

## روش ترسیم جبری منحنی‌های سهمی و مقنطرات اسطرلاب

محمد علی قربانی\*

استادیار عضو هیئت علمی دانشگاه آزاد اسلامی واحد لاهیجان، مدیر گروه کارشناسی ارشد فقه و مبانی حقوق اسلامی

### چکیده

از اجزاء مهم اسطرلاب ترسیم مقنطرات است که به صورت دوایر غیر متحد المركز با شعاع‌های مختلف ترسیم می‌گردد و اصول کار آن بر اساس استرئوگرافی پروجکشن می‌باشد. بر این اساس اشیا سه بعدی به صفحات دوبعدی تبدیل می‌گردد. از این رو در عرض‌های مختلف جغرافیایی ترسیم مدارات کره زمین که به نام منحنی‌های سهمی و یا پارابل نامیده می‌شود متفاوت است. ولی همه از یک فرمول کلی در ترسیم پیروی می‌کنند. این دوائر در سیستم محاسبات پلانی اسفر بنام المقنطار نامیده می‌شود و برای ترسیم این دوائر چندین راه وجود دارد و ما در این مقاله به روش ترسیم جبری آن پرداخته‌ایم.

**کلمات کلیدی:** مقنطرات، استرئوگرافیک، پارابل، منحنی‌های سهمی.

### ۱ مقدمه

یکی از اجزاء بسیار مهم اسطرلاب صفحات اسطرلاب یا مقنطره Almucantar می‌باشد. مقنطرات دوایری غیر متوازی‌اند که بر گرد یکدیگر قرار دارند و بعضی به صورت تمام و برخی به صورت ناقص نمایان می‌شوند. کوچکترین آن‌ها در مرکز واقع می‌شود و با حرف (ص) مشخص می‌گردد که به حساب ابجد ۹۰ درجه می‌شود. این نقطه را سمت الرأس یا ZENET می‌نامند. بزرگترین مقنطرات که ناقص رسم می‌شود مقنطره الافق نامند. تعداد مقنطرات در اسطرلاب‌ها متفاوت است. به طرزیکه خود اسطرلاب بر اساس تعداد مقنطرات نامگذاری می‌گردد. اگر از مقنطره الافق تا سمت الرأس یک درجه یک محاسبه شده باشد آن را صفحه تام گویند و اگر در هر دو درجه یک مقنطره رسم گردد تعداد مقنطرات ۴۵ خواهد بود که آن را نصفی گویند و اگر در هر سه درجه یک مقنطره رسم شود تعداد مقنطرات ۳۰ خواهد بود که آن را ثلثی گویند و اگر در هر ۶ درجه یک مقنطره رسم شود تعداد مقنطرات ۱۵ خواهد بود که آن را سدسی گویند [۱].

و در واقع اصول این کار بر اساس استرئوگرافیک پروجکشن Stereo graphic projection استوار است. (Stereo) واژه ای یونانی بمعنای جسم جامد و صلب است و graphic بمعنای شکل دادن از راه نگارش، ترسیم

\* عهده دار مکاتبات

آدرس الکترونیکی: dr.ghorbani43@yahoo.com

و یا حکاکی است و projection به معنای نمایش نظام دار خطوط متقاطع مختصات بر سطح تخت که طرح آن را از سطح منحنی زمین یا کره سماوی میتوان ترسیم نمود).

برای تبدیل اشیای سه بعدی به اشیای دو بعدی راه‌های مختلفی وجود دارد از قبیل اندازه، سطوح، فواصل و پرسپکتیو و یک نوع خاص آن که برای بازنمایی کرات و دوائر روی کرات در دو بُعد استفاده می‌شود تصویر استرئوگرافیک نام دارد. به معنای تبدیل اشیاء سه بعدی به صفحه دو بعدی در نوشته‌های اسلامی پروجکشن را به تسطیح ترجمه نموده‌اند (رساله‌ی، محیی الدین ابن ابی الشکر مغربی موجود در نسخه‌های کتابخانه مرکزی دانشگاه تهران شماره ۶/۶۴۷ د - الهیات و شماره ۱۷/۱۵۹ حکمت).

تصاویر استرئوگرافیک یا SP دو شاخصه مهم دارد.

۱- اولاً باید دوائر در آن محفوظ باشد.

