

## روشی جدید مبتنی بر روش TOPSIS برای حل مسایل تصمیم گیری چندمعیاره با اطلاعات فازی شهودی

مریم عرشی<sup>۱</sup>، عبدالله هادی وینچه<sup>۲\*</sup>، مجتبی نظری<sup>۳</sup>، علی جمشیدی<sup>۴</sup>

۱- دانشجوی دکتری، گروه ریاضی، واحد خرم آباد، دانشگاه آزاد اسلامی، خرم آباد، ایران

۲- استاد، گروه ریاضی، واحد اصفهان (خوراسگان)، دانشگاه آزاد اسلامی، اصفهان، ایران

۳- استادیار، گروه ریاضی، واحد خرم آباد، دانشگاه آزاد اسلامی، خرم آباد، ایران

۴- استادیار، گروه ریاضی، واحد اصفهان (خوراسگان)، دانشگاه آزاد اسلامی، اصفهان، ایران

رسید مقاله: ۲۸ اسفند ۱۳۹۹

پذیرش مقاله: ۷ شهریور ۱۴۰۰

### چکیده

بحث تصمیم گیری چندمعیاره<sup>۲</sup> (MCDM) در محیط های فازی شهودی<sup>۳</sup> موضوعی مهم و قابل اهمیت است. وقتی اطلاعات موجود دقیق باشد روش های بسیاری برای حل مسایل وجود دارد، اما اگر اطلاعات غیرقطعی و نامعین باشند مدل های دقیق ریاضی برای حل آنها نامناسب است. مجموعه فازی شهودی (IFS) برای مدل های مبهم و نامعین در تصمیم گیری مفید می باشد. این مقاله به ارائه یک روش تصمیم گیری چندمعیاره مبتنی بر روش TOPSIS اصلاح شده با اطلاعات فازی شهودی می پردازد. ابتدا، روش پیشنهادی جواب ایده آل مثبت و جواب ایده آل منفی را برای هر گزینه مشخص می کند. سپس، فاصله همینگ وزنی<sup>۴</sup> بین هر گزینه و جواب ایده آل مثبت و جواب ایده آل منفی محاسبه می شود. در انتها، گزینه ها رتبه بندی می شوند. سرانجام، دو مثال عددی برای توضیح روش آورده شده است.

**کلمات کلیدی:** تصمیم گیری چندمعیاره (MCDM)، مجموعه فازی شهودی (IFS)، فاصله همینگ وزنی.

### ۱ مقدمه

تصمیم گیری عبارت است از فرآیندی که در آن یک تصمیم گیرنده یا گروهی از تصمیم گیرندگان یک گزینه از بین چندین گزینه موجود در یک محیط ناشی از عدم اطمینان را انتخاب می کنند. در اکثر موارد تصمیم گیری ها وقتی مطلوب و مورد رضایت تصمیم گیرنده است که تصمیم گیری براساس چندین معیار مورد بررسی قرار گرفته باشد. نوع اطلاعات موجود می تواند قطعی یا غیرقطعی باشد. برای این منظور تنوع داده ها و تنوع اطلاعات در

\* عهده دار مکاتبات

آدرس الکترونیکی: ahadi@khuisf.ac.ir

<sup>2</sup> Multiple Criteria Decision Making (MCDM)

<sup>3</sup> Intuitionistic Fuzzy

<sup>4</sup> Weighted Hamming Distances

تصمیم‌گیری منجر به ایجاد روش‌ها و تکنیک‌هایی برای تصمیم‌گیری چندمعیاره شده که در نهایت این روش‌ها منجر به انتخاب یک گزینه بهتر می‌شوند.

هدف اصلی در تصمیم‌گیری تلفیقی، کمک کردن به تصمیم‌گیرنده<sup>1</sup> DM است تا مزیت‌های هر گزینه را بررسی کند و قادر باشد با کمترین ریسک ممکن بهترین تصمیم را بگیرد و بهترین گزینه را انتخاب کند. چندین روش برای حل مسایل تصمیم‌گیری چند معیاره (MCDM) وجود دارد. این روش‌ها را می‌توان به روش‌های مختلفی از جمله فرم‌های مدل (مثل ویژگی‌های خطی، غیرخطی و تصادفی) فضای تصمیم‌گیری (به عنوان مثال، متناهی یا نامتناهی)، یا فرآیندهای راه حل (به عنوان مثال، مشخصات قبلی یا تعاملی اولویت‌ها) تقسیم کرد.

روش با شباهت به جواب ایده‌آل (TOPSIS) روشی رایج در حل مسایل MCDM است و به طور گسترده در مقالات مورد استفاده قرار گرفته است [۱-۳]. این روش برای مسایل MCDM فازی نیز گسترش یافته است. به عنوان مثال تیسر و همکاران<sup>۲</sup> [۴] ابتدا یک مساله MCDM فازی را از طریق ضدفازی کردن به یک مساله قطعی<sup>۳</sup> تبدیل کرده و سپس با استفاده از روش TOPSIS مساله غیرفازی حاصل را حل کردند. صفارزاده و همکاران [۵] روشی برای تعیین وزن تصمیم‌گیرندگان (DMs) در مسایل تصمیم‌گیری چند معیاره گروهی (GMCDM) با اطلاعات بازه‌ای ارائه دادند. چن و تیزنگ<sup>۴</sup> [۶] یک مساله MCDM فازی را با استفاده از انتگرال فازی به یک MCDM غیرفازی تبدیل کردند. آنها به جای استفاده از فاصله، از درجه‌ی رابطه خاکستری<sup>۵</sup> استفاده کردند تا نزدیکی نسبی هر گزینه را مشخص کنند. چو<sup>۶</sup> [۷]، [۸] و چو و لین<sup>۷</sup> [۹] نیز با استفاده از روش TOPSIS یک مساله MCDM فازی را حل کردند. متفاوت از دیگران، آنها ابتدا توابع عضویت همه‌ی نرخ‌های فازی را در یک ماتریس تصمیم‌گیری نرمال‌شده وزنی با استفاده از حساب‌های بازه‌ای از اعداد فازی به دست آوردند و سپس با استفاده از روش رتبه‌بندی میانگین، آنها را به مقادیر قطعی تبدیل کردند. ابراهیم نژاد و وردجای<sup>۸</sup> [۱۰] از مفهوم مقایسه اعداد فازی برای حل مسایل برنامه‌ریزی خطی فازی استفاده کردند. ناصر دین و سیراج<sup>۹</sup> [۱۱] روشی پیشنهاد دادند که ترکیبی از روش رتبه‌بندی اولویت‌ها و AHP گروهی، و روش دلفی می‌باشد. آنها میزان رضایت از حمل و نقل عمومی را ارزیابی کردند. عبدالباست<sup>۱۰</sup> و همکاران [۱۲] ادغام فرآیند سلسله مراتبی تحلیلی (AHP) را در چارچوب دلفی در محیط نوتروزوفیک<sup>۱۱</sup> بررسی کردند. سد آبادی و همکاران [۱۳] برای حل مساله MCDM فازی دو مدل برنامه‌نویسی خطی ارائه دادند. آنها ابتدا با حل مدل‌های خطی برای هر گزینه دو امتیاز خوب و بد محاسبه کردند سپس با میانگین‌گیری امتیاز نهایی هر گزینه را مشخص می‌کنند. گرانتان - گینس<sup>۱۲</sup> [۱۴] و بعداً گائو و بوئر<sup>۱</sup> [۱۵] اظهار داشتند که ارائه یک متغیر زبانی در قالب

<sup>1</sup> Decision Maker(DM)

