				ورودی مستقل		خروجی مستقل					خروجی نامطلوب	
	قابل کنترل		غیر قابل کنترل		پژوهشی	آموزشی	پژوهشی			آموزشی		آموزشی	پژوهشی
	هزینه جاری (میلیارد ریال)	مساحت کل ساختمان‌ها (متر مربع) (تجمیعی)	کل هیأت علمی تمام وقت و نیمه وقت (تجمیعی)	تعداد کارکنان	بودجه پژوهشی (میلیارد ریال)	کل دانشجو (تجمیعی)	عنوان کتاب تألیف شده (در سال)	طرح‌های تحقیقاتی برون دانشگاهی	تعداد مقالات پژوهشی	شهریه (میلیارد ریال)	فارغ التحصیلان	درآمد غیرشهریه	دانشجویان مشروطی	طرح های ناموفق
۱	۴۱۷۲	۵۷۷۵۲۳	۲۳۴۹	۱۹۸۳	۴۴۲	۹۳۱۶۶	۱۲	۴۶	۱۶۱۹	۴۰۱۶	۱۴۰۸۵	۸۸۳	۱۷۶۰۸	۲۵
۲	۱۶۷۲	۲۴۱۷۹۹	۱۱۴۷	۷۸۸	۱۹۲	۵۰۲۳۳	۱۱	۲۶	۵۱۲	۱۷۴۲	۷۶۰۸	۴۰۲	۹۴۹۴	۲۷
۳	۱۰۵۷	۱۵۷۰۲۲	۵۷۲	۵۳۸	۱۱۳	۲۳۴۰۰	۸	۲۷	۴۳۰	۱۰۲۷	۳۵۳۵	۲۳۷	۴۴۲۳	۹
۴	۴۶۳۴	۱۱۵۵۰۸۸	۲۷۳۳	۱۶۸۱	۴۵۶	۹۱۷۷۲	۲۵	۹۳	۲۷۰۰	۴۱۴۵	۱۳۹۱۵	۸۶۶	۱۷۳۴۵	۴۵
۵	۱۴۸۸	۱۸۸۲۹۶	۸۹۱	۶۹۸	۱۶۲	۳۵۸۰۵	۶	۳	۴۶۹	۱۴۷۵	۵۴۱۶	۳۵۷	۶۷۶۷	۲۲
۶	۵۰۰	۵۲۰۳۸	۳۲۰	۲۲۶	۶۰	۹۹۳۰	۳	۱۴	۱۲۹	۵۴۹	۱۵۰۴	۱۳۹	۱۸۷۷	۶
۷	۱۰۷۷	۱۶۶۸۳۶	۵۶۹	۴۲۹	۱۲۱	۳۰۵۰۰	۸	۳۲	۴۴۶	۱۱۰۰	۴۶۱۵	۲۴۲	۵۷۶۴	۱۱
۸	۱۵۸۹۵	۱۹۰۷۰۰۸	۹۸۳۵	۷۴۹۸	۱۹۲۱	۳۸۴۶۴۷	۱۰۰	۱۳۷	۹۹۷۲	۱۷۴۶۲	۵۸۲۰۲	۴۲۲۶	۷۲۶۹۸	۷۳
۹	۵۶۲	۱۱۹۱۹۸	۴۷۵	۲۱۱	۵۶	۱۳۲۰۹	۳	۶	۲۴۱	۵۱۲	۲۰۱۱	۱۱۳	۲۴۹۷	۵
۱۰	۵۳۶	۱۴۰۸۸۱	۳۴۲	۲۲۵	۵۳	۱۱۳۸۴	۲	۹	۲۸۰	۴۸۰	۱۷۲۵	۱۰۶	۲۱۵۲	۱
۱۱	۳۱۲۶	۶۱۷۷۳۳	۱۶۴۷	۱۵۰۳	۳۳۴	۶۴۸۸۷	۹	۲۷	۱۴۹۲	۳۰۳۸	۹۸۰۴	۶۶۸	۱۲۲۶۴	۱۱
۱۲	۴۶۳	۸۹۳۰۰	۴۱۲	۲۲۱	۴۷	۹۸۰۲	۱	۴	۱۷۴	۴۲۵	۱۴۸۹	۹۴	۱۸۵۳	۸
۱۳	۴۸۰۷	۷۸۶۳۰۲	۲۶۲۲	۲۲۴۴	۴۸۱	۱۱۶۰۱۰	۱۶	۹۹	۱۴۹۱	۴۳۷۷	۱۷۵۳۷	۹۶۳	۲۱۹۲۶	۴۳
۱۴	۱۰۵۱	۲۲۷۰۵۲	۷۶۶	۴۵۰	۱۰۲	۲۰۳۵۵	۴	۱۰	۴۱۹	۹۳۲	۳۰۸۸	۲۰۵	۳۸۴۷	۱۴
۱۵	۱۹۱۷	۳۵۳۲۵۳	۱۰۷۵	۹۰۷	۱۸۲	۲۹۳۴۰	۴	۳۸	۹۳۸	۱۶۵۶	۴۴۳۶	۳۴۶	۵۵۴۵	۷
۱۶	۹۸۸	۱۶۵۵۰۶	۶۲۰	۵۵۹	۱۱۱	۳۱۲۹۰	۴	۵۵	۳۶۵	۱۰۰۹	۴۷۲۸	۲۲۲	۵۹۱۴	۸
۱۷	۴۰۸۸	۹۷۹۰۱۲	۲۴۵۷	۱۸۹۸	۴۳۷	۱۰۲۸۰۳	۳۲	۴۳	۱۳۲۹	۳۹۷۳	۱۵۵۵۴	۸۷۴	۱۹۴۳۰	۲۸
۱۸	۱۸۵۵	۲۴۷۴۱۹	۸۹۷	۷۶۶	۱۹۳	۳۶۰۹۶	۱۶	۱۴	۸۸۴	۱۷۵۳	۵۴۵۷	۴۰۵	۶۸۲۲	۸
۱۹	۴۶۲	۶۵۷۰۰	۳۰۶	۲۲۰	۵۲	۱۱۷۵۲	۳	۱۶	۴۰۴	۴۷۲	۱۷۷۹	۹۹	۲۲۲۱	۶
۲۰	۱۰۰۱	۱۱۵۳۱۴	۶۵۷	۳۸۱	۱۰۶	۲۲۳۶۵	۲	۲۳	۲۷۴	۹۶۴	۳۳۹۳	۲۲۳	۴۲۲۷	۱۴
۲۱	۲۱۵۲	۴۵۶۳۵۶	۱۲۴۵	۹۳۷	۲۳۷	۴۸۶۴۲	۸	۴۷	۹۹۵	۲۱۵۴	۷۳۶۱	۴۷۴	۹۱۹۳	۱۳
۲۲	۱۱۸۳	۱۴۱۳۰۹	۶۹۵	۴۴۴	۱۳۴	۳۱۵۴۱	۴	۱۴	۵۳۴	۱۲۲۰	۴۷۸۱	۲۸۲	۵۹۶۱	۱۴
۲۳	۸۳۳	۹۳۹۸۰	۴۸۰	۳۰۸	۹۴	۱۸۵۲۵	۴	۲۴	۳۵۴	۸۵۱	۲۸۰۸	۱۹۷	۳۵۰۱	۸
۲۴	۱۲۶۷	۲۰۹۳۲۹	۸۸۲	۵۲۳	۱۴۸	۳۴۵۴۵	۶	۲۰	۷۷۶	۱۳۴۸	۵۲۴۰	۲۹۷	۶۵۲۹	۹
۲۵	۱۹۷۶	۲۰۰۹۴۰	۱۱۸۱	۸۹۰	۲۲۲	۴۷۱۴۹	۱۰	۳۱	۷۷۷	۲۰۱۸	۷۱۳۵	۴۲۲	۸۹۱۱	۱۷
۲۶	۱۳۴۱	۲۸۱۲۳۶	۹۳۷	۶۲۷	۱۴۸	۳۲۸۰۳	۴	۲۳	۵۵۵	۱۳۴۲	۴۹۶۹	۳۱۰	۶۲۰۰	۲۰
۲۷	۳۸۲۵	۴۸۵۱۰۰	۱۹۳۹	۱۶۹۸	۳۷۶	۵۸۷۸۳	۸	۸۸	۱۷۰۴	۳۴۲۱	۸۸۸۵	۷۱۵	۱۱۱۱۰	۵۸
۲۸	۲۵۳۵	۵۱۸۹۹۰	۱۲۴۹	۱۱۸۴	۲۵۶	۴۴۷۰۸	۸	۱۷	۱۵۱۹	۲۳۲۹	۶۷۵۳	۴۸۷	۸۴۵۰	۱۶
۲۹	۱۳۰۶	۱۷۰۴۴۰	۵۷۴	۵۶۳	۱۹۹	۳۹۳۲۶	۷	۲۸	۷۱۵	۱۸۰۸	۵۹۳۹	۳۹۸	۷۴۳۳	۷
۳۰	۱۱۶۷	۲۰۵۱۷۸	۸۴۳	۵۱۳	۱۱۲	۲۵۳۸۵	۶	۷	۵۳۳	۱۰۱۷	۳۸۴۹	۲۶۸	۴۷۹۸	۱۳
۳۱	۱۲۵۴	۳۳۴۳۴۹	۵۸۹	۷۶۲	۱۳۵	۲۴۳۵۱	۱۲	۲۸	۶۴۵	۱۲۳۰	۳۶۷۱	۲۵۷	۴۶۰۲	۹
جمع	۷۰,۱۹۲	۱۱,۴۴۹,۴۸۵	۴۱,۳۰۶	۳۱,۸۷۵	۷,۶۸۳	۱,۵۹۴,۵۰۵	۳۴۸	۱,۰۴۹	۳۳,۶۷۳	۶۹,۸۴۳	۲۴۱,۲۷۲	۱۵,۷۷۵	۳۰۱,۳۶۱	۵۵۲

۳ برنامه‌ریزی تخصیص منابع و اهداف

از ویژگی‌های برنامه‌ی تخصیص مورد نظر این است که از طرفی با دو هدف متضاد افزایش خروجی‌ها و کاهش ورودی‌ها و از طرف دیگر با واحدهای استانی‌ای که از نظر بزرگی و کوچکی متفاوت هستند و در تخصیص باید

مدنظر قرار گیرند، مواجه می‌باشیم؛ بنابراین، برای تخصیص بهینه، باید با استفاده از برنامه‌ریزی چندهدفه و در نظر گرفتن بزرگی و کوچکی واحدها مدل مناسبی طراحی شود. داده‌های جداول ۱ و ۲ ورودی‌ها و خروجی‌های واحدهای دانشگاه آزاد کشور را در سال های ۱۳۹۴ و ۱۳۹۶ که یکی بر اساس عملکرد واقعی و دیگری بر اساس پیش‌بینی است نشان می‌دهند. جدول ۳ محاسبه‌ی کارایی واحدهای تصمیم‌گیرنده در سال‌های ۱۳۹۴ تا ۱۳۹۶ بر اساس مدل (۳) می‌باشد (برای کسب اطلاعات بیش‌تر به مقاله محقر و همکاران (۱۳۹۵) مراجعه نمایید).

جدول ۳. کارایی واحدهای استانی دانشگاه آزاد اسلامی در سال‌های ۹۴ تا ۹۶

واحدهای استانی	کارایی آموزشی			کارایی پژوهشی			کارایی کل		
	۱۳۹٤	۱۳۹۵	۱۳۹٦	۱۳۹٤	۱۳۹۵	۱۳۹٦	۱۳۹٤	۱۳۹۵	۱۳۹٦
۱	۰/۹۲۷	۰/۹۰۴	۰/۹۹۶	۰/۱۲۳	۰/۵۷۲	۰/۲۴۷	۰/۹۲۵	۰/۹۰۳	۰/۹۹۵
۲	۰/۹۳۰	۰/۹۰۵	۰/۹۹۷	۰/۱۴۵	۰/۶۲۹	۰/۳۶۶	۰/۹۲۹	۰/۹۰۴	۰/۹۹۷
۳	۰/۵۸۹	۰/۷۸۱	۰/۴۳۸	۱	۱	۱	۱	۱	۱
۴	۰/۴۹۱	۰/۷۵۷	۰/۹۸۶	۱	۱	۱	۰/۹۹۹	۰/۹۹۹	۰/۹۹۹
۵	۰/۹۱۲	۰/۸۸۷	۰/۹۹۶	۰/۴۹۷	۰/۷۲۸	۰/۳۴۸	۰/۹۱۲	۰/۸۸۶	۰/۹۹۶
۶	۰/۷۸۷	۱	۰/۶۵۵	۱	۰/۲۱۵	۱	۱	۱	۱
۷	۰/۹۸۹	۰/۸۴۷	۰/۵۶۲	۱	۱	۱	۱	۱	۱
۸	۰/۹۴۰	۰/۹۴۲	۰/۹۹۷	۰/۴۱۴	۰/۷۵۵	۰/۵۱۲	۰/۹۳۶	۰/۹۴۱	۰/۹۹۵
۹	۱	۱	۱	۰/۸۲۳	۰/۳۳۸	۰/۲۷۸	۱	۱	۱
۱۰	۱	۱	۰/۹۹۱	۰/۸۸۰	۰/۸۳۱	۱	۱	۱	۱
۱۱	۱	۰/۹۸۴	۰/۹۷۶	۰/۸۳۸	۱	۱	۰/۹۹۹	۱	۱
۱۲	۰/۹۵۴	۰/۹۷۸	۱	۰/۲۶۲	۰/۴۹۹	۰/۲۹۰	۰/۹۵۴	۰/۹۷۸	۱
۱۳	۰/۹۴۷	۰/۹۵۵	۰/۹۹۷	۰/۲۳۵	۰/۷۲۲	۰/۴۴۲	۰/۹۴۴	۰/۹۵۳	۰/۹۹۵
۱۴	۱	۰/۹۹۶	۰/۹۹۹	۰/۲۳۹	۰/۶۰۸	۰/۶۶۵	۰/۹۹۹	۰/۹۹۵	۰/۹۹۸
۱۵	۱	۱	۱	۰/۹۶۲	۰/۹۴۹	۰/۹۷۶	۱	۱	۱
۱۶	۰/۹۷۱	۰/۹۷۹	۰/۷۴۸	۱	۱	۱	۱	۱	۱
۱۷	۰/۹۴۰	۰/۹۴۲	۰/۹۹۷	۰/۴۹۳	۰/۶۶۱	۰/۴۹۵	۱	۰/۹۴۱	۰/۹۹۵
۱۸	۱	۰/۹۳۹	۱	۰/۵۹۳	۱	۰/۹۴۲	۰/۹۷۴	۱	۱
۱۹	۰/۷۹۰	۰/۹۶۴	۰/۸۸۱	۱	۱	۱	۰/۹۹۹	۱	۱
۲۰	۰/۹۷۵	۰/۹۸۲	۱	۰/۳۰۹	۰/۹۳۰	۰/۹۲۹	۰/۹۹۹	۰/۹۸۲	۱
۲۱	۱	۰/۹۹۶	۰/۸۴۰	۰/۶۸۵	۱	۱	۱	۱	۰/۹۹۹
۲۲	۱	۱	۰/۹۴۳	۰/۲۶۴	۰/۹۲۴	۱	۱	۱	۱
۲۳	۱	۱	۱	۰/۹۶۵	۰/۸۸۴	۰/۸۸۷	۰/۹۸۰	۱	۱
۲۴	۰/۹۹۹	۰/۹۹۷	۱	۱	۱	۰/۹۴۷	۰/۹۹۹	۱	۱
۲۵	۰/۹۸۲	۱	۰/۹۸۴	۰/۴۵۶	۰/۹۹۹	۱	۰/۹۴۱	۱	۱
۲۶	۱	۰/۹۹۳	۰/۹۹۸	۰/۴۶۴	۰/۹۹۰	۰/۹۱۳	۰/۹۳۵	۰/۹۹۳	۰/۹۹۸
۲۷	۰/۹۴۵	۰/۹۵۰	۰/۹۹۷	۰/۲۴۴	۰/۷۰۸	۰/۴۳۸	۱	۰/۹۴۸	۰/۹۹۵
۲۸	۰/۹۳۹	۰/۹۴۲	۰/۹۹۷	۰/۲۳۹	۰/۶۹۲	۰/۳۳۲	۰/۹۶۱	۰/۹۴۰	۰/۹۹۴
۲۹	۱	۱	۱	۰/۹۹۸	۰/۹۶۹	۰/۹۶۸	۰/۹۳۶	۱	۱
۳۰	۰/۹۶۵	۰/۹۸۳	۱	۰/۲۹۷	۱	۰/۹۹۲	۱	۱	۱
۳۱	۰/۹۴۰	۰/۹۴۲	۰/۹۹۷	۰/۴۲۶	۰/۷۵۵	۰/۵۱۲	۰/۹۷۴	۰/۹۴۱	۰/۹۹۵