۲- ثانیاً زوایا ثابت نگاه داشته شود.

بنابراین در عرض‌های جغرافیایی مختلف دوائر متعدد روی سطح تخت به صورت دایره بازنمایی می‌شود و زوایای بین خطوط هنگامی که تسطیح می‌شوند ثابت می‌ماند.

در ترسیم صفحات اسطرلاب از خطوط استوا و مدار رأس سرطان و مدار رأس جدی، ارتفاع، سمت، خطوط عرض، زوایای ساعت‌های مستوی و معوج به صورت استرئوگرافیک بر روی سطح تخت بازنمایی می‌گردد.

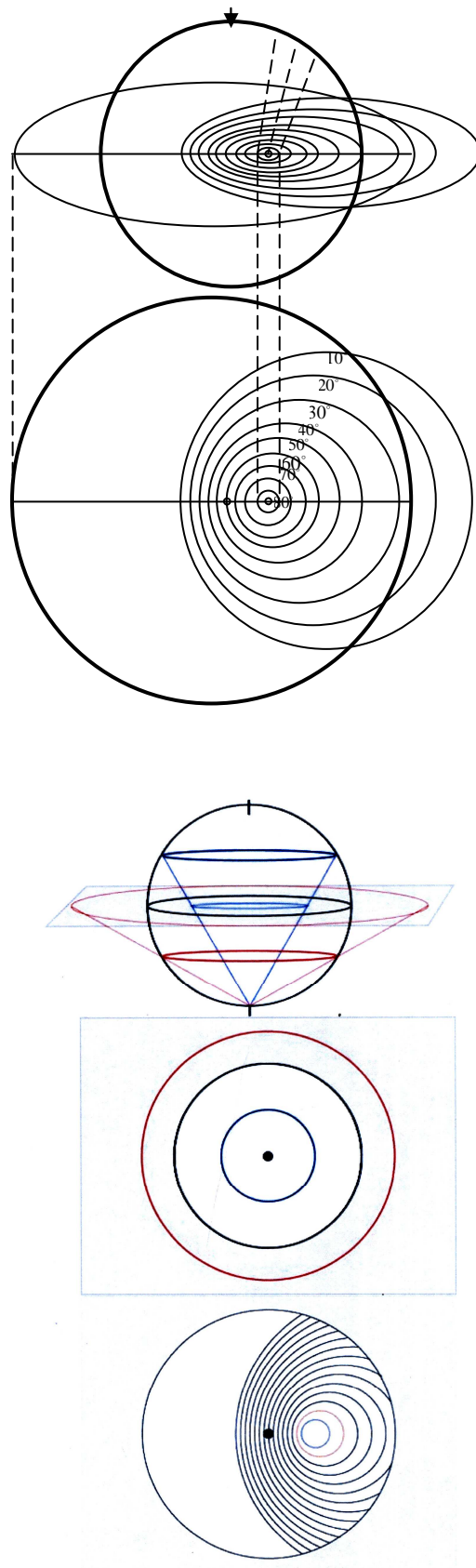
## ۲ روش محاسبه منحنی‌های سهمی و یا مقنطرات (پارابل - parabols)

خطوطی که در صفحات داخلی اسطرلاب به عنوان مدارات کره زمین رسم می‌گردد مقنطره می‌نامند. این دایره‌ها با مراکز و شعاع‌های مختلف نماینده مدارات متمایل کره زمین می‌باشند که به نام منحنی‌های سهمی و یا پارابل و پارابول نیز معروفند. اولین روش ترسیم آن بر اساس سند موجود در موزه آکسفورد در حدود ۹۸۱ سال قبل، به وسیله دانشمندان نجومی ایرانی بر صفحه‌های برخی از اسطرلاب‌ها ترسیم گردید و به استناد سند تعرفه شماره ۲۴۵۷ موزه پاریس در حدود ۹۵۰ سال پیش توسط ایرانیان ترسیم شد [۲].

شاردن سیاح فرانسوی یک فرمول محاسبه‌ی این کار را از یک دانشمند اصفهانی بنام آخوند محمد امین و پدرش ملاحسنعلی به دست آورد و در کتابش آورده است [۳].

لازم به ذکر است که مقنطره قسمتی از منحنی‌های دایره‌ای است که هنگام ترسیم سایر دوائر غیر متحدالمرکز آن را به صورت منحنی باز می‌بینیم و بیضی‌های شلجمی هستند که با فرمول‌های خاصی ترسیم می‌گردند و آن را منحنی سهمی نیز گویند. مقنطره لغتی عربی است برای قسمتی از قوس که امروز در اروپا آن را پارابول نام گذاشته‌اند.

اگر مدارات کره زمین را بر روی کره‌ای رسم کنیم و از قطب شمال به آن‌ها نگاه کنیم دوائر متحدالمرکز هستند که به شعاع‌های مختلفی از یک مرکز ترسیم گردیده‌اند. و چون قطب زمین  $۲۷' / ۲۳^\circ$  متمایل است لذا تصویر چنین دوایری به صورت ذیل خواهد بود (شکل ۱).



شکل ۱. تصویر دایره

این دوائر در سیستم محاسبات پلانی اسفر ، المقنطار Almucantar نامیده می شود [۲]. این دوائر معمولاً ۹ دایره ۱۰ درجه ای است البته دوایر یک درجه ای و ۲ درجه ای و ۶ درجه ای در برخی اسطرلاب های دقیق نیز درج می گردد. اگر دوائر ۱۰ درجه به ۱۰ درجه باشد ۹ دایره رسم می گردد و اگر ۱ درجه ای باشد ۸۹ دایره و اگر ۲ درجه ای باشد ۴۴ دایره و اگر ۶ درجه ای باشد ۱۴ دایره رسم می گردد . هرچه این درجات بیشتر باشد محاسبه اسطرلاب دقیق تر خواهد بود.

### ۳ روش ترسیم دوائر مقنطرات

برای این کار دو روش عمده وجود دارد که ما در این جا به یک روش خواهیم پرداخت: روش محاسبه جبری: نظر به اینکه دوائر مقنطرات مراکز و شعاع ها مختلف دارند لذا در این زمینه برای رسم دوائر مقنطرات نیاز به محاسبه دو چیز است:

الف: در آغاز باید طریقه پیدا کردن مرکز دوائر یا نقطه M برای ترسیم تصویر دایره را به دست آورد.  
ب: بدنبال آن باید شعاع دوائر مذکور محاسبه گردد.  
الف: اما روش محاسبه مرکز دایره مقنطرات:  
در این زمینه از فرمول ذیل استفاده می شود:

$$oM = \frac{R}{2} \left[ \cot \frac{Q+A}{2} - \operatorname{tag} \frac{Q-A}{2} \right]$$

OM = فاصله مرکز دایره البروج تا مرکز دایره مقنطره.

R = شعاع دایره استواء است که براساس اسلوب اسطرلاب سازی ۴۵ میلی متر انتخاب می شود.

Q = عبارتست از عرض جغرافیایی محل که می تواند ۱۰ درجه به ۱۰ درجه محاسبه گردد.

A = طول جغرافیایی و ارتفاع محل مورد نظر است.

مثلاً برای مدار ۴۰ درجه از ۳۶ درجه عرض جغرافیایی این گونه محاسبه می گردد:

$$oM = \frac{1}{2} R \left[ \cot \frac{Q+A}{2} - \operatorname{tag} \frac{Q-A}{2} \right]$$

$$oM = \frac{45}{2} \left[ \cot \frac{36+40}{2} - \operatorname{tag} \frac{36-40}{2} \right]$$

$$oM = 22.5 [\cot 38 - \operatorname{tag} -2]$$

$$oM = 22.5 [1/2799 + 0.0349]$$

$$oM = 22.5 \times 1/3148 = 29/583$$

پس از اینکه مرکز دایره مقنطره مشخص گردید حالا نوبت می رسد به اینکه شعاع این دایره را به دست آوریم که از فرمول ذیل استفاده می شود:

$$R_1 = \frac{1}{2} R \left[ \cot \frac{Q+A}{2} + \operatorname{tag} \frac{Q-A}{2} \right]$$

پس بنابراین در مثال قبل این گونه عمل می شود:

$$R_1 = \frac{45}{2} \left[ \cot \frac{36+40}{2} + \operatorname{tag} \frac{36-40}{2} \right]$$

$$R_1 = 22/5 [\cot 38 - 2]$$

$$R_1 = 22/5 [1/2799 - 0.349]$$

$$R_1 = 22/5 \times 1/245 = 28/0.125$$

میلی متر

که البته در جدول ۱ برای عرض ۳۶ درجه با مدارات ۱۰ درجه ای محاسبه گردیده.

جدول ۱. عرض ۳۶ درجه با مدارات ۱۰ درجه ای

شعاع دایره مقنطرات = I	فاصله نقاط از مرکز دایره البروج = om	عرض / طول
برای عرض ۳۶°	برای عرض ۳۶°	
۷۶/۵۵	۶۱/۹۳	۰
۵۸/۱۹	۴۷/۸۱	۱۰°
۴۵/۴۷	۳۹/۱۵	۲۰°
۳۵/۸۲	۳۳/۴۶	۳۰°
۲۸/۰۱	۲۹/۵۸	۴۰°
۲۱/۳۶	۲۶/۸۸	۵۰°
۱۵/۴۷	۲۵/۰۴	۶۰°
۱۰/۰۷	۲۳/۸۳	۷۰°
۴/۹۶	۲۳/۱۴	۸۰°
۰	۲۲/۹۲	۹۰°

و محاسبه مدارات ۶ درجه ای برای عرض جغرافیایی ۳۶ درجه به قرار ذیل می باشد (جدول ۲).

جدول ۲. مدارات ۶ درجه‌ای برای عرض جغرافیایی ۳۶ درجه

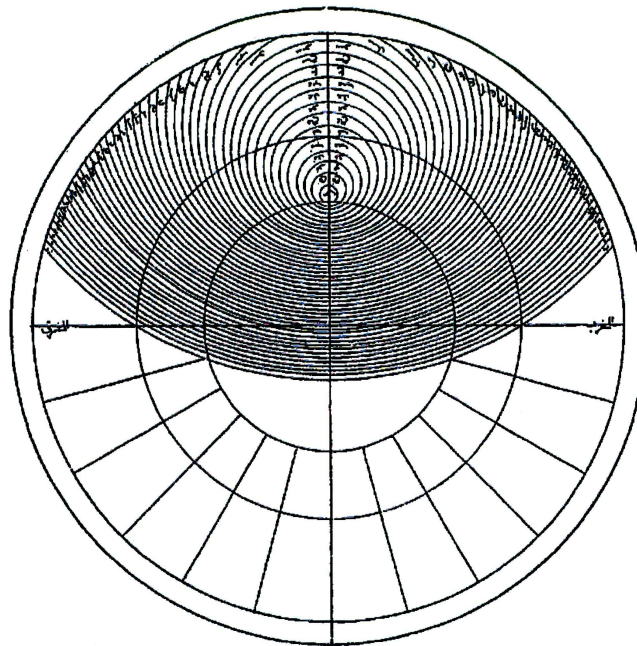
شعاع دایره مقنطرات برای عرض ۳۶°	فاصله نقاط در مرکز دایره البروج برای عرض ۳۶°	
۷۶/۵۵	۶۱/۹۳	۰
۶۴/۶۴	۵۲/۵۸	۶
۵۵/۳۱	۴۵/۷۵	۱۲
۴۷/۷۲	۴۰/۵۹	۱۸
۴۱/۳۳	۳۶/۶۰	۲۴
۳۵/۸۲	۳۳/۴۶	۳۰
۳۰/۹۶	۳۰/۹۶	۳۶
۲۶/۶۰	۲۸/۹۶	۴۲
۲۲/۶۲	۲۷/۳۵	۴۸
۱۸/۹۳	۲۶/۰۶	۵۴
۱۵/۴۷	۲۵/۰۴	۶۰
۱۲/۱۹	۲۴/۲۴	۶۶
۹/۰۳	۲۳/۶۵	۷۲
۶/۰	۲۳/۲۴	۷۸
۳/۰	۲۳/۰۰	۸۴
۰	۲۲/۹۲	۹۰

و محاسبه جدول رسم مقنطرات برای تعیین مقدار I برای عرض‌های مختلف جغرافیایی از ۳۰ درجه تا ۴۴ درجه شمالی (جدول ۳):