<sup>2</sup> Tsaur et al

<sup>3</sup> Crisp

<sup>4</sup> Chen and Tzeng

<sup>5</sup> Gray relation grade

<sup>6</sup> Chu

<sup>7</sup> Chu and Lin

<sup>8</sup> Verdegay

<sup>9</sup> Nassereddine and Siraj

<sup>10</sup> Abdel-Basset

<sup>11</sup> Neutrosophic

<sup>12</sup> Grattan-Guinness

مجموعه فازی کافی نیست. در واقع، تعیین میزان عضویت دقیق عناصر بسیار سخت است و در تعیین آن هیچ گونه تردیدی وجود ندارد. با توجه به تردید، آتاناسو<sup>۲</sup> [۱۶] مفهوم مجموعه فازی شهودی (IFS) را به عنوان تعمیم مجموعه‌های فازی معمولی معرفی کرد. علاوه بر درجه عضویت در هر عضو در مجموعه‌های فازی معمولی، IFS درجه‌ای از عدم عضویت را به هر عضو اختصاص می‌دهد. آتاناسو و جورجیه<sup>۳</sup> [۱۷] یک سیستم برنامه‌نویسی ارایه دادند تا با استفاده از مجموعه فازی شهودی A اشکال مختلف عدم اطمینان را مدل‌سازی کنند. تانگ و منگ<sup>۴</sup> [۱۸] عملگر فازی شهودی بازه-مقدار تعمیم‌یافته‌ای را پیشنهاد دادند که نه تنها اهمیت عناصر را در نظر می‌گیرد بلکه منعکس‌کننده تعاملات کلی آنها نیز می‌باشد. ژانگ و همکاران<sup>۵</sup> [۱۹] روشی را برای بررسی مسایل تصمیم‌گیری گروهی چندشاخصه<sup>۶</sup> (MAGDM) در محیط‌های فازی تردید بازه -مقدار<sup>۷</sup> (I VHF) با اطلاعات مربوط به وزن ناقص ارایه می‌دهند.

در این مقاله، به دنبال یک جواب توافقی (جایگزین) هستید که به یک جواب ایده‌آل نزدیک است و از جواب ایده‌آل منفی دور است. با این حال، مثال‌هایی وجود دارد که در آن جواب توافقی روش TOPSIS لزوماً نه از جواب ایده‌آل منفی دور و نه به جواب ایده‌آل مثبت نزدیک است. این منجر به ریشه‌یابی ضرایی می‌شود که فقط روی نزدیکی نسبی به جواب ایده‌آل متمرکز می‌شوند.

با انگیزه چنین واقعیتی، این مقاله یک روش برای حل مسایل MCDM فازی شهودی پیشنهاد می‌دهد. ابتدا، جواب ایده‌آل مثبت و منفی محاسبه می‌گردد. سپس، فاصله همینگ وزنی هر گزینه تا جواب ایده‌آل مثبت و جواب ایده‌آل منفی تعیین می‌شود و با محاسبه جواب توافقی، رتبه‌بندی گزینه‌ها مشخص می‌شود.

ساختار این مقاله به صورت زیر سازماندهی شده است: در بخش بعد روش TOPSIS و در بخش ۳ مختصری از اعداد فازی شهودی ارایه شده است. در بخش ۴ روش پیشنهادی ارایه شده، سپس روش پیشنهادی با دو مثال عددی در بخش ۵ توضیح داده شده است. در بخش ۶ نتیجه‌گیری آورده شده است.

## ۲ TOPSIS: یک مرور کلی

یک مساله MCDM به فرم ماتریس به صورت زیر بیان می‌شود:

$$N := \begin{matrix} & c_1 & c_2 & \dots & c_m \\ \begin{matrix} A_1 \\ A_2 \\ \vdots \\ A_n \end{matrix} & \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} & \dots & d_{1m} \\ d_{21} & d_{22} & \dots & d_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ d_{n1} & d_{n2} & \dots & d_{nm} \end{bmatrix} \end{matrix} \quad (1)$$

<sup>1</sup> Gau and Buehrer

<sup>2</sup> Atanassov

<sup>3</sup> Atanassov and Georgier

<sup>4</sup> Tang and Meng

<sup>5</sup> Zhang and et al

<sup>6</sup> Multiple Attribute Group Decision Making (MAGDM)

<sup>7</sup> Interval-Valued Hesitant Fuzzy (IVHF)

که  $A_1, \dots, A_n$  گزینه‌های تصمیم و  $c_1, \dots, c_m$  معیارهایی هستند که گزینه‌های مختلف مطابق با آنها اندازه‌گیری می‌شوند، و  $d_{ij} (i=1, \dots, n; j=1, \dots, m)$  بیانگر عملکرد گزینه  $i$ ام تحت معیار  $j$ ام است. TOPSIS برای اولین بار توسط هوانگ و یون ساخته شد [۲۰].

روش TOPSIS به شرح زیر خلاصه می‌شود.

گام ۱: ماتریس تصمیم را نرمال کنید. مقادیر نرمال شده  $r_{ij} (i=1, \dots, n; j=1, \dots, m)$  به صورت زیر محاسبه شوند:

$$r_{ij} := \frac{d_{ij}}{\sqrt{\sum_{k=1}^n d_{kj}^2}} \quad (2)$$

گام ۲: ماتریس نرمال شده را وزن دار کنید. مولفه‌های  $v_{ij}$  ماتریس نرمال موزون به صورت زیر محاسبه می‌گردند:

$$v_{ij} := r_{ij} \omega_j \quad (3)$$

که  $W = (\omega_1, \dots, \omega_m)$  بردار وزن است.

گام ۳: تعیین جواب ایده‌آل مثبت و جواب ایده‌آل منفی. جواب ایده‌آل مثبت و جواب ایده‌آل منفی را با  $v^{*+}$  و  $v^{*-}$  نمایش می‌دهیم و به صورت زیر به ترتیب مشخص می‌شوند.

$$v_j^{*+} := \begin{cases} \max_{1 \leq i \leq n} v_{ij} & \text{اگر } c_j \text{ یک معیار سود باشد} \\ \min_{1 \leq i \leq n} v_{ij} & \text{اگر } c_j \text{ یک معیار هزینه باشد} \end{cases} \quad (4)$$

و

$$v_j^{*-} := \begin{cases} \min_{1 \leq i \leq n} v_{ij} & \text{اگر } c_j \text{ یک معیار سود باشد} \\ \max_{1 \leq i \leq n} v_{ij} & \text{اگر } c_j \text{ یک معیار هزینه باشد} \end{cases} \quad (5)$$

گام ۴: فاصله هر گزینه از جواب ایده‌آل مثبت و جواب ایده‌آل منفی را به صورت زیر محاسبه کنید:

$$d_i^+ := \sqrt{\sum_{j=1}^m (v_{ij} - v_j^{*+})^2} \quad i=1, \dots, n \quad (6)$$

و

$$d_i^- := \sqrt{\sum_{j=1}^m (v_{ij} - v_j^{*-})^2} \quad i=1, \dots, n \quad (7)$$

گام ۵: شاخص شباهت را با استفاده از رابطه‌ی زیر برای هر گزینه محاسبه کنید:

$$\xi_i := \frac{d_i^-}{d_i^- + d_i^+} \quad i=1, \dots, n \quad (8)$$

گام ۶: گزینه‌ها را بر حسب شاخص شباهت رتبه‌بندی کنید. هر چه  $\tilde{g}_i$  بزرگ باشد آن گزینه از رتبه بالاتری برخوردار است.

### ۳ اعداد فازی شهودی

در ادامه برخی از مفاهیم اساسی مربوط به مجموعه‌های فازی شهودی را معرفی می‌کنیم. تعریف ۱. فرض کنید  $X$  یک مجموعه مرجع باشد، سپس یک مجموعه فازی کلاسیک به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$A = \{ \langle x, \mu_A(x) \rangle \mid x \in X \} \quad (9)$$

که توسط یک تابع عضویت  $\mu_A: X \rightarrow [0, 1]$  مشخص شده است و  $\mu_A(x)$  درجه عضویت هر عضو  $x$  در مجموعه  $A$  را مشخص می‌کند.

آتاناسو مجموعه فازی را به مجموعه فازی شهودی گسترش داد، که به صورت زیر تعریف می‌شود:

تعریف ۲. یک مجموعه فازی شهودی  $A$  در مجموعه  $X$  به فرم زیر داده می‌شود:

$$A = \{ \langle x, \mu_A(x), \nu_A(x) \rangle \mid x \in X \} \quad (10)$$

که  $\mu_A: X \rightarrow [0, 1]$  و  $\nu_A: X \rightarrow [0, 1]$ ، با شرط  $\mu_A(x) + \nu_A(x) \leq 1$ ،  $\forall x \in X$  اعداد  $\mu_A(x)$  و  $\nu_A(x)$  به ترتیب، درجه عضویت و درجه عدم عضویت عضو  $x$  به مجموعه  $A$  را نشان می‌دهند [۱۶].

تعریف ۳. برای هر IFS  $A$  در  $X$  مقدار

$$\pi_A(x) = 1 - \mu_A(x) - \nu_A(x), \quad \forall x \in X \quad (11)$$

را درجه نامعین بودن  $x$  به  $A$  می‌نامیم [۱۶].