با محاسبه‌ی تفاوت سطرهای جمع جداول ۱ و ۲ مشخص می‌شود که مقدار تغییر در خروجی نامطلوب آموزشی (دانشجویان مشروطی) برابر با ۱۰۷۰۶ (۱۰۷۰۶=θ۱۱) مقدار تغییر در خروجی نامطلوب پژوهشی (طرح های ناموفق) برابر با ۵۰- (۵۰-=θ۲۱)و مقدار تغییر در خروجی مشترک (درآمد غیر شهریه‌ای) برابر با ۱۲۰۰۰ (Pk=۱۲۰۰۰) می‌باشد. به علاوه، میزان تغییر در خروجی مستقل آموزشی (شهریه) برابر با ۲۴۳۶۲ (D۱۱=۲۴۳۶۲)، میزان تغییر در خروجی مستقل آموزشی (فارغ التحصیلان) برابر با ۳۷۴۵۶- (۳۷۴۵۶-= D۱۲)، میزان تغییر در خروجی مستقل اول پژوهشی (عنوان کتاب تألیف شده) برابر با ۱۰۹ (D۲۱=۱۰۹)، میزان تغییر در خروجی مستقل دوم پژوهشی (طرح‌های تحقیقاتی برون دانشگاهی) برابر ۵۹۰ با (D۲۲=۵۹۰) و میزان تغییر در خروجی مستقل سوم پژوهشی (تعداد مقالات پژوهشی) برابر ۹۲۵۸ با (D۲۳=۹۲۵۸) می‌باشد. برای پاسخ‌گویی به تغییرات خروجی‌ها، مقدار تغییر در ورودی غیر قابل کنترل مشترک اول (کل هیأت علمی تمام وقت و نیمه وقت) برابر با ۹۴۵۸ (G۱۱=۹۴۵۸)، تغییر در ورودی غیر قابل کنترل مشترک دوم (تعداد کارکنان) برابر ۵۰۴۲- (۵۰۴۲- =G۲۱) پیش‌بینی شده می‌باشد. همچنین، تغییر در ورودی مستقل آموزشی (کل دانشجویان) برابر با ۵۶۶۴۷ (F۱۱=۵۶۶۴۷)، تغییر در ورودی مستقل پژوهشی برابر با ۳۱۳۵ (C۲۱=۳۱۳۵)، تغییر در ورودی مشترک اول (هزینه جاری) برابر با ۲۵۶۸۸ (C۱۱=۲۵۶۸۸) و تغییر در ورودی مشترک دوم (مساحت کل ساختمان‌ها) برابر با ۹۲۹۴۸۵ (F۲۱=۹۲۹۴۸۵) می‌باشد. مساله اصلی واحد تصمیم‌گیرنده مرکزی آن است که چگونه تغییرات ورودی‌ها و خروجی‌ها را به شیوه‌ای میان تمام واحدها تسهیم نماید که ضمن پاسخ‌گویی به تغییرات محاسبه شده، کارایی هیچ واحدی کاهش پیدا نکند. به این منظور، مدل برنامه‌ریزی تولید (۱۱) و یا (۱۲) مورد استفاده قرار می‌گیرد. پیش از پیاده‌سازی این مدل‌ها، مقادیر کارایی سیستم و هر یک از واحدها (جدول ۷) محاسبه گردیده است. سپس درجه بزرگی ورودی‌ها و خروجی‌های هر یک از واحدها با استفاده از مدل‌های (۴) تا (۹) محاسبه شده است. اندازه بزرگی هر یک از واحدها در جدول ۴ و مقادیر نرمالایز شده ی اندازه بزرگی واحدها بر اساس نرم ساعتی در جدول ۵ نشان داده شده‌است.

مساله اصلی واحد تصمیم‌گیرنده مرکزی آن است که چگونه تغییرات ورودی‌ها و خروجی‌ها را میان تمام واحدها تسهیم نماید تا ضمن بهبود کارایی برخی از واحدها، کارایی هیچ یک از آن‌ها کاهش پیدا نکند. به این منظور، مدل جدید برنامه‌ریزی تخصیص منابع و هدف گذاری (مدل (۱۲)) مورد استفاده قرار می‌گیرد. ترکیب جدید ورودی‌ها و خروجی‌های واحدها در جدول ۶ و امتیاز کارایی جدید آن‌ها بر اساس برنامه تولید جدید در جدول ۷ ارایه شده است:

جدول ٤. ماتریس اندازه‌ی بزرگی ورودی و خروجی ۳۱ واحد استانی دانشگاه آزاد اسلامی در سال ۱۳۹۶