جدول ۳. رسم مقنطرات برای تعیین مقدار I

۴۴°	۴۲°	۴۰°	۳۸°	۳۶°	۳۴°	۳۲°	۳۰°	Q A°
۶۴/۸	۶۷/۲	۷۰/۰	۷۳/۱	۷۶/۶	۸۰/۴	۸۴/۹	۹۰/۰	0°
۵۶/۰	۵۷/۸	۵۹/۹	۶۲/۱	۶۴/۶	۶۷/۴	۷۰/۵	۷۴/۰	۶°
۴۸/۸	۵۰/۲	۵۱/۷	۵۳/۵	۵۵/۷	۵۷/۴	۵۹/۶	۶۲/۲	۱۲°
۴۲/۶	۴۳/۷	۴۴/۹	۴۶/۳	۴۷/۷	۴۹/۳	۵۱/۰	۵۲/۹	۱۸°
۳۷/۳	۳۸/۲	۳۹/۲	۴۰/۳	۴۱/۳	۴۲/۵	۴۳/۹	۴۵/۳	۲۴°
۳۲/۶	۳۳/۳	۳۴/۱	۳۵/۱	۳۵/۸	۳/۸	۳۷/۸	۳۹/۰	۳۰°
۲۹/۰	۲۹/۰	۲۹/۶	۳۰/۳	۳۱/۰	۳۱/۷	۳۲/۵	۳۳/۵	۳۶°
۲۴/۵	۲۵/۰	۲۵/۵	۲۶/۱	۲۶/۶	۲۷/۲	۲۷/۹	۲۸/۶	۴۲°
۲۰/۹	۲۱/۳	۲۱/۷	۲۲/۲	۲۲/۶	۲۳/۱	۲۳/۶	۲۴/۲	۴۸°
۱۷/۶	۱۷/۹	۱۸/۲	۱۸/۶	۱۸/۹	۱۹/۳	۱۹/۷	۲۰/۲	۵۴°
۱۴/۴	۱۴/۶	۱۴/۷	۱۵/۲	۱۵/۹	۱۵/۸	۱۶/۱	۱۶/۵	۶۰°

$44^\circ$	$42^\circ$	$40^\circ$	$38^\circ$	$36^\circ$	$34^\circ$	$32^\circ$	$30^\circ$	$\frac{Q}{A}$
۱۱/۴	۱۱/۶	۱۱/۸	۱۲/۰	۱۲/۱	۱۲/۴	۱۲/۷	۱۲/۹	$66^\circ$
۸/۴	۸/۶	۸/۷	۸/۹	۹/۰	۹/۲	۹/۴	۹/۶	$72^\circ$
۵/۶	۵/۷	۵/۸	۵/۹	۶/۰	۶/۱	۶/۲	۶/۳	$78^\circ$
۲/۸	۲/۸	۲/۹	۲/۹	۳/۰	۳/۰	۳/۱	۳/۱	$84^\circ$
۰/۰	۰/۰	۰/۰	۰/۰	۰/۰	۰/۰	۰/۰	۰/۰	$90^\circ$



شکل ۲. مقنطرات

### نتیجه گیری

یکی از اجزاء متمم اسطرلاب صفحات مقنطرات می باشد که در طراحی آن ۵ نوع ترسیم انجام می گیرد. و برای ترسیم مدارات منحنی متمایل به صورت استرئوگرافیک پروجکشن می توان از روش جبری مذکور استفاده نمود و در تمام مدارات شمالی و جنوبی بر اساس محاسبه فوق طراحی نمود.

### منابع

- [۱] نبی، ا. (۱۳۷۱). هدایت طلاب به اسطرلاب، بنیاد پژوهش های آستان قدس رضوی.
- [۲] غزنی، س. اسطرلاب با شمارشگر نجومی، انتشارات علمی، وزارت علوم و آموزش عالی، چاپ اول سال ۱۳۵۶
- [۳] شاردن، (۱۳۳۶). سیاحتنامه شاردن، ترجمه عباسی، چاپ امیر کبیر، تهران.
- [۴] بیرونی، ا. (۱۳۱۸). التفهیم لاوائل صناعه التنجیم، تصحیح جلال الدین همایی.
- [5] Mayer, J., (1959). Islamic Astrolabists and Their work. Geneva: Kunding.
- [6] Saunders, H., (1971). The Astrolabe.
- [7] Stereographic projection, Chaucer and the astrolabe
- [8] [www.math.ub.ca/.../m309-01a/montero/page26.jpg](http://www.math.ub.ca/.../m309-01a/montero/page26.jpg).