تعریف ۴. فرض کنید  $\tilde{a}^{(l)} = (\mu_j^{(l)}, \nu_j^{(l)}) (j = 1, 2, \dots, n)$  و  $\tilde{a}^{(r)} = (\mu_j^{(r)}, \nu_j^{(r)}) (j = 1, 2, \dots, n)$  دو مجموعه

از مقادیر فازی شهودی باشند، در این صورت فاصله همینگ وزنی بین

$$\tilde{a}^{(l)} (j = 1, \dots, n), \tilde{a}^{(r)} (j = 1, \dots, n)$$

به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$d(\tilde{a}^{(l)}, \tilde{a}^{(r)}) = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n \omega_j [|\mu_j^{(l)} - \mu_j^{(r)}| + |\nu_j^{(l)} - \nu_j^{(r)}|] \quad (12)$$

که  $W = (\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n)^T$  بردار وزنی از  $i = 1, 2$  است [۶].

<sup>1</sup> IFS A

<sup>2</sup> Indeterminacy

#### ۴ روش پیشنهادی

فرض کنید  $n$  گزینه و  $m$  معیار موجود است و عملکرد هر گزینه تحت هر معیار توسط یک عدد فازی شهودی نمایش داده شود. در کل، مجموعه معیارها به دو دسته معیار سود که با  $\Gamma^+$  نشان می‌دهیم و مجموعه معیار هزینه که با  $\Gamma^-$  مشخص می‌شود تقسیم می‌شوند.

بنابراین، ماتریس تصمیم به صورت زیر بیان می‌شود:

$$N = \begin{bmatrix} \langle \mu_{11}, \nu_{11} \rangle & \cdots & \langle \mu_{1m}, \nu_{1m} \rangle \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \langle \mu_{n1}, \nu_{n1} \rangle & \cdots & \langle \mu_{nm}, \nu_{nm} \rangle \end{bmatrix}$$

از این رو، جواب ایده‌آل مثبت و جواب ایده‌آل منفی به صورت زیر تعیین می‌شوند:

$$B^+ = (\langle \mu_1^+, \nu_1^+ \rangle, \dots, \langle \mu_n^+, \nu_n^+ \rangle) \quad (13)$$

$$B^- = (\langle \mu_1^-, \nu_1^- \rangle, \dots, \langle \mu_n^-, \nu_n^- \rangle) \quad (14)$$

$$(\mu_j^+, \nu_j^+) = (\max_i \mu_{ij}, \min_i \nu_{ij}), \quad j = 1, 2, \dots, n \quad \text{که}$$

$$(\mu_j^-, \nu_j^-) = (\min_i \mu_{ij}, \max_i \nu_{ij}), \quad j = 1, 2, \dots, n \quad \text{و}$$

اکنون فاصله‌های همینگ وزنی را محاسبه می‌کنیم. فاصله همینگ وزنی هر گزینه تا جواب ایده‌آل مثبت به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$p_i^+ := \frac{1}{\gamma} \sum_j \omega_j [|\mu_{ij} - \mu_j^+| + |\nu_{ij} - \nu_j^+|] \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (15)$$

به طور مشابه، فاصله‌های همینگ وزنی از جواب ایده‌آل منفی به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$p_i^- := \frac{1}{\gamma} \sum_j \omega_j [|\mu_{ij} - \mu_j^-| + |\nu_{ij} - \nu_j^-|] \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (16)$$

در روش پیشنهادی، هر دو فاصله به جواب ایده‌آل مثبت و جواب ایده‌آل منفی در نظر گرفته می‌شوند تا جواب توافقی مشخص شود. برای این منظور، فرض کنید

$$p^+ := \min p_i^+ \quad (17)$$

$$p^- := \max p_i^- \quad (18)$$

جواب توافقی در این روش به این مفهوم است که گزینه انتخابی باید تا حد ممکن به جواب ایده‌آل نزدیک و تا حد ممکن از جواب ایده‌آل منفی دور باشد. بنابراین اندازه نزدیکی نسبی به جواب ایده‌آل مثبت و به طور همزمان دوری از جواب ایده‌آل منفی برای گزینه  $A_i$  به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\xi_i := \frac{p^-}{p_i^-} - \frac{p_i^+}{p^+} \quad i = 1, \dots, n \quad (19)$$

هر چه  $\xi_i$  بزرگ‌تر باشد گزینه  $i$  ام از رتبه بالاتری برخوردار است. [۲۱]

## ۵ مثال های عددی

در این بخش با دو مثال عددی روش پیشنهادی توضیح داده می شود.

**مثال ۱:** این مثال به انتخاب پنج تامین کننده در یک زنجیره تامین اختصاص دارد. فرض کنید پنج تامین کننده تحت چهار معیار بررسی شوند. چهار معیار کیفیت تولید ( $C_1$ )، خدمات ( $C_2$ )، تحویل ( $C_3$ )، و قیمت ( $C_4$ ) و ماتریس تصمیم به صورت زیر باشد.

$$N = \begin{bmatrix} (0/6, 0/3) & (0/5, 0/2) & (0/2, 0/5) & (0/1, 0/6) \\ (0/8, 0/2) & (0/8, 0/1) & (0/6, 0/1) & (0/3, 0/4) \\ (0/6, 0/3) & (0/4, 0/3) & (0/4, 0/2) & (0/5, 0/2) \\ (0/9, 0/1) & (0/5, 0/2) & (0/2, 0/3) & (0/1, 0/5) \\ (0/7, 0/1) & (0/3, 0/2) & (0/6, 0/2) & (0/4, 0/2) \end{bmatrix}$$

و بردار وزن به صورت زیر داده شده باشد:

$$W = (0/25, 0/40, 0/20, 0/15)$$

در این صورت جواب ایده آل مثبت و جواب ایده آل منفی عبارتند از:

$$B^+ = ((0/9, 0/1), (0/8, 0/1), (0/6, 0/1), (0/5, 0/2))$$

$$B^- = ((0/6, 0/3), (0/3, 0/3), (0/2, 0/5), (0/1, 0/6))$$

اکنون فاصله همینگ موزون هر گزینه از جواب ایده آل مثبت و جواب ایده آل منفی را محاسبه می کنیم، داریم:

$$\begin{array}{ccccc} p_1^+ = 0/283 & p_2^+ = 0/55 & p_3^+ = 0/213 & p_4^+ = 0/193 & p_5^+ = 0/163 \\ p_1^- = 0/60 & p_2^- = 0/248 & p_3^- = 0/130 & p_4^- = 0/150 & p_5^- = 0/180 \end{array}$$

همچنین:

$$p^+ = 0/55, p^- = 0/248$$

و بالاخره نزدیکی نسبی به گزینه ایده آل را محاسبه می کنیم.

$$\xi_1 = -1/0.12, \xi_2 = 0, \xi_3 = -1/965, \xi_4 = -1/856, \xi_5 = -1/586$$

با توجه به مقادیر  $\xi_i$  داریم  $A_5 \succ A_4 \succ A_3 \succ A_2 \succ A_1$ . بنابراین گزینه مطلوب  $A_5$  است.

چون و همکارانش [۱۱] رتبه بندی گزینه ها را به صورت  $A_5 \succ A_3 \succ A_4 \succ A_2 \succ A_1$  تعیین کردند. روش پیشنهادی نسبت به روش آنها در محاسبات و گام های کمتر قابل اجراست.

**مثال ۲:** فرض کنید یک شرکت قصد دارد یک مدیر پروژه را از بین گروهی از نامزدها انتخاب کند، فرض کنید که پنج گزینه  $A_1, A_2, A_3, A_4, A_5$  و چهار معیار  $C_1, C_2, C_3, C_4$  وجود دارد که این پنج گزینه را ارزیابی می کنند. در اینجا  $C_1$  به معنای "اعتماد به نفس" است،  $C_2$  از "شخصیت" یاد می کند،  $C_3$  "تجربه" را نشان می دهد، و  $C_4$  "مهارت در مدیریت پروژه" را نشان می دهد. همه ی این چهار معیار، معیارهای سود هستند. فرض کنید وزن معیارها به صورت  $W = (0/1, 0/2, 0/3, 0/4)$  باشد و ماتریس تصمیم به صورت زیر باشد:

$$N = \begin{bmatrix} (0/4, 0/5) & (0/3, 0/6) & (0/4, 0/4) & (0/5, 0/3) \\ (0/4, 0/4) & (0/5, 0/4) & (0/3, 0/5) & (0/3, 0/4) \\ (0/4, 0/6) & (0/5, 0/5) & (0/4, 0/6) & (0/4, 0/6) \\ (0/3, 0/4) & (0/2, 0/6) & (0/1, 0/9) & (0/4, 0/4) \\ (0/5, 0/4) & (0/3, 0/6) & (0/3, 0/5) & (0/4, 0/5) \end{bmatrix}$$

جواب ایده‌آل مثبت و جواب ایده‌آل منفی به ترتیب عبارتند از:

$$B^+ = ((0/5, 0/4), (0/5, 0/4), (0/4, 0/4), (0/5, 0/3))$$

$$B^- = ((0/3, 0/6), (0/2, 0/6), (0/1, 0/9), (0/3, 0/6))$$

با محاسبه فاصله‌های همینگ هر گزینه از جواب ایده‌آل مثبت و جواب ایده‌آل منفی داریم:

$$p_1^+ = 0/05 \quad p_2^+ = 0/095 \quad p_3^+ = 0/135 \quad p_4^+ = 0/22 \quad p_5^+ = 0/116$$

$$p_1^- = 0/24 \quad p_2^- = 0/195 \quad p_3^- = 0/155 \quad p_4^- = 0/07 \quad p_5^- = 0/174$$

و به علاوه:

$$p^+ = 0/05, p^- = 0/24$$

و بالاخره داریم:

$$\xi_1 = 0, \xi_2 = -0/67, \xi_3 = -1/152, \xi_4 = -0/972, \xi_5 = -0/941$$

همه گزینه‌های  $A_i (i=1, \dots, 5)$  را مطابق با اولویت مقادیر  $\xi_i$  به صورت  $A_1 \succ A_2 \succ A_5 \succ A_4 \succ A_3$  رتبه‌بندی می‌کنیم که گزینه مطلوب  $A_1$  می‌باشد.

این مثال توسط چن<sup>۱</sup> و همکاران [۲۲] در هشت گام حل شده رتبه‌بندی گزینه‌ها به صورت  $A_1 \succ A_2 \succ A_5 \succ A_4 \succ A_3$  به دست آمده است.

## ۶ نتیجه‌گیری

مسایل MCDM از جمله مسایل حیاتی در پیچیدگی محیط اجتماعی-اقتصادی می‌باشند. در مسایل واقعی MCDM، اطلاعات در دسترس تصمیم‌گیرندگان همواره مبهم و نادقیق می‌باشند و بیان اولویت‌های گزینه‌ها نسبت به شاخص‌ها با استفاده از ارزش‌های قطعی و دقیق منطقی نمی‌باشند، بنابراین روش TOPSIS کلاسیک برای این مسایل مفید نیست. برای این منظور، در این مقاله یک روش TOPSIS توسعه‌یافته جدید در حضور داده‌های فازی شهودی برای مسایل MCDM ارائه شد. در روش پیشنهادی فاصله همینگ موزون بین هر گزینه و جواب ایده‌آل مثبت و جواب ایده‌آل منفی محاسبه گردید. سپس مطابق با فاصله همینگ موزون، درجه نزدیکی نسبی به جواب ایده‌آل محاسبه گردید و گزینه‌ها رتبه‌بندی شدند.

<sup>1</sup> Chen



در مطالعات بعدی می‌توان این روش را برای اعداد بازه‌ای گسترش داد. همچنین می‌توان از اعداد فازی ذوزنقه‌ای در این روش استفاده کرد.

## منابع

- [1] Abo-Sinna MA, Amer AH (2005) Extensions of the TOPSIS for multi-objective large-scale nonlinear programming problems. *Appl. Math. Comput.* 162, 243-256.
- [2] Abootalebi S, Hadi-vencheh A, and Jamshidi A (2018) An Improvement to determining expert weights in group multiple attribute decision making problem. *Group Decision and Negotiation*, 27(2), 215-221.
- [3] Agrawal VP, Kohli V, Gupta S (1991) Computer aided robot selection: The multiple attribute decision making approach. *Int. J. Prod. Res.*, 29, 1629-1644.
- [4] Tsaur SH, Chang TY, Yen CH (2002) The evaluation of airline service quality by fuzzy MCDM. *Tourism Manag.*, 23, 107-115 .
- [5] Saffarzadeh S, Hadi-Vencheh A, Jamshidi A (2020) Weight determination and ranking priority in interval group MCDM . *Scientia Iranica*, 27(6), 3242-3252.
- [6] Tzeng GH, Chen MF (2004) Combining grey relation and TOPSIS concepts for selecting an expatriate host country. *Math. Comput. Modell.*, 40, 1473-1490.
- [7] Chu TC (2002) Facility location selection using fuzzy TOPSIS under group decisions. *Int. J. Uncer*, 10, 687-701
- [8] Chu TC (2002) Selecting plant location via a fuzzy TOPSIS approach. *Int. J. Adv. Manuf. Technol.*, 20, 859-864.
- [9] Chu TC, Lin YC (2003) A fuzzy TOPSIS method for robot selection. *Int. J. Adv. Manuf. Technol.*, 21, 284-290 .
- [10] Ebrahimnejad A, Verdegay J.A (2018) *Fuzzy Sets-Based Methods and Techniques for Modern Analytics*: Springer, Switzerland.
- [11] Nassereddine A, and Siraj S (2017) Are multi-criteria decision-making tools useful? An experimental comparative study of three methods. *European Journal of Operational Research*, 264(2), 462-471.
- [12] Abdel-Basset M, Mohamed M, Sangalah AK (2018) Neutrosophic AHP-Delphi Group decision making model based on trapezoidal neutrosophic numbers. *J. Ambi Intell Hum Comp*, 9, 1427-1443.
- [13] Sadabadi SA, Hadi-vencheh A, Jamshidi A, Jalali M (2021) A linear programming technique to solve fuzzy multiple criteria decision making problems with an application. *RAIRO-Oper*, 55, 83-97.
- [14] Grattan-Guinness I (1976) Fuzzy membership mapped onto interval and many valued quantities. *Mathematical Logic Quarterly*, 22(1), 149-160.
- [15] Gau WL, Buehrer DJ (1993) Vague sets. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics*. 23(2), 610-614.
- [16] Atanassov K (1986) Intuitionistic fuzzy sets. *Fuzzy Sets and Systems*, 20(1), 87-96.
- [17] Atanassov K, Georgiev C (1993) Intuitionistic fuzzy prolog. *Fuzzy Sets and Systems*, 53(2), 121-128.
- [18] Tang J, Meng F (2018) An approach to interval-valued intuitionistic fuzzy decision making based on induced generalized symmetrical Choquet-Shapley operator. *Scientia Iranica*, 25(3), 1456-1470
- [19] Zhang C, Wang C, Zhang Z, Tian D (2019) A novel technique for multiple attribute group decision making in interval-valued hesitant fuzzy environments with incomplete weight information. *J. Ambi Intel Hum Comp*, 10, 2417-2433.
- [20] Hwang CL, Yoon K (1981) *Multiple Attributes Decision Making Methods and Applications*. Berlin, Gemany: Springer-Verlag.
- [21] Hadi-Vencheh A, Mirjaberi M (2010) Seclusion-Factor Method to solve Fuzzy-Multiple Criteria Decision-Making problems. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 19, 201-209.
- [22] Cheng S, Chan CW, Huang G H (2003) An integrated multi-criteria decision analysis and inexact mixed integer linear programming approach for solid waste management. *Eng. Appl. Artif. Intell.*, 16, 543-554.

- [23] Chen Sh, Cheng Sh, Lan T (2016) Multicriteria decision making based on the TOPSIS method and similarity measures between intuitionistic fuzzy values. J. Elsevier Inc, 279-295.
- [24] Deng H, Yeh CH, Willis RJ (2000) Inter-company comparison using modified TOPSIS with objective weights. Comput. Oper. Res., 27, 963-973.
- [25] Feng CM, Wang RT (2000) Performance evaluation for airlines including the consideration of financial ratios. J. Air Trans. Manag., 6, 133-142.
- [26] Feng CM, Wang RT (2001) Considering the financial ratios on the performance evaluation of highway bus industry. Trans. Re., 21, 449-467.
- [27] Isen E, and Boran S (2018) A novel approach based on combining ANFIS, genetic algorithm and fuzzy c-means methods for multiple criteria inventory classification. Arab. J. Sci. Eng., 43, 3229-3239.
- [28] Jee DH, Kang KJ (2000) A method for optimal material selection aided with decision making theory. Mater. Design, 21, 199-206 .
- [29] Kim G, Park CS, Yoon KP (1997) Identifying investment opportunities for advanced manufacturing systems with comparative-integrated performance measurement. Int. J. Prod. Econ., 50, 23-33 .
- [30] Kaufmann A, Gupta MM (1991) Introduction to Fuzzy Arithmetic: Theory and Applications. New York: VanNostrand-Reinhold.
- [31] Wang H, Wei G (2008) An Effective Supplier Selection Method with Intuitionistic Fuzzy Information. In: Proceedings of the 2008 International Conference on Wireless Communications, Networking and Mobile Computing, Dalian, China, 1-4.