واحدهای استانی	ورودی مشترک MSI_j^p	ورودی پژوهش MSI_j^{d1}	ورودی آموزشی MSI_j^{d2}	آموزشی خروجی نامطلوب MSO_j^{t1}	آموزشی خروجی مطلوب MSO_j^{r1}	پژوهشی خروجی نامطلوب MSO_j^{t2}	پژوهشی خروجی مطلوب MSO_j^{r2}	خروجی مشترک MSO_j^k
۱	۰/۳۸	۰/۲۴	۰/۲۳	۰/۲۳	۰/۲۴	۰/۲۹	۰/۲۶	۰/۱۸
۲	۰/۱۶	۰/۱۰	۰/۱۲	۰/۱۲	۰/۱۱	۰/۳۰	۰/۱۴	۰/۰۸
۳	۰/۰۹	۰/۰۶	۰/۰۶	۰/۰۶	۰/۰۶	۰/۱۰	۰/۱۶	۰/۰۳
۴	۰/۷۹	۰/۲۵	۰/۲۴	۰/۲۴	۰/۲۵	۰/۵۲	۱	۰/۲۶
۵	۰/۱۲	۰/۰۹	۰/۱۰	۰/۱۰	۰/۱۰	۰/۲۱	۰/۱۲	۰/۰۴
۶	۰/۰۳	۰/۰۳	۰/۰۲	۰/۰۲	۰/۰۳	۰/۰۸	۰/۰۶	۰/۰۱
۷	۰/۱۰	۰/۰۶	۰/۰۷	۰/۰۷	۰/۰۷	۰/۱۴	۰/۲۶	۰/۰۸
۸	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱
۹	۰/۰۸	۰/۰۳	۰/۰۳	۰/۰۳	۰/۰۳	۰/۰۷	۰/۰۵	۰/۰۴
۱۰	۰/۰۹	۰/۰۳	۰/۰۳	۰/۰۳	۰/۰۳	۰/۰۱	۰/۰۵	۰/۰۳
۱۱	۰.۳۹	۰/۱۷	۰/۱۷	۰/۱۷	۰/۱۸	۰/۱۷	۰/۳۵	۰/۱۶
۱۲	۰/۰۶	۰/۰۲	۰/۰۲	۰/۰۲	۰/۰۲	۰/۱۰	۰/۰۳	۰/۰۲
۱۳	۰/۵۴	۰/۲۷	۰/۲۸	۰/۲۸	۰/۲۷	۰/۵۵	۱	۰/۲۲
۱۴	۰/۱۵	۰/۰۶	۰/۰۵	۰/۰۵	۰/۰۶	۰/۱۸	۰/۰۶	۰/۰۵
۱۵	۰.۲۳	۰/۰۹	۰/۰۸	۰/۰۸	۰/۰۹	۰/۱۲	۰/۵۰	۰/۱۶
۱۶	۰/۱۱	۰/۰۶	۰/۰۸	۰/۰۸	۰/۰۷	۰/۰۸	۰/۳۰	۰/۰۵
۱۷	۰/۵۹	۰/۲۴	۰/۲۷	۰/۲۷	۰/۲۶	۰/۳۷	۰/۵۷	۰/۱۹
۱۸	۰/۱۷	۰/۱۱	۰/۱۰	۰/۱۰	۰/۱۱	۰/۲۰	۰/۰۷	۰/۱۴
۱۹	۰/۰۴	۰/۰۳	۰/۰۳	۰/۰۳	۰/۰۳	۰/۰۷	۰/۰۹	۰/۰۳
۲۰	۰/۰۸	۰/۰۶	۰/۰۵	۰/۰۵	۰/۰۶	۰/۱۴	۰/۱۲	۰/۰۶
۲۱	۰/۲۸	۰/۱۳	۰/۱۲	۰/۱۲	۰/۱۳	۰/۱۹	۰/۱۶	۰/۱۱
۲۲	۰/۱۰	۰/۰۸	۰/۰۸	۰/۰۸	۰/۰۸	۰/۲۰	۰/۱۰	۰/۰۷
۲۳	۰/۰۶	۰/۰۵	۰/۰۵	۰/۰۵	۰/۰۵	۰/۱۰	۰/۲۰	۰/۰۴
۲۴	۰/۱۴	۰/۰۸	۰/۰۸	۰/۰۸	۰/۰۸	۰/۱۲	۰/۱۶	۰/۰۳
۲۵	۰/۱۴	۰/۱۲	۰/۱۲	۰/۱۲	۰/۱۲	۰/۲۵	۰/۳۰	۰/۰۶
۲۶	۰/۱۸	۰/۰۸	۰/۰۹	۰/۰۹	۰/۰۹	۰/۲۷	۰/۱۵	۰/۰۸
۲۷	۰/۳۳	۰/۲۰	۰/۱۷	۰/۱۷	۰/۲۰	۰/۷۶	۰/۲۷	۰/۱۸
۲۸	۰/۳۵	۰/۱۳	۰/۱۱	۰/۱۱	۰/۱۳	۰/۲۱	۰/۲۳	۰/۱۳
۲۹	۰/۱۰	۰/۱۱	۰/۱۰	۰/۱۰	۰/۱۱	۰/۱۰	۰/۱۸	۰/۱۶
۳۰	۰/۱۴	۰/۰۷	۰/۰۷	۰/۰۷	۰/۰۷	۰/۱۵	۰/۱۲	۰/۰۴
۳۱	۰/۲۲	۰/۰۷	۰/۰۶	۰/۰۶	۰/۰۷	۰/۱۱	۰/۲۸	۰/۰۹

جدول ۵. ماتریس نرمالایز شده‌ی اندازه‌ی بزرگی ورودی و خروجی ۳۱ واحد استانی دانشگاه آزاد اسلامی در سال ۱۳۹۶

واحدهای استانی	ورودی مشترک Δ_j^p	ورودی پژوهشی $\Delta_j^{d_1}$	ورودی آموزشی $\Delta_j^{d_2}$	آموزشی خروجی نامطلوب $\Delta_j^{t_1}$	آموزشی خروجی مطلوب $\Delta_j^{r_1}$	پژوهشی خروجی نامطلوب $\Delta_j^{t_2}$	پژوهشی خروجی مطلوب $\Delta_j^{r_2}$	خروجی مشترک Δ_j^k
۱	۰/۰۵۲	۰/۰۵۸	۰/۰۵۶	۰/۰۵۶	۰/۰۵۷	۰/۰۴۱	۰/۰۳۱	۰/۰۴۷
۲	۰/۰۲۲	۰/۰۲۴	۰/۰۲۹	۰/۰۲۹	۰/۰۲۶	۰/۰۴۲	۰/۰۱۷	۰/۰۲۱
۳	۰/۰۱۲	۰/۰۱۵	۰/۰۱۵	۰/۰۱۵	۰/۰۱۴	۰/۰۱۴	۰/۰۱۹	۰/۰۰۸
۴	۰/۱۰۹	۰/۰۶۱	۰/۰۵۹	۰/۰۵۹	۰/۰۶۰	۰/۰۷۳	۰/۱۲۰	۰/۰۶۸
۵	۰/۰۱۷	۰/۰۲۲	۰/۰۲۵	۰/۰۲۵	۰/۰۲۴	۰/۰۲۹	۰/۰۱۴	۰/۰۱۰
۶	۰/۰۰۴	۰/۰۰۷	۰/۰۰۵	۰/۰۰۵	۰/۰۰۷	۰/۰۱۱	۰/۰۰۷	۰/۰۰۳
۷	۰/۰۱۴	۰/۰۱۵	۰/۰۱۷	۰/۰۱۷	۰/۰۱۷	۰/۰۲۰	۰/۰۳۱	۰/۰۲۱
۸	۰/۱۳۸	۰/۲۴۳	۰/۲۴۵	۰/۲۴۵	۰/۲۳۸	۰/۱۴۰	۰/۱۲۰	۰/۲۶۲
۹	۰/۰۱۱	۰/۰۰۷	۰/۰۰۷	۰/۰۰۷	۰/۰۰۷	۰/۰۱۰	۰/۰۰۶	۰/۰۱۰
۱۰	۰/۰۱۲	۰/۰۰۷	۰/۰۰۷	۰/۰۰۷	۰/۰۰۷	۰/۰۰۱	۰/۰۰۶	۰/۰۰۸
۱۱	۰/۰۵۴	۰/۰۴۱	۰/۰۴۲	۰/۰۴۲	۰/۰۴۳	۰/۰۲۴	۰/۰۴۲	۰/۰۴۲
۱۲	۰/۰۰۸	۰/۰۰۵	۰/۰۰۵	۰/۰۰۵	۰/۰۰۵	۰/۰۱۴	۰/۰۰۴	۰/۰۰۵
۱۳	۰/۰۷۵	۰/۰۶۶	۰/۰۶۹	۰/۰۶۹	۰/۰۶۴	۰/۰۷۷	۰/۱۲۰	۰/۰۵۸
۱۴	۰/۰۲۱	۰/۰۱۵	۰/۰۱۲	۰/۰۱۲	۰/۰۱۴	۰/۰۲۵	۰/۰۰۷	۰/۰۱۳
۱۵	۰/۰۳۲	۰/۰۲۲	۰/۰۲۰	۰/۰۲۰	۰/۰۲۱	۰/۰۱۷	۰/۰۶۰	۰/۰۴۲
۱۶	۰/۰۱۵	۰/۰۱۵	۰/۰۲۰	۰/۰۲۰	۰/۰۱۷	۰/۰۱۱	۰/۰۳۶	۰/۰۱۳
۱۷	۰/۰۸۱	۰/۰۵۸	۰/۰۶۶	۰/۰۶۶	۰/۰۶۲	۰/۰۵۲	۰/۰۶۸	۰/۰۵۰
۱۸	۰/۰۲۳	۰/۰۲	۰/۰۲۵	۰/۰۲۵	۰/۰۲۶	۰/۰۲۸	۰/۰۰۸	۰/۰۳۷
۱۹	۰/۰۰۶	۰/۰۰۷	۰/۰۰۷	۰/۰۰۷	۰/۰۰۷	۰/۰۱۱	۰/۰۱۱	۰/۰۰۸
۲۰	۰/۰۱۱	۰/۰۱۵	۰/۰۱۲	۰/۰۱۲	۰/۰۱۴	۰/۰۲۰	۰/۰۱۴	۰/۰۱۶
۲۱	۰/۰۳۹	۰/۰۳۲	۰/۰۲۹	۰/۰۲۹	۰/۰۳۱	۰/۰۲۷	۰/۰۱۹	۰/۰۲۹
۲۲	۰/۰۱۴	/۰۱۹	۰/۰۲۰	۰/۰۲۰	۰/۰۱۹	۰/۰۲۸	۰/۰۱۲	۰/۰۱۸
۲۳	۰/۰۰۸	۰/۰۱۲	۰/۰۱۲	۰/۰۱۲	۰/۰۱۲	۰/۰۱۴	۰/۰۲۴	۰/۰۱۰
۲۴	۰/۰۱۹	۰/۰۱۹	۰/۰۲۰	۰/۰۲۰	۰/۰۱۹	۰/۰۱۷	۰/۰۱۹	۰/۰۰۸
۲۵	۰/۰۱۹	۰/۰۲۹	۰/۰۲۹	۰/۰۲۹	۰/۰۲۹	۰/۰۳۵	۰/۰۳۶	۰/۰۱۶
۲۶	۰/۰۲۵	۰/۰۱۹	۰/۰۲۲	۰/۰۲۲	۰/۰۲۱	۰/۰۳۸	۰/۰۱۸	۰/۰۲۱
۲۷	۰/۰۴۶	۰/۰۴۹	۰/۰۴۲	۰/۰۴۲	۰/۰۴۸	۰/۱۰۶	۰/۰۳۲	۰/۰۴۷
۲۸	۰/۰۴۸	۰/۰۳۲	۰/۰۲۷	۰/۰۲۷	۰/۰۳۱	۰/۰۲۹	۰/۰۲۸	۰/۰۳۴
۲۹	۰/۰۱۴	۰/۰۲۷	۰/۰۲۵	۰/۰۲۵	۰/۰۲۶	۰/۰۱۴	۰/۰۲۲	۰/۰۴۲
۳۰	۰/۰۱۹	۰/۰۱۷	۰/۰۱۷	۰/۰۱۷	۰/۰۱۷	۰/۰۲۱	۰/۰۱۴	۰/۰۱۰
۳۱	۰/۰۳۰	۰/۰۱۷	۰/۰۱۵	۰/۰۱۵	۰/۰۱۷	۰/۰۱۵	۰/۰۳۴	۰/۰۲۴

جدول ٦. داده‌های مربوط به واحدهای دانشگاه آزاد اسلامی پس از اجرای برنامه تولید جدید

ورودی مشترک ۱	ورودی مشترک ۲	ورودی مشترک ۳ (غیر قابل کنترل)	ورودی مشترک ۴ (غیر قابل کنترل	ورودی غیرمشترک مولفه پژوهشی	ورودی غیر مشترک (مولفه آموزشی)	خروجی ۱ مولفه ی پژوهشی	خروجی ۲ مولفه پژوهشی	خروجی ۳ (مولفه پژوهشی)	خروجی ۴ (مولفه آموزشی)	خروجی ۵ (مولفه آموزشی)	خروجی ۶	خروجی ۷ (غیر مطلوب مولفه آموزشی)	خروجی ۸ (غیر مطلوب مولفه پژوهشی)
هزینه جاری (میلیارد ریال)	مساحت کل ساختمان‌ها (متر مربع) (تجمعی)	کل هیأت علمی تمام وقت و نیمه وقت (تجمعی)	تعداد کارکنان	بودجه پژوهشی (میلیارد ریال)	کل دانشجو (تجمعی)	عنوان کتاب تألیف شده (در سال)	طرح‌های تحقیقاتی برون دانشگاهی	تعداد مقالات پژوهشی	شهریه (میلیارد ریال)	فارغ التحصیلان	درآمد غیرشهریه	دانشجویان مشروطی	طرح های ناموفق
۳۹۹۳	۵۹۱۷۸۳	۲۳۴۹	۱۹۸۳	۴۲۸	۸۹۴۳۸	۱۴	۳۵	۱۵۴۳	۴۱۰۷	۱۳۸۵۶	۷۵۹	۱۶۸۹۸	۲۶
۱۶۲۸	۲۵۰۳۲۲	۱۱۴۷	۷۸۸	۱۸۶	۴۸۰۲۴	۱۰	۲۱	۴۷۵	۱۷۷۱	۶۶۴۷	۳۵۱	۸۶۸۷	۲۳
۹۸۸	۱۵۲۳۱۳	۵۷۲	۵۳۸	۱۱۴	۲۳۴۸۷	۸	۱۹	۴۶۲	۱۰۳۲	۳۵۴۱	۱۵۷	۴۴۴۸	۹
۵۴۰۹	۱۱۸۸۲۶۴	۲۷۳۳	۱۶۸۱	۴۵۶	۹۲۳۰۵	۲۸	۱۰۹	۲۷۵۳	۴۱۸۴	۱۴۰۰۴	۱۰۲۴	۱۷۶۳۵	۴۲
۱۴۲۵	۱۸۵۸۸۹	۸۹۱	۶۹۸	۱۶۹	۳۸۲۱۸	۷	۱۵	۵۰۶	۱۵۶۴	۵۴۴۵	۲۱۲	۷۳۹۳	۲۲
۴۳۳	۵۲۸۹۵	۳۲۰	۲۲۶	۶۰	۹۵۵۷	۳	۱۰	۱۴۷	۵۴۸	۱۴۷۲	۷۱	۱۷۸۰	۷
۱۰۱۱	۱۶۹۵۴۰	۵۶۹	۴۲۹	۱۱۸	۲۹۶۹۵	۶	۳۴	۵۳۹	۱۰۹۹	۴۴۷۲	۲۹۲	۵۴۹۰	۱۲
۱۴۵۸۲	۱۹۴۱۲۷۵	۹۸۳۵	۷۴۹۸	۱۸۹۸	۳۸۹۵۸۷	۷۲	۱۲۷	۹۵۲۷	۱۶۹۴۴	۵۸۱۹۵	۴۱۹۹	۷۳۶۱۸	۷۶
۶۱۰	۱۳۰۷۵۱	۴۷۵	۲۱۱	۵۸	۱۲۶۹۸	۳	۷	۲۲۷	۵۱۴	۱۹۰۴	۱۴۶	۲۲۸۱	۶
۶۰۸	۱۴۳۹۳۰	۳۴۲	۲۲۵	۵۳	۱۰۹۱۸	۲	۹	۲۳۱	۴۷۲	۱۷۱۳	۱۲۰	۲۰۵۵	۱
۳۲۶۷	۶۱۹۷۶۶	۱۶۴۷	۱۵۰۳	۳۲۶	۶۵۴۱۷	۱۲	۴۶	۱۴۵۰	۲۹۸۹	۱۰۳۱۳	۶۶۰	۱۲۴۳۰	۱۱
۴۶۵	۸۹۷۰۶	۴۱۲	۲۲۱	۴۹	۸۹۴۴	۳	۶	۱۶۲	۳۹۱	۱۳۶۵	۹۴	۱۶۱۴	۶
۴۷۴۴	۶۲۴۱۶۴	۲۶۲۲	۲۲۴۴	۴۹۱	۱۱۳۹۸۴	۲۴	۱۲۵	۱۷۸۸	۴۴۶۷	۱۶۱۴۳	۹۳۲	۲۰۵۸۶	۴۳
۱۱۵۰	۲۲۳۸۸۷	۷۶۶	۴۵۰	۱۰۴	۲۰۴۵۹	۱۰	۸	۳۹۷	۹۵۴	۳۱۰۳	۲۰۸	۳۹۷۵	۱۲
۲۰۰۴	۳۶۰۸۴۹	۱۰۷۵	۹۰۷	۱۷۹	۳۰۴۲۳	۶	۴۱	۱۰۰۶	۱۵۱۶	۴۵۲۰	۵۴۸	۵۸۷۲	۷
۹۷۸	۱۷۲۷۴۵	۶۲۰	۵۵۹	۱۱۵	۳۱۱۹۲	۶	۴۳	۴۸۲	۱۰۲۷	۴۳۲۹	۲۱۵	۵۸۸۸	۷
۴۵۳۴	۹۲۴۸۹۰	۲۴۵۷	۱۸۹۸	۴۴۰	۱۰۴۲۹۱	۳۳	۶۳	۱۶۴۹	۴۰۵۶	۱۵۲۱۱	۸۰۴	۱۹۵۱۹	۲۸
۱۸۰۲	۲۵۸۵۸۸	۸۹۷	۷۶۶	۲۰۰	۳۸۹۸۱	۷	۱۱	۷۶۹	۱۸۱۸	۵۹۰۸	۵۸۱	۷۴۹۹	۹
۴۷۴	۶۷۶۲۷	۳۰۶	۲۲۰	۵۴	۱۱۶۰۵	۴	۱۴	۴۶۱	۴۷۶	۱۷۵۸	۱۲۱	۲۱۷۲	۶
۹۲۲	۱۱۷۷۶۴	۶۵۷	۳۸۱	۱۰۷	۲۱۶۴۳	۴	۱۷	۳۱۵	۹۵۳	۳۱۹۸	۲۴۸	۳۷۸۲	۱۳
۲۱۸۱	۴۳۸۶۰۸	۱۲۴۵	۹۳۷	۲۴۰	۴۸۴۴۱	۹	۳۰	۸۷۶	۲۱۸۷	۷۵۷۲	۴۷۱	۹۱۹۳	۱۴
۱۱۸۹	۱۴۸۹۸۷	۶۹۵	۴۴۴	۱۳۹	۳۱۷۶۱	۵	۱۳	۴۸۷	۱۲۹۶	۴۶۹۵	۲۸۵	۵۸۰۸	۱۶
۷۴۲	۹۰۴۱۵	۴۸۰	۳۰۸	۹۸	۱۸۶۷۲	۴	۲۶	۴۴۸	۸۹۷	۳۴۶۵	۱۷۸	۳۵۱۸	۸
۱۲۶۴	۲۱۶۵۲۵	۸۸۲	۵۲۳	۱۴۸	۳۳۶۴۹	۸	۲۲	۷۰۴	۱۳۳۸	۵۰۱۰	۱۵۴	۵۹۸۹	۹
۱۷۴۷	۲۰۸۰۳۴	۱۱۸۱	۸۹۰	۲۱۲	۴۶۹۳۲	۱۰	۳۴	۷۸۵	۲۰۲۹	۷۱۵۸	۲۷۳	۸۸۸۰	۱۸
۱۴۳۸	۲۷۹۹۴۴	۹۳۷	۶۲۷	۱۴۸	۳۴۲۵۰	۵	۲۲	۵۳۳	۱۳۶۸	۵۱۵۰	۳۳۳	۶۵۴۵	۱۸
۳۶۳۵	۵۲۱۷۹۲	۱۹۳۹	۱۶۹۸	۳۷۹	۵۶۴۰۴	۸	۴۳	۱۵۴۸	۳۴۱۸	۹۹۲۹	۷۳۷	۱۲۴۸۴	۵۹
۲۶۳۵	۵۶۶۶۴۴	۱۲۴۹	۱۱۸۴	۲۴۳	۴۴۵۲۷	۱۲	۳۳	۱۴۳۹	۲۳۲۶	۷۴۱۲	۵۲۹	۸۴۵۰	۱۶
۱۲۴۸	۱۷۴۳۴۹	۵۷۴	۵۶۳	۲۰۴	۳۹۲۰۶	۶	۲۵	۷۳۶	۱۸۱۰	۶۰۰۳	۵۵۸	۷۴۵۱	۷
۱۲۴۸	۲۱۴۲۱۱	۸۴۳	۵۱۳	۱۳۰	۲۵۵۳۸	۷	۱۱	۴۸۰	۱۱۵۵	۳۸۵۳	۱۷۲	۴۸۲۳	۱۳
۱۵۶۷	۳۴۳۰۲۶	۵۸۹	۷۶۲	۱۳۶	۲۴۲۶۲	۱۴	۲۹	۷۴۸	۱۲۲۷	۳۹۲۹	۳۴۴	۴۵۹۹	۸
۷۰۱۹۰	۱۱۴۴۹۴۸۵	۴۱۳۰۶	۳۱۸۷۵	۷۶۸۲	۱۵۹۴۵۰۵	۳۵۰	۱۰۴۸	۳۳۶۷۲	۶۹۸۴۴	۲۴۱۲۷۵	۱۵۷۷۶	۳۰۱۳۶۲	۵۵۲

جدول ۷. کارایی کل و مولفه‌های پژوهشی و آموزشی با برنامه تولید جدید در سال ۱۳۹۶

واحد	کارایی آموزشی	کارایی پژوهشی	کارایی کل	واحد	کارایی آموزشی	کارایی پژوهشی	کارایی کل
۱	۰/۹۹۷	۰/۳۵۳	۰/۹۹۸	۱۷	۰/۹۹۹	۰/۶۱۷	۰/۹۹۷
۲	۰/۹۹۹	۰/۴۶۷	۱	۱۸	۱	۰/۹۵۲	۱
۳	۰/۷۶۶	۱	۱	۱۹	۰/۸۵۹	۱	۱
٤	۰/۹۹۶	۱	۰/۹۹۹	۲۰	۱	۰/۹۵۱	۱
۵	۰/۹۹۹	۰/۳۷۳	۰/۹۹۹	۲۱	۰/۹۱۴	۱	۱
٦	۰/۷۶۲	۱	۱	۲۲	۰/۹۷۹	۱	۱
۷	۰/۵۹۲	۱	۱	۲۳	۱	۰/۹۴۲	۱
۸	۰/۹۹۹	۰/۷۲۳	۰/۹۹۷	۲٤	۱	۰/۹۶۰	۱
۹	۱	۰/۳۴۱	۱	۲۵	۰/۹۹۹	۱	۱
۱۰	۱	۱	۱	۲٦	۱	۰/۹۴۷	۰/۹۹۹
۱۱	۰/۹۸۷	۱	۱	۲۷	۰/۹۹۹	۰/۵۴۳	۰/۹۹۷
۱۲	۱	۰/۳۳۱	۱	۲۸	۱	۰/۴۸۸	۰/۹۹۶
۱۳	۱	۰/۵۶۷	۰/۹۹۶	۲۹	۱	۰/۹۸۹	۱
۱٤	۱	۰/۶۸۰	۰/۹۹۹	۳۰	۱	۰/۹۹۵	۱
۱۵	۱	۱	۱	۳۱	۰/۹۹۷	۰/۶۱۳	۰/۹۹۹
۱٦	۰/۷۷۰	۱	۱	**میانگین**	۰/۹۹۵	۰/۸۰۱	۰/۹۹۹

٤ بحث و نتیجه‌گیری

جدول ۲ پیش‌بینی ورودی‌ها و خروجی‌های واحدهای استانی دانشگاه آزاد اسلامی را در سال ۱۳۹۶ نشان می‌دهد، جدول ۳ حاوی محاسبات کارایی کل و کارایی مولفه‌های آموزشی و پژوهشی سال‌های ۹۴ تا ۹۶ با استفاده از مدل (۳) است؛ داده‌های جدول ۶ مربوط به خروجی مدل برنامه‌ریزی تخصیص می‌باشند که در جدول ۷ کارایی استان‌ها بر اساس آنها محاسبه شده‌است. همان‌طور که در جدول ۷ نشان داده شده است، امتیاز جدید کارایی تمام واحدها، بین امتیاز کارایی قبلی آنها و یک قرار می‌گیرد. نتایج نشان‌دهنده آن است که بر اساس برنامه جدید، نمرات کارایی همه واحدها بهبود یافته است، به طوری که از نظر کارایی آموزشی، ۱۴ واحد روی مرز کارا قرار گرفته و ۶ واحد با کارایی ۰/۹۹۹ ، ۲ واحد با ۰/۹۹۷ و ۱ واحد با ۰/۹۹۶ نزدیک به مرز کارا می‌باشند. در مقایسه با کارایی آموزشی محاسبه شده بر اساس اطلاعات ورودی و خروجی پیش‌بینی شده برای سال ۱۳۹۶ (جدول ۳) نیز وضعیت کارایی استان‌ها با برنامه تخصیص جدید بهتر شده است. بر اساس پیش‌بینی سال ۹۶، تعداد ۹ واحد از نظر آموزشی روی مرز کارا قرار می‌گیرند و ۱۳ واحد نیز نزدیک مرز کارا خواهند بود. از نظر کارایی پژوهشی در برنامه‌ی جدید تولید (تخصیص)، ۱۲ واحد روی مرز کارا قرار می‌گیرند و در سایر موارد نیز نسبت به پیش‌بینی‌های سال‌های ۹۵ و ۹۶ و عملکرد واقعی سال ۹۴، به مراتب وضعیت بهتر می‌باشد. از نظر کارایی کل، در نتیجه ی اجرای برنامه‌ی تخصیص، تعداد ۲۰ واحد در سطح مرز کارا قرار می‌گیرند. مقایسه جدول ۷ (کارایی برنامه‌ی تخصیص) با جدول ۱ که کارایی سال‌های ۱۳۹۴ و ۱۳۹۵ را نشان می‌دهد نیز رویکرد

بهینه‌سازی واحدها توسط مدل پیشنهادی را آشکار می‌سازد. با ملاحظه جدول ۱ که در آن کارایی‌های استان‌ها بین سال‌های ۹۴ تا ۹۶ محاسبه شده‌است، متوجه می‌شویم که کارایی بسیاری از واحدهای استانی در سال ۱۳۹۵ کاهش‌یافته و در سال ۱۳۹۶ مجددا افزایش داشته‌است و یا برخی واحدها با افت کارایی مواجه بوده‌اند، در حالی که در مدل طراحی شده برنامه‌ریزی تخصیص منابع و اهداف، یکی از محدودیت‌ها، افزایش کارایی می‌باشد و همان‌طور که ملاحظه می‌شود، کارایی تمام واحدها در مقایسه با سال‌های ۹۴ تا ۹۶، بیش‌تر شده است؛ البته همانند نقاط تصویر به کارایی ٪۱۰۰ نمی‌رسند؛ ولی روند آن‌ها همواره رو به بهبود می‌باشد. با مقایسه جداول پیش‌بینی، نقاط تصویر و برنامه‌ی تولید (تخصیص) جدید متوجه می‌شویم که در اکثر موارد، ورودی‌ها و خروجی‌های به دست آمده از برنامه‌ی تولید، به ورودی‌ها و خروجی‌های نقاط تصویر نزدیک‌تر می‌باشند تا ورودی و خروجی‌های جدول پیش‌بینی و با توجه به اینکه در برنامه‌ی تولید، اندازه‌ی واحدها نیز در نظر گرفته شده‌است این امر تضمین‌کننده‌ی شدنی بودن نتایج است. مقایسه ورودی‌ها و خروجی‌های ۲ واحد استانی ۲ و ۲۱ که در پیش‌بینی سال ۹۶ نزدیک به مرز کارا می‌باشند ولی در برنامه‌ی تخصیص جدید به مرز کارا می‌رسند، نشاندهنده‌ی آن است که با ورودی‌های کمتر می‌توان به خروجی‌های بیشتر و کارایی ٪۱۰۰ دست یافت. مقایسه سایر ورودی‌ها و خروجی‌ها نیز نشان‌دهنده‌ی توزیع مناسب‌تر منابع و اهداف و بهبود وضعیت کارایی واحدهای استانی است. در این تخصیص اندازه‌ی بزرگی واحدها موجب اجرایی‌تر شدن اهداف و عادلانه‌تر شدن تامین اعتبار و تخصیص بودجه به استان‌ها می‌شود.

منابع

[۱] جعفرنژاد، احمد. مدیریت تولید و عملیات نوین. دانشگاه تهران، موسسه انتشارات، ۱۳۹۲.

[۴] محقر ، علی. صفری، حسین. امیرتیموری، علیرضا. صوفی، منصور. مدل جدید تحلیل پوششی داده ها برای سنجش کارایی واحدهای تصمیم گیرنده با ساختار شبکه ای موازی . تحقیق در عملیات در کاربردهای آن، پیاپی ۱۳، شماره ۳، صفحه ۲۶-۹. ۱۳۹۵.

[2] M. Soufi and M. Panahandeh, The role of total quality management in patient-centered restructuring., *J. Soc. Health Syst.*, vol. 5, no. 1, pp. 63–71, 1995.

[3] A. Jafarnejad, M. Soufi, and M. Ajalli, The Role of Management and Human Resource in implementing e-Factory by AHP method (Case study of Guilan province Industries), *J. Oper. Res. Soc. Japan*, vol. 3, no. 1, pp. 6691–6701, 2014.

[5] S. Lozano, E. Gutiérrez, and P. Moreno, Network DEA approach to airports performance assessment considering undesirable outputs, *Appl. Math. Model.*, vol. 37, no. 4, pp. 1665–1676, 2013.

[6] P. Korhonen and M. Syrjanen, Resource Allocation Based on Efficiency Analysis, *Manage. Sci.*, vol. 50, no. 8, pp. 1134–1144, 2004.

[7] G. R. Jahanshahloo, F. H. Lotfi, N. Shoja, G. Tohidi, and S. Razavyan, The outputs estimation of a DMU according to improvement of its efficiency, *AppliedMathematics Comput.*, vol. 147, no. 2, pp. 409–413, 2004.

[8] M. Cook, W.D. Kress, Characterizing an equitable allocation of shared costs: A DEA approach, *Eur. J. Oper. Res.*, vol. 119, pp. 652–661, 1999.

[9] S. Lozano and G. Villa, Centralized Resource Allocation Using Data Envelopment Analysis, *J. Product. Anal.*, vol. 22, no. 1, pp. 143–161, 2004.

[10] E. G. Gomes, J. C. Mello, and L. A. Meza, Large discreet resource allocation: a hybrid approach based on dea efficiency measurement, *Pesqui. Operacional*, vol. 28, no. 3, pp. 597–608, 2008.

[11] M. P. E. Lins, E. G. Gomes, J. S. de Mello, and A. J. R. S. de Mello, Olympic ranking based on a

zero sum gains DEA model, *Eur. J. Oper. Res.*, vol. 148, p. 312–322., 2003.
[12] J. C. C. B. Soares deMello, E. G. Gomes, F. R. Leta, and M. H. C. Soares deMello, Algoritmo de alocação de recursos discretos com análise de envoltória de dados, *Pesqui. Operacional*, vol. 26, no. 2, pp. 225–239, 2006.
[13] Y. Y. Li, F. Liang, and L. Hua, Allocating the fixed cost as a complement of other cost inputs: A DEA approach, *Eur. J. Oper. Res.*, vol. 197, pp. 389–401, 2009.
[14] A. Amirteimoori and M. M. Tabar, Resource allocation and target setting in data envelopment analysis, *Expert Syst. Appl.*, vol. 37, no. 4, pp. 3036–3039, 2010.
[15] A. Z. Milioni, J. V. G. Avellar, E. G. Gomes, and J. C. C. B. S. Mello, An ellipsoidal frontier model: allocating input via parametric DEA, *Eur. J. Oper. Res.*, vol. 209, pp. 113–121, 2011.
[16] R. Lin, Allocating fixed costs and common revenue via data envelopment analysis, *Appl. Math. Comput.*, vol. 218, pp. 3680–3688, 2011.
[17] Z. Hosseinzadeh-Lotfi, F. Nematollahi, N. Behzadi, M.H. Mirbolouki, M. Moghaddas, Centralized resource allocation with stochastic data, *J. Comput. Appl. Math.*, vol. 236, pp. 1783–1788, 2012.
[18] R. C. Silva and A. Z. Milioni, The Adjusted Spherical Frontier Model with weight restrictions, *Eur. J. Oper. Res.*, vol. 220, pp. 729–735, 2012.
[19] C. Mar-Molinero, D. Prior, M. M. Segovia, and F. Portillo, On centralized resource utilization and its reallocation by using DEA, *Ann. Oper. Res.*, vol. 11, pp. 1083–1088, 2012.
[20] F. Hosseinzadeh-Lotfi, A. Hatami-Marbini, P. J. Agrell, N. Aghayi, and K. A. Gholami, Fixed resources and setting targets using a common-weights DEA approach, *Comput. Ind. Eng.*, vol. 64, pp. 631–640, 2013.
[21] J. Wu, Q. An, S. Ali, and L. Liang, DEA based resource allocation considering environmental factors, *Math. Comput. Model.*, vol. 58, pp. 1128–1137, 2013.
[22] Y. Li, M. Yang, Y. Chen, Q. Dai, and L. Liang, Allocating a fixed cost based on data envelopment analysis and satisfaction degree, *Omega*, vol. 41, pp. 55–60, 2013.
[23] X. Si, L. Liang, G. Jia, L. Yang, H. Wu, and Y. Li, Proportional sharing and DEA in allocating the fixed cost, *Appl. Math. Comput.*, vol. 219, pp. 6580–6590, 2013.
[24] A. Varmaz, A. Varwig, and T. Poddig, Centralized resource planning and Yardstick competition, *Omega*, vol. 41, pp. 112–118, 2013.
[25] P. Bogetoft, DEA-based Yardstick competition: the optimality of best practice regulation, *Ann. Oper. Res.*, vol. 73, pp. 277–298, 1997.
[26] L. Fang, A generalized DEA model for centralized resource allocation, *Eur. J. Oper. Res.*, vol. 228, pp. 405–412, 2013.
[27] M. Asmild, T. Holvad, J. L. Hougaard, and D. Kronborg, Railway reforms: do they influence operating efficiency?, *Transp. J.*, vol. 36, no. 5, pp. 617–638, 2009.
[28] H. B. Kwon and J. Lee, Two-stage production modeling of large U.S. banks: A DEA-neural network approach, *Expert Systems with Applications*, vol. 42, no. 19. pp. 6758–6766, 2015.
[29] M. Shafiee, F. Hosseinzadeh Lotfi, and H. Saleh, Supply chain performance evaluation with data envelopment analysis and balanced scorecard approach, *Applied Mathematical Modelling*, vol. 38, no. 21–22. pp. 5092–5112, 2014.
[30] M. Azadi, A. Shabani, M. Khodakarami, and R. Farzipoor Saen, Reprint of 'Planning in feasible region by two-stage target-setting DEA methods: An application in green supply chain management of public transportation service providers,' *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, vol. 74. pp. 22–36, 2015.
[31] I. Piot-Lepetit and J. Nzongangb, Financial sustainability and poverty outreach within a network of village banks in Cameroon: A multi-DEA approach, *Eur. J. Oper. Res.*, vol. 234, pp. 319–330, 2014.
[32] B. Wiegmans and S. Dekker, Benchmarking deep-sea port performance in the Hamburg-Le Havre range, *Benchmarking An Int. Journal,http//dx.doi.org/10.1108/BIJ-04-2013-0050*, vol. 23, no. 1, pp. 96–112, 2016.
[33] R. Dabestani, A. Shahin, M. Saljoughian, and H. Shirouyehzad, Importance-performance analysis of service quality dimensions for the customer groups segmented by DEA - the case of four star hotels, *Int. J. Qual. Reliab. Manag. Importance-performance*, vol. 33, no. 2, 2016.