

ارایه الگوهای بهینه‌سازی قیمت‌گذاری دارایی‌های مالی با استفاده از سنجش‌های کمی سوگیری‌های رفتاری

مسعود کریمخانی^۱، غلامرضا زمردیان^۲، منصوره علیقلی^۳، میر فیض فلاح شمس^۴، فرهاد حنیفی^۵

۱- دانشجوی دکتری، گروه مدیریت مالی، واحد تهران مرکزی، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران

۲- استادیار، گروه مدیریت بازارگانی، واحد تهران مرکزی، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران

۳- دانشیار، گروه مدیریت بازارگانی، واحد تهران مرکزی، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران

۴- دانشیار، گروه مدیریت بازارگانی، واحد تهران مرکزی، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران

۵- استادیار، گروه مدیریت بازارگانی، واحد تهران مرکزی، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران

رسید مقاله: ۱ اردیبهشت ۱۳۹۸

پذیرش مقاله: ۳ آذر ۱۳۹۸

چکیده

بهینه‌سازی قیمت‌گذاری دارایی‌های مالی کمی یک رشته در حال ظهور است که سعی در مدل‌سازی تأثیر سوگیری‌های سرمایه‌گذاران بر قیمت دارایی دارد. هدف این مقاله ارایه سروری بر مبانی نظری، چالش‌های آن و ارایه راه حل‌های کمی در این حوزه است. مقاله به دو بخش تقسیم شده است. در بخش نخستین مقاله، سروری بر ادبیات منتخب مبانی نظری کلیدی شده است. چرا این رشته مالی جدید پدیدار می‌شود؟ چه موضوعاتی را مطالعه می‌کند؟ در بخش دوم، مقاله به تشریح یک طرح کلی می‌پردازد و مجموعه‌ای از منابع جامع راجع به رویکردهای بهینه‌سازی در مدل‌سازی کمی تأثیر سرمایه‌گذاران رفتاری بر بازارهای مالی را ارایه می‌دهد. شواهد و مطالعات اخیر در مورد تصمیم‌گیری مالی تحت عدم قطعیت نشان می‌دهد که افراد مانند مدل‌های نوکلاسیک رفتار نمی‌کنند. به همین دلیل سرمایه‌گذاران اغلب رفتارهایی به صورت سوگیری‌های رفتاری دارند که در مدل‌های نوکلاسیک توصیف نشده است. از آنجا که سوگیری‌های رفتاری در سرمایه‌گذاران یک مفهوم نسبتاً گنگ است و تعریف و اندازه گیری عددی آن بسیار دشوار می‌باشد؛ بنابراین سوگیری‌های رفتاری سرمایه‌گذاران محدودیت دیگری هستند که تصمیم‌گیری مالی افراد را بهینه می‌کند. مساله بهینه‌سازی مدل‌های قیمت‌گذاری متداول دارایی‌های مالی اثر سوگیری‌های رفتاری را در ارزیابی پرتفوی‌ها لحظه نمی‌کند. لذا در این تحقیق به بهینه‌سازی قیمت‌گذاری دارایی‌های مالی تحت سنجش مقداری سوگیری‌های رفتاری در فضای روان‌شناسی شناختی، فاکتورهای مربوط به احساسات و عوامل غیرعقلایی پرداخته می‌شود.

کلمات کلیدی: سوگیری‌های رفتاری، بهینه‌سازی قیمت‌گذاری دارایی‌های مالی، مالی رفتاری.

* عهده‌دار مکاتبات

آدرس الکترونیکی: Gh.zomorodian2@gmail.com

۱ مقدمه

از تئوری‌های دانش مالی نئو‌کلاسیک این گونه استنبط می‌شود که انسان اقتصادی مدل ساده‌ای از رفتار اقتصادی انسان است که بر پایه اصولی از قبیل منفعت شخصی کامل، عقلانیت کامل و تصمیم‌گیری اقتصادی بر اساس اطلاعات کامل استوار است [۱]. در بین اصول ییان شده، فرض عقلانیت کامل بنیادی‌ترین فرض در مالی نئو‌کلاسیک است که ریشه در اقتصاد نئو‌کلاسیک دارد؛ به طوری که طرفداران مالی نئو‌کلاسیک فرض عقلانیت را به این معنا به کار می‌گیرند که عاملان اقتصادی از تمام پیامدهای احتمالی آگاهی دارند و قادر به انتخاب‌هایی منطقی و سازگار هستند که مطلوبیت آن‌ها را حداکثر می‌کند [۲، ۳]. استفاده از فرض عقلانیت در مالی نئو‌کلاسیک دو دلیل اساسی دارد: ۱- عقلانیت باعث می‌شود تجزیه و تحلیل اقتصادی نسبتاً آسان شود. ۲- عقلانیت این امکان را برای اقتصاددانان فراهم می‌کند که یافته‌های خود را کمی کرده، پردازش و درک آن را ساده نمایند [۲]. در خلال دهه‌های گذشته، با نقض و چالش عقلانیت، اقتصاد مالی به شدت متحول شد و منجر به ظهور رشته مالی رفتاری گردید؛ به طوری که در اوآخر قرن ییستم، تئوری عقلانیت، به چندین شیوه به چالش کشیده شد. اول اینکه، وقایع متعددی در بازارها رخ داده بود که فرض اساسی تئوری‌های مالی نئو‌کلاسیک را زیر سوال برد. دوم مالی رفتاری با شناخت حقایقی روانشناسانه ییان داشت، که انسان‌ها دارای سوگیری فراوان هستند و برخلاف آنچه مالی نئو‌کلاسیک به طور مرسوم پنداشتند، بی‌عاطفه و حسابگر نیستند و تحت تأثیر سوگیری‌ها و خطاهای یادگیری هستند [۴]. بیکر و ولرگر^۱ (۲۰۰۶) شواهدی را ارایه دادند که در برخی مقاطع نرخ بازده سهام مورد انتظار، مشروط بر سوگیری سرمایه‌گذار است. آن‌ها شاخص انتخاب را به صورت مؤلفه اساسی از چندین مؤلفه روانشناسی در نظر گرفتند. آن‌ها پیش‌بینی کردند که ویژگی‌های انتخاب تحت تأثیر انتخاب‌های احساسی است [۵]. از آنجا که، سوگیری‌های سرمایه‌گذار در تئوری مالی نئو‌کلاسیک در زمینه مساله انتخاب دارایی‌ها و تشکیل و بهینه‌سازی پرتفوی دارایی‌ها همواره یکی از موضوع‌های مورد بحث در تئوری‌های مالی نئو‌کلاسیک نادیده گرفته شده بود؛ مالی رفتاری در طول دو دهه گذشته، در پاسخ به پدیده‌ای که در بالا توضیح داده شد، توسعه پیدا کرد. محققان مالی و اقتصادی، با استفاده از روش‌های متنوع مدل‌های ریاضی، سوگیری‌های سیستماتیک از قبیل تورش‌های ادراکی، خطاهای انسانی که در سرمایه‌گذاران رخ می‌دهد را در جهت کمی کردن سوگیری‌ها و استفاده از آن‌ها در ارزش‌گذاری دارایی‌های مالی در نظر گرفتند [۶].

۲ مبانی نظری پژوهش

چنان‌چه یک نگرش اجمالی به علوم مالی شود، دو انقلاب بزرگ در این علم صورت گرفته شده است. انقلاب اول در حوزه مالی از نگرش نئو‌کلاسیک‌ها در حوزه مسائل مالی از طریق بیشینه‌سازی دارایی‌ها، از دهه ۱۹۵۰ شروع شد. تئوری‌هایی از قبیل انتخاب پرتفوی میانگین-واریانس بر حسب مطلوبیت مورد انتظار، مدل قیمت‌گذاری دارایی سرمایه‌ای^۲ (CAPM)، تئوری بازار کارا^۳ و قیمت‌گذاری اختیارات^۱ بسط نگرش

¹ Baker, Malcolm, and Jeffrey Wurgler

² Capital asset pricing model

³ Efficient market theory

نوکلاسیک‌ها است. پایه تئوری نوکلاسیک‌های مالی بر مفهوم بیشینه‌سازی ثروت^۱ بر مبنای عقلانیت می‌باشد. از این رو، نظریات اقتصادی-مالی نوکلاسیک‌ها، فعالیت‌های انسانی را مانند علوم طبیعی منطقی و قابل پیش‌بینی می‌داند. به همین جهت در الگوی تصمیم‌گیری عقلانی، برای ارزیابی ترجیحات افراد از تابع مطلوبیت مورد انتظار استفاده می‌شود [۷، ۸، ۹، ۱۰]. این تابع مفروضات مختلفی دارد؛ از جمله، خطی بودن میزان مطلوبیت، یکسان بودن وزن مطلوبیت انتخاب‌های متفاوت، عدم تغییر ترجیحات در طول زمان، ریسک‌گریزی و تصمیم‌گیری بر اساس عقلانیت. اگرچه تئوری مطلوبیت، به عنوان یک موضوع جذاب زیربنای اصول اقتصادی-مالی مكتب نوکلاسیک‌ها و اساس اقتصاد مالی کمی را تشکیل می‌دهد، اما این تئوری در پیش‌بینی سیستماتیک رفتارهای انسانی در تصمیم‌گیری‌ها مخصوصاً در شرایط نامطمئن و احتمالی چندان موفق نبوده است [۱۰، ۱۱، ۱۲، ۱۳، ۱۴]. رویکردهای ریاضی و آمار که در توسعه تئوری‌های انتخاب در مكتب مالی نوکلاسیک نقش اساسی ایفا کرده‌اند، به طور گسترده به عنوان سنگ بنای مالی کمی در نظر گرفته می‌شود؛ به طوری که مدل انتخاب پرتفوی واریانس میانگین مارکویتز^۲ (۱۹۵۲)، که از نظریه احتمالات برای کمی کردن ریسک و نیز برنامه‌ریزی درجه دوم برای استنتاج راه حل استفاده می‌کند، یکی از پایه‌گذاران این مكتب است. تئوری قیمت‌گذاری اختیارات بلک شولز و مرتون^۳ از حسابان ایتو^۴ و معادلات دیفرانسیل جزیی، مثال‌های دیگر از "ریاضیات مالی"^۵ است. همچنین معیارهایی از قبیل اروپریت^۶ در تبیین مقداری مقعر گونه تابع ریسک‌گریزی مطلوبیتی مطلق^۷ را بنا کردن. مطلوبیت درجه دو، یک مورد ویژه از ریسک‌گریزی مطلق‌های پریبوریکی است، به طوری که یک سرمایه‌گذار، ترجیحات یک دارایی پر ریسک را به جای یک دارایی کم ریسک انتخاب کند. به بیان دیگر ریسک‌گریزی مطلق به معنای عدم تمایل به معامله‌ای پرسود ولی با ریسک بالا و ترجیح معامله‌ای با سود کمتر، ولی امنیت بیشتر می‌باشد [۱۰، ۱۱، ۱۲، ۱۳]. انقلاب دوم، مالی رفتاری است که در دهه ۱۹۸۰ آغاز شد. تئوری‌های اصلی آن عبارتند از: تئوری چشم‌انداز (تجمعی)، تئوری پتانسیل-بالقوه / آرمان^۸ (SP/A)، پشیمانی و خویشتن‌داری، اکتشافات^۹ و سوگیری‌ها^{۱۰} می‌باشد. تئوری‌های مالی رفتاری فرض می‌کنند، احساسات و اکتشافات و سوگیری‌ها در هنگام مواجهه با عدم قطعیت‌ها بر تصمیمات ما تأثیر می‌گذارند و باعث می‌شوند که انسان، غیرقابل پیش‌بینی، متناقض، ناکارامد و بیشتر از همه به شیوه‌های نامعمول رفتار کند. مالی رفتاری تلاش می‌کند تا توضیح دهد که چرا احساسات و خطاهای شناختی، سرمایه‌گذاران را تحت تأثیر قرار داده و ناهنجاری‌های بازار سهام از قبیل حباب و سقوط را ایجاد می‌کنند. در واقع، مالی رفتاری به دنبال کشف ثبات و قابلیت پیش‌بینی در نقص‌های انسانی است؛ به طوری که چنین نفایصی را می‌توان در ک کرد، اجتناب کرد یا از

¹ Option pricing² wealth maximization³ Markowitz, H.M.⁴ Black and Scholes, Merton⁵ It^o calculus⁶ Financial Mathematics⁷ Arrow-Pratt measure of absolute risk aversion (ARA)⁸ Absolute risk aversion⁹ Security-potential/aspiration¹⁰ Heuristics¹¹ Biases

آن‌ها بهره‌برداری نمود [۱۰]. مالی رفتاری شواهدی دارد مبنی بر این که قالب‌ها بر انتخاب‌ها تأثیر‌گذار هستند و در نتیجه فرض عقلانیت و نگاه ریاضی نئوکلاسیک در حوزه مالی را به چالش می‌کشند. دانیل کاهمن و همکارانش^۱ (۲۰۰۲) با طرح نظریه چشم‌انداز، دریچه جدیدی را به ریاضیات مالی گشودند و مفهوم استفاده از تئوری مطلوبیت مورد انتظار تحت ریسک گریزی، مورد انتقاد مالی رفتاری قرار گرفت [۱۱، ۱۲، ۱۳]. در ادامه به بررسی بهینه‌سازی ارزش‌گذاری دارایی‌های مالی با استفاده از سنجش مقداری سوگیری‌های رفتاری ریاضی پرداخته می‌شود.

۳ نگرش‌های بهینه‌سازی قیمت‌گذاری دارایی‌های مالی با استفاده از سنجش مقداری سوگیری‌های رفتاری

۳-۱ بهینه‌سازی قیمت‌گذاری دارایی‌های مالی تحت نظریه چشم‌انداز^۲

دانشمندان مالی رفتاری با طرح نظریه چشم‌انداز با استفاده از تابع ارزش S ، بر حسب تابع مطلوبیت فریدمن و ساوج^۳ (۱۹۴۸) متعاقباً یک «تابع ارزش» را برای سودها مقعر و برای زیان‌ها محدب در نظر گرفتند. این تابع تغییر، ثروت را در موقعیت‌های نهایی دارایی در نظر می‌گیرد. به عبارتی نظریه چشم‌انداز به عنوان نظریه توضیح‌دهنده تصمیم‌گیری تحت شرایط عدم اطمینان، سرمایه‌گذاران پیامدها را بر حسب سطح ثروت کل ارزیابی نمی‌کنند، بلکه بر حسب ادراک خود از سود یا زیان نسبت به نقطه مرجع (نوعاً قیمت خرید) ارزیابی می‌کنند. این نتیجه‌گیری، انکار نظریه مطلوبیت مورد انتظار که توسط نیومن-مورگسترن^۴ (۱۹۴۴) مبنی بر یک سیستم برهانی، نمایانگر «رویداد کلیدی» نظریه چشم‌انداز به عنوان «یک نظریه جایگزین از انتخاب پر ریسک» به شمار می‌رود. در نظر گرفتن «تغییرات در ثروت^۵ یا رفاه، بهجای سطح ثروت^۶ به عنوان «حاملين ارزش» نظریه چشم‌انداز را با اصول اولیه ادراک و داوری^۷ «همانگ می‌سازد [۱۴].

تابع مطلوبیت فریدمن و ساوج^۸ (۱۹۴۸) که مبنای تابع ارزش، نظریه چشم‌انداز (شکل S) توسط کاهمن و تیورسکی^۹ (۱۹۷۹، ۱۹۹۲) قرار گرفت، فرض می‌کند: تابع مطلوبیت برای تمايل یک فرد به خرید یمه برای زیان‌های بزرگ دارای مطلوبیت مقعر برای زیان و همچنین تمايل به بازی لاتاری دارای مطلوبیت محدب برای بازده بالا دارد و دارای شکل هندسی ۱ می‌باشد. این تابع از جمع دو تابع مقعر و محدب تشکیل شده است [۱۵، ۱۶].

¹ Daniel, K. D., Hirshleifer, D., & Siew Hong, T.

² Prospect Theory

³ Friedman and Savage

⁴ Neumann and Morgenstern

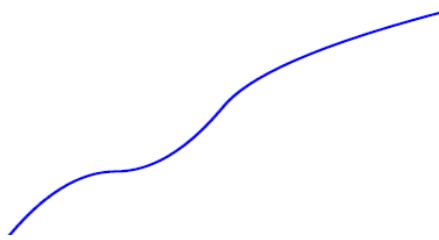
⁵ Changes of wealth

⁶ Final states

⁷ Perception and judgment

⁸ Friedman and Savage

⁹ Kahneman and Tversky



شکل ۱. تابع مطلوبیت فریدمن و ساوج

تابع مطلوبیتی که فریدمن و ساوج^۱ در سال ۱۹۸۴ ارایه دادند به نوعی شبیه تابع سیگموئید^۲ است که این تابع به ازای کلیه مقادیر حقیقی کران دار و مشتق پذیر قابل تعریف می‌باشد. همچنین دارای مشتق مثبت است. این تابع به لحاظ گرافیکی شبیه حرف S انگلیسی می‌باشد و خاصیت یک تابع سیگموئید یا بایپولار تابع غیرخطی مشتق پذیر است [۱۵، ۱۶].

تابع سیگموئیدی لگاریتمی

$$f(x) \sim \text{value} = \frac{1}{1 + e^{-x}}$$

و تابع تائزانت سیگموئیدی

$$f(x) \sim \text{value} = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$$

بنابراین سرمایه‌گذاران در منطقه سود ریسک گریز (مقعر) بوده و در منطقه زیان ریسک‌پذیر، جستجوگری ریسک یا علاقمند ریسک^۳ (محدب) هستند. بنابراین در منطقه سود تقریر (مفهوم ریسک‌گریزی یا اجتناب از ریسک^۴) دارند. با توجه به نکات مطرح شده، «نظریه چشم‌انداز» پیش‌بینی می‌کند که افراد معمولاً در انتخاب گزینه‌های سودآور، تصمیمات ریسک‌گریز و در انتخاب گزینه‌های زیان‌آور، تصمیمات ریسک‌پذیر اتخاذ می‌کنند. این پیش‌بینی‌ها از سه ویژگی اساسی سیستم شناختی اصلی بشر سرچشمه می‌گیرد. نخست، تمام فرآیند تصمیم‌گیری نسبت به یک نقطه مرجع خشی^۵ رخ می‌دهد. خروجی‌های مازاد از این نقطه مرجع، سودها هستند و خروجی‌های شکل نقطه مرجع، زیان‌ها می‌باشند. دوم، زیان‌گریزی به این معنی است که ناراحتی از دست دادن چیزی دو برابر بیشتر از خوشحالی به دست آوردن همان چیز است. به زبان فنی‌تر، انسان‌ها زیان‌گریز هستند. بنابراین وقتی سرمایه‌گذار یک دارایی را دارد، نمی‌خواهد آن را از دست بدهد، اما وقتی آن دارایی را نداشته باشد، برای خرید آن هم فوریتی احساس نمی‌کند [۱۵]. سومین، تضعیف حساسیت برای ادراکات بالارونده و پایین‌رونده و تکامل تغییرات ثروت به کار گرفته می‌شود [۱۵].

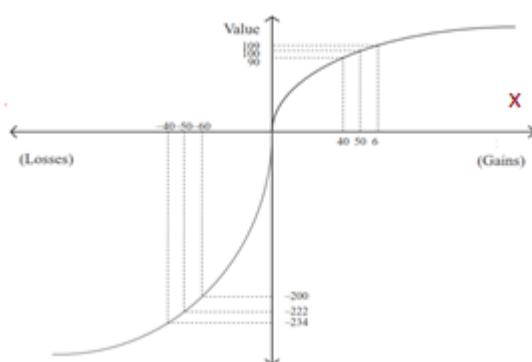
¹ Friedman and Savage

² Sigmoid function

³ Risk loving or risk seeking

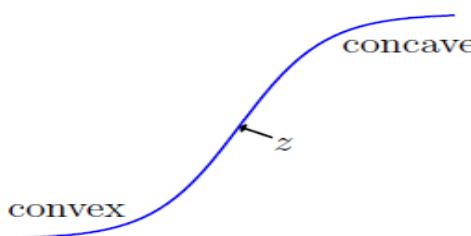
⁴ Risk avoiding

⁵ Neutral reference point



شکل ۲. یک تابع ارزش (سیگموئید) با در نظر گرفتن این سه اصل ارزش نظریه چشم‌انداز کاہمن و تیورسکی^۱ (۱۹۷۹، ۱۹۹۲)

متفقاً، این سه اصل، نقطه مرجع خنثی، زیان‌گریزی و تضعیف حساسیت را می‌توان از طریق یک شکل که منحنی سیگموئید نامتقارنی را به تصویر می‌کشد، نشان داد که در آن نقطه عطف در سطح پذیرش خنثی رخ می‌دهد که پرشیب بودن زیرسطح پذیرش، نمایانگر زیان‌گریزی است و نرخ نزولی تغییرات در هر دو جهت نمایانگر تضعیف حساسیت نسبت به سودها و زیان‌هاست [۱۵]. چنان‌چه مقادیر کوانتایل‌های (چندک‌ها) ثروت نسبت به مرجع Z در نظر گرفته شود، با شرط $z \leq x$ در منطقه ریسک‌گریز (محدب) و اگر $z \geq x$ ثروت دارای تقرع (مفهوم ریسک‌گریزی یا اجتناب از ریسک^۲) است.



شکل ۳. یک تابع ارزش (سیگموئید نامتقارنی)

مسایل بهینه‌سازی تابع ارزش نظریه چشم‌انداز در این است که هدف، پیدا کردن مقدار بهینه یک تابع ارزش (کمینه و بیشینه) بر روی دامنه‌ای خاص است. روش‌های زیادی برای حل کردن این مسایل وجود دارد و حالت خاص این مساله برنامه‌ریزی خطی است که در آن تابع مورد نظر برای کمینه یا بیشینه شدن یک تابع خطی می‌باشد. بهینه‌سازی تابع ارزش نظریه چشم‌انداز مربوط به مسایل بهینه‌سازی غیرخطی است که توابع هدف و همین طور قیود مسئله محاسب و مقعر هستند. اکنون تعداد زیادی از این مسایل که کاربردهای مهندسی دارند قابل حل می‌باشند. به منظور یافتن بهینه تابع ارزش کاہمن تحت قید مجموعه محاسب و مقعر (Z) فرض می‌شود [۱۰، ۱۴، ۱۵].

¹ Kahneman and Tversky

² Risk averse or risk avoiding

در رابطه زیر، $f(x)$ تابع ارزش کاهنمن با تقریب تابع سیگموئید است به طوری که $x \in R^n$ می‌باشد. این تابع در دامنه حداکثر زیان l و حداکثر مطلوبیت u ، $f: [l, u] \rightarrow R$ ، با نقطه عطف z ($z \in R$) را می‌توان به صورت یک سیگموئیدی دو بخشی f_1 و f_2 بازنویسی کرد:

$$f(x) = f_1(x) + f_2(x)$$

$$f_1(x) = \begin{cases} f(x) - \frac{1}{2f'(z)(x-z)} & x \leq z \\ f(z) + \frac{1}{2f'(z)(x-z)} & x > z \end{cases}$$

$$f_2(x) = \begin{cases} \frac{1}{2f'(z)(x-z)} & x \leq z \\ f(x) - f(z) - \frac{1}{2f'(z)(x-z)} & x > z \end{cases}$$

اگر معادله فوق، محدب باشد، آن‌گاه تابع در بازده $R \rightarrow f: [z_1, u] \rightarrow R$ و $f: [l, z_2] \rightarrow R$ قرار دارد. به این معنی که این افراد استراتژی جسورانه دارند. استراتژی جسورانه یعنی این که تابع مطلوبیت ثروت او به صورت محدب باشد، بنابراین برای این شخص مطلوبیت نهایی با افزایش ثروت افزایش می‌یابد و شخص همیشه در این حالت خواهان پذیرش ریسک است و مایل است شанс خود را آزمون کند. چنانچه معادله فوق، مقعر باشد، آن‌گاه تابع در بازده $R \rightarrow f: [z_1, z_2] \rightarrow R$ قرار دارد. به این معنی که این افراد استراتژی محافظه‌کارانه دارند و مطلوبیت نهایی افراد ریسک گریز با افزایش ثروتشان کاهش می‌یابد. بنابراین هر فردی که منحنی مطلوبیت ثروت او مقعر باشد ریسک گریز است. یک شخص ریسک گریز ترجیح می‌دهد که یک بازده مطمئن به دست آورد و در حالی که شанс و اقبال مطرح باشد شرکت نخواهد کرد. [۱۵].

۲-۳ بهینه‌سازی قیمت‌گذاری دارایی‌های مالی تحت نظریه دوگانگی انتخاب^۱

نظریه دوگانگی انتخاب بر پایه مفروضات تئوری مطلوبیت انتظار فریدمن و ساوج پایه‌گذاری شده است. بهینه‌سازی قیمت‌گذاری دارایی‌های مالی تحت نظریه دوگانگی انتخاب که توسط^۲ یاری (۱۹۸۷) ارایه شد، یک رویکرد بسط‌یافته از تئوری مطلوبیت قابل انتظار می‌باشد؛ به نحوی که سعی در رفع معماها و پارادوکس‌های این تئوری داشت. نظریه دوگانگی انتخاب بیان می‌دارد، ذهن انسان از دو سیستم مجزا و متفاوت تشکیل شده است. سیستم یک به صورت خودکار و سریع، بدون نیاز به تلاش زیاد یا کنترل خودخواسته عمل می‌کند و پیوسته فعال است و سیستم دو به فعالیت‌های ذهنی نیازمند تلاش، مانند محاسبات پیچیده معطوف می‌شود. کارکردهای سیستم دو غالب با تجربه‌های ذهن‌گرا مانند اختیار، انتخاب و تمرکز در ارتباط است. این در حالی است که سیستم نوع دو یک شیوه تفکر پرزمخت، آرام و کنترل شده است که نیاز به انرژی، تمرکز و توجه کافی خیلی بیشتر از سیستم

¹ Optimization of financial asset pricing under the theory of duality of choice
² Yaari

نوع یک دارد و به همین علت ذهن معمولاً سعی می‌کند از آن دوری کند. بنابراین نظریه‌ی دوگانگی انتخاب تلاش می‌کند که نشان دهد، چگونه این دو سیستم متفاوت می‌توانند در کنار هم رفتارها و حالت‌های ذهنی انسان را در قالب نظریه مطلوبیت قابل انتظار به کار گیرند. به بیان دیگر یکی از مهم‌ترین و مؤثرترین اقدامات در جهت افزایش بازدهی و مدیریت منابع، تقسیم کار میان سیستم‌های یک و دو است. انجام درست این کار تلاش را به حداقل و کارکرد را به حداقل (بهینه‌سازی) می‌رساند. این نظریه فرض دارد که سرمایه‌گذاران اطلاعات را از طریق دو الگوی موازی و متعامل پردازش می‌کنند، بنابراین رفتار انسان پیامد دو سامانه پردازش است که در موقعیت‌های مختلف، غلبه نسبی بر هم دارند [۱۷]. در واقع مدل پردازش شناختی انسان در این دیدگاه، به صورت دو بعد تک قطبی و نه یک بعد دو قطبی انجام می‌شود؛ به این معنا که پردازش شناختی در دو سامانه مستقل صورت می‌گیرد و توانایی در یک سبک به هیچ وجه نشان‌دهنده ضعف در سامانه دیگر نیست. از این رو، افراد می‌توانند در هر دو سبک، هیچ‌کدام از سبک‌ها و یا تنها در یکی از این سبک‌ها عملکرد خوبی داشته باشند. در چارچوب دیدگاه نظریه دوگانگی انتخاب، ریسک‌ها با یک انحراف اعمال شده به توابع توزیع احتمال و در مقابل در مطلوبیت مورد انتظار، گرایش‌ها نسبت به ریسک‌ها با کارکرد مطلوبیت از ثروت مشخص می‌شوند. یاری [۱۹۸۷] جهت استدلال نظریه دوگانه انتخاب، فرض ذیل را پس از اثبات ارایه داد^۱ [۱۸]:

$$V(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} wP(X > x)dx = \int_{-\infty}^{+\infty} [w(1 - F_X(x))]dx$$

که در آن X یک متغیر بازده مورد انتظار، $V(X)$ ارزش ثروت، $F(x)$ تابع توزیع تجمعی، w تابع توزیع احتمال (یا توزین) با نگاشت از $[0, 1] \rightarrow [0, 1]$ ، و اوزان $w(0) = 1$ ، $w(1) = 0$ است [۱۹]. برخلاف معادله مطلوبیت مورد انتظار فریدمن و ساوج که وابسته به سطح مطلوبیت نهایی ثروت است، معادله نظریه دوگانگی انتخاب شامل تحریف ناشی از احتمال از دادن ثروت می‌باشد. به عبارتی $w(1 - F_X(x))$ وزن مطلوبیت نهایی ناشی از تحریف ثروت است که بر روی ثروت نهایی X اثر می‌گذارد و میزان ارزش ثروت را بیان می‌کند. نظریه دوگانگی انتخاب^۲ یاری [۱۹۸۷] رویکردی متفاوت از مدل میانگین-واریانس با نگرش محدودیت حفظ ثروت است؛ زیرا در این مدل ریسک پرتفوی شامل واریانس آن نمی‌باشد، بلکه احتمال از دادن ثروت است. سرمایه‌گذاران در تلاش هستند تا ثروت نهایی آن‌ها از سطح معینی کمتر نشود. نظریه دوگانگی انتخاب با هدف کمینه کردن احتمال کاهش ثروت از سطح معینی این نظر را داد که در شرایط $(0, W)$ ، این معیارها ترجیح جایگزین (احتمال کاهش ثروت از سطح معینی) را در مدل ورود می‌کند. اگر $(0, W)$ محدود باشد، مقادیر اوزان $w(1 - F_X(x))$ در مقادیر احتمالی یک ($p = 1$) بیشتر از مقدار در مقادیر احتمالی یک ($p = 0$) است، بنابراین بیش اوزان‌دهی در تابع $V(X)$ احتمال از دادن ثروت را بیشتر می‌کند. به عبارت دیگر، نماینده ریسک‌پذیری است. در نظریه دوگانگی انتخاب، نگرش به ریسک تحریف ناشی از احتمال از دادن ثروت، به جای استفاده از مطلوبیت نهایی است که با اوزان‌دهی کمتری برای $V(X)$ حاصل می‌شود. بنابراین این

¹ Expected utility theory² Yaari's dual theory of choice

استنتاج می‌شود که مردم در برخورد با سود و زیان، متفاوت رفتار می‌کنند و به طور متمایز نسبت به ضرر، حساسیت بیشتری نسبت به سود دارند. بنابراین سرمایه‌گذاران در این نظریه، در سودها (دریافتی‌ها) و زیان‌ها نسبت به نقاط مرجع انتخاب‌هایشان را ارزیابی می‌کنند و به زیان‌ها وزن بیشتری نسبت به سودها می‌دهند [۱۹].

۳-۳ بهینه‌سازی قیمت‌گذاری دارایی‌های مالی تحت نظریه گشتاورهای سطح بالا

این مفهوم را می‌توان فاصله‌ی مفهومی بین قیمت‌گذاری دارایی سرمایه‌ای مدل مارکوویتز (مالی کلاسیک) و اقتصاد رفتاری با تطبیق بسط نوسانات سطح بالا گشتاوری یک دارایی سرمایه‌ای^۱ نشان داد. از آنجا که مدل بهینه‌سازی میانگین-واریانس مارکوویتز از این ایده نشأت می‌گیرد که سرمایه‌گذار بازده‌های مورد انتظار بالاتر و ریسک پایین‌تر را با فرض عقلایی مارکوویتز ترجیح می‌دهند؛ بنابراین دارایی سرمایه‌ای دارای خاصیت گشتاوری دارد که در صورت ثابت بودن سایر شرایط، سرمایه‌گذاران احتمال بالاتر یک نوسانات یک دارایی را در جهت مثبت به احتمال بالای یک نوسان شدید در جهت منفی ترجیح می‌دهند؛ به‌طوری که سرمایه‌گذاران ریسک‌گریز چولگی مثبت را به چولگی منفی ترجیح می‌دهند، زیرا با احتمال بیشتر، بازده‌ی سهام با چولگی مثبت بیشتر از میانگین خودش است. برای کشیدگی سرمایه‌گذاران ریسک‌گریز، کشیدگی کمتر را به کشیدگی بیشتر ترجیح می‌دهند، تا بدین وسیله خود را از نوسانات حدی ایمن دارند [۲۰]. با این فرض، قیمت‌گذاری دارایی نشان می‌دهد که سرمایه‌گذار عقلایی، چولگی مثبت در بازده‌های پرتفوی را ترجیح می‌دهد. در حالی که مطالعه دقیق داده‌های موجود در بازار ما را به این حقیقت مهم رهنمون می‌سازد که اگر بازده یک سبد سرمایه‌گذاری حول میانگین نامتقارن باشد، نظریه بهینه‌سازی کلاسیک سبد ارایه شده توسط مارکوویتز، کارایی لازم را نخواهد داشت. بنابراین، سرمایه‌گذاران برای تحمل این ریسک، تقاضای بازده در سطوح مختلف ریسک به صورت غیرخطی دارند. به منظور یافتن راه حلی برای رفع این نقیصه، کونو (۱۹۹۳)، روشی را برای افزودن چولگی در تابع هدف پیشنهاد داده است. همچنین بویل (۲۰۰۶)، با ارایه تقریب‌های خطی مناسب از گشتاور مرتبه سوم و همچنین ارایه الگوریتمی کارا برای پیاده‌سازی این روش، گام عملی مفیدی برای گسترش این ایده در بازارهای مالی برداشته است. برخی محققان برای تبیین رفتارهای غیرخطی تقریب‌بازده به توجه سطح معینی از انتظار ریسک از سری تیلور^۲ بهره گرفتند. کاربرد این سری برای تخصیص دارایی‌های مالی نسب به ریسک و بازده در سطح گشتاورهای بالا، قابل استناد در تقریب از تابع مطلوبیت انتظاری است. بسط سری تیلور توابع را حول یک نقطه (میانگین بازده مورد انتظار) با تعدادی متناهی از جملات سری تیلور تقریب می‌زنند و باعث می‌شود، انتخاب سبد سهام بهینه در حضور گشتاور بالا و عدم اطمینان پارامترها نشان داده شود. مخصوصاً برای اندازه‌گیری اثر گشتاور بالا روی تخصیص دارایی، می‌توان مطلوبیت انتظاری را به بسط سری تیلور حول میانگین تغییرات ثروت (یا بازده) مورد انتظار تقریب کرد. سری تیلور یک تابع ثروت x^f ، با مقادیر حقیقی یا مختلط که در

¹The Capital Asset Pricing Model (CAPM)
²Taylor Series

همسایگی ثروت (یا بازده x_o) مورد انتظار حقیقی یا بی‌نهایت بار مشتق پذیر است، سری توانی زیر می‌باشد: [۲۱، ۲۲]

$$f(x) = f(x_o) + \frac{f'(x_o)(x-x_o)}{1!} + \frac{f''(x_o)(x-x_o)^2}{2!} + \frac{f'''(x_o)(x-x_o)^3}{3!} + \dots$$

که در آن مقادیر $(x-x_o)$ و $f'(x)$ برابر با یک است، و مشتق مرتبه صفر $f(x)$ برابر با خود $f(x)$ و f' مشتق مرتبه اول است. شکل خلاصه‌تر بسط سری تیلور حول ثروت (یا بازده) مورد انتظار به صورت ذیل است:

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(x_o)}{n!} (x-x_o)^n$$

در مدل فوق تقریب میانگین تغییرات ثروت (یا بازده) در نوسانات مؤلفه‌های بازار، اگر تغییرات ثروت (یا بازده) به صورت بازده لگاریتمی، طبق تعریف $f(x) = \ln(1+x)$ فرض شود، محاسبه بازده لگاریتمی به جای بازده حسابی این اجازه را می‌دهد که بازده چند دوره‌ای مرکب پیوسته را به سهولت جمع بازده‌های یک دوره‌ای مرکب پیوسته محاسبه نمود. در واقع، نه فقط از لحاظ زیبایی شناختی بلکه از لحاظ ریاضی بازده لگاریتمی نسبت به بازده هندسی و میانگین حسابی، تغییرات را به دقت نشان می‌دهد؛ به طوری که هنگامی بازده‌ها به صورت سری به هم مرتبط باشند، میانگین حسابی می‌تواند باعث تخمین‌های گمراه کننده شود [۲۱، ۲۲، ۲۳]. مقادیر بازده میانگین حسابی از معادل هندسی آن بیشتر است؛ اگر بازده‌ها توزیع نرمال لگاریتمی داشته باشند، تفاوت بین این دو، نصف واریانس بازده‌ها است. محاسبه بازده‌ای لگاریتمی نه تنها مشکل دست کاری میانگین‌های هندسی را حل می‌کند، بلکه اجازه می‌دهد بازده چند دوره‌ای مرکب پیوسته را به سادگی به صورت جمع بازده‌های یک دوره‌ای مرکب پیوسته بیان کنیم:

$$f(x) = \ln[(1+x_1) \times (1+x_2) \times \dots \times (1+x_k)]$$

بنابراین

$$f(x) = r_1 + r_2 + \dots + r_k$$

از آن مهم‌تر این که، این بیان بازده‌های لگاریتمی به یک بسط بسیار ساده و ظرفی سری تیلور تبدیل می‌شود. برای تابع لگاریتمی $f(x) = \ln(1+x)$ ، بسط سری تیلور به صورت ذیل در می‌آید: [۲۴]

$$f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{x^n}{n} \quad -1 \leq x \leq 1$$

تعییم بسط سری تیلور برای توضیح $f(x)$ در حوال میانگین بازده مورد انتظار μ به دست می‌دهد:

$$\begin{aligned} f(x) &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{f^{(n)}(\mu)}{n!} (x-\mu)^n \\ &= \ln(1+\mu) + \frac{x-\mu}{1+\mu} - \frac{(x-\mu)^2}{2(1+\mu)^2} + \frac{(x-\mu)^3}{3(1+\mu)^3} - \frac{(x-\mu)^4}{4(1+\mu)^4} + o[(x-\mu)^4] \end{aligned}$$

که $O[(X-\mu)^4]$ باقیمانده جملات از مرتبه پنجم و بالاتر را ارایه می‌کند. با توجه به اینکه سری زمانی به بازده‌های لگاریتمی نیز متکی است، بسط دقیق‌تر مرتبه سوم یا بالاتر سری تیلور را می‌توان به وسیله‌ی مربوط کردن عامل تنزیلی به نرخ حاشیه‌ی جایگزینی بین دوره‌های t و $t+1$ در اقتصاد دو دوره‌ای استنتاج کرد. جاوایر

استرداد (۲۰۱۵)^۱ از بسط سری تیلور و جایگزین پراکندگی مرکزی آماری بهره استفاده کرد؛ به طوری که با جایگذاری میانگین μ و واریانس σ^2 در بسط $f(x)$ باشند. پس مدل قیمت‌گذاری دارایی سرمایه‌ای مرسوم به شکل بسط سری تیلور بازده‌های مورد انتظار به دست می‌آید.

$$f(x) = \ln(1+\mu) + \frac{x-\mu}{1+\mu} - \frac{\sigma^2}{2(1+\mu)^2} + \frac{skew(x)}{3(1+\mu)^3} - \frac{kurt(x)}{4(1+\mu)^4} + o[(x-\mu)^5]$$

بنابراین:

$$f(x) = \ln(1+\mu) + \frac{x-\mu}{1+\mu} - \frac{\sigma^2}{2(1+\mu)^2} + \frac{\mu_3}{3(1+\mu)^3} - \frac{\mu_4}{4(1+\mu)^4} + o[(\mu)^5]$$

که $o[(x-\mu)^5]$ جملات باقی‌مانده بسط سری تیلور را فراتر از مرحله n تعیین می‌نماید. استرada، جمله‌ای دوم سری، $\frac{x-\mu}{1+\mu}$ را حذف می‌کند و اهمیت چندانی به باقی جملات تیلور قابل نمی‌شود؛ بنابراین مدل پیشنهادی استرada که جمله‌ای باقی‌مانده را به عنوان اجرای مستقیم چولگی و کشیدگی و بسط سری تیلور مستقیماً یک تابع مطلوبیت انتظاری براساس میانگین، واریانس، چولگی و کشیدگی برای یک سرمایه‌گذار که یک تابع مطلوبیت تغییرات ثروت (بازده) لگاریتمی را بیان کرد، عبارت است از: [۲۵]

$$U(W) = f(x) = \ln(1+\mu) - \frac{s^2}{2(1+\mu)^2} + \frac{skew(x)}{3(1+\mu)^3} - \frac{kurt(x)}{4(1+\mu)^4}$$

بنابراین، چنانچه تابع مطلوبیت سرمایه‌گذار در قالب توزیع ثروت ذیل بیان شود:

$$U(w) = \int U(w).f(w).dw$$

که $(w)f$ تابع توزیع احتمال ثروت پایان دوره است که به توزیع احتمال چند متغیره‌ی بازده و وزن اجزای سبد سهام وابسته می‌باشد؛ بنابراین، بسط بینهایت سری تیلور تابع مطلوبیت عبارت است از:

$$U(w) = U(\bar{w}) + \frac{1}{2!} U''(\bar{w}) s^2 + \frac{1}{3!} U'''(\bar{w}) s^3 + \frac{1}{4!} U''''(\bar{w}) k^4$$

که $\mu' = 1 + \alpha' \mu = \bar{W}$ نشان‌دهنده ثروت مورد انتظار پایان دوره است، μ بردار بازده‌های انتظاری را تعیین می‌کند و α' بردار ترانسپوزه وزن سبد سهام را تعیین می‌نماید. در صورتی که چولگی و کشیدگی به ترتیب، به عنوان سومین و چهارمین مرحله‌ی مرکزی به جای سومین و چهارمین گشتاور استاندارد تعریف شود، در این مدل بسط سری تیلور تلویحًا در مورد تأثیر چولگی و کشیدگی بر رفاه سرمایه‌گذار بیان می‌شود. تحت فرضیات ضعیف‌تر-فواید حاشیه‌ای مثبت، ریسک‌گریزی در همه سطوح رفاه و ثبات شدید در دیدگاه سرمایه‌گذار نسبت به گشتاور آماری وجود دارد [۲۵]. اگر n فرد باشد و $U^{(n)}(w) > 0, \forall w$ و اگر n زوج باشد و $U^{(n)}(w) < 0, \forall w$ باشد.

ترجیح منفی برای چولگی منفی ناشی از گشتاور جزء پایین به عنوان ریسک نامطلوب با درجه گشتاوری n می‌باشد و ترجیح مثبت برای چولگی مثبت ترجیح مثبت برای چولگی مثبت ناشی از گشتاور جزء بالا به عنوان ریسک مطلوب با درجه گشتاوری n می‌باشد. بسط سری تیلور تابع مطلوبیت فوق نشان می‌دهد که اگر مشتق سوم تابع مطلوبیت مثبت باشد، ترجیح برای چولگی و مشتق وجود دارد. درجه گشتاور جزء پایین، درجه

^۱ Javier Estrada

ریسک‌پذیری و ریسک‌گریزی و متقابلاً تحدب و تعقر منحنی تابع مطلوبیت در ناحیه‌ی زیر تغییرات ثروت (بازده) لگاریتمی مورد انتظار را تعیین می‌کند؛ به طوری که در حوزه تئوری پرتفوی ترجیحات مشتق سوم همواره مثبت است. همچنین واتاد (۲۰۱۱) نشان داد که سرمایه‌گذاران تمایل به چولگی دارند. او از شکل غیرخطی، برای نشان دادن سطوح یا درجه اشتیاق سرمایه (گشتاور سطح بالا) یک تابع نمایی استفاده نمود. این تابع از نظر شکل ظاهری شبیه تابع هایپربولیک تائزانت لیرلینگ داشت که وقتی سرمایه‌گذاران ثروت بیشتری به دست می‌آورند تمایل بیشتری به پذیرش موقعیت‌های پر ریسک پیدا می‌کنند. به بیان واضح‌تر، سرمایه‌گذاران ثروتمندتر تمایل بیشتری به پذیرش ریسک در سبد سهام سرمایه‌گذاری خود دارند. بنابراین، حضور مشتق سوم مثبت در بیشتر مدل‌های متعارف مثبت است. به طوری که وقتی ثروت سرمایه‌گذاران زیاد شود، تمایل بیشتری به امتحان کردن مزه‌ی نتایج چوله‌ی مثبت دارند. بهینه‌سازی قیمت‌گذاری دارایی‌های مالی تحت نظریه گشتاورهای سطح بالا فرض می‌کند که در صورت ثابت بودن سایر شرایط، سرمایه‌گذاران مقادیر بالای گشتاورهای فرد را که نمایانگر امید یا حرص و طمع بر مقادیر گشتاورهای زوج نمایانگر ترس می‌باشد، ترجیح می‌دهند.

پایداری ریسک‌گریزی، سازگاری کامل اولویت گشتاور و ترجیح مثبت برای چولگی مثبت نشان‌دهنده‌ی ترجیح منفی برای گشتاور چهارم (کشیدگی) است. به عبارت دیگر، سرمایه‌گذاران تمایل به بازده متوسط و چولگی و از واریانس و کشیدگی گریزان هستند. گشتاورهای فرد، میانگین و چولگی بازده را افزایش می‌دهند اما گشتاور زوج، بازده ترکیبی مورد انتظار را جایه‌جا می‌کنند. رفتار متناوب رفتار گشتاورهای ریاضی شماره‌های زوج و فرد، یک گسترش منطقی از ویژگی غیرخطی و ضروری رفتار سرمایه‌گذار را نشان می‌دهد که قبل‌به وسیله رفتار یک سویه شبه واریانس مشاهده شده است. بیشتر سرمایه‌گذاران، زیان‌های بزرگ یا کسری‌های کوچک غیرمکرر را ریسک‌دارتر از زیان‌های کوچک مکرر یا کسری‌های کوچک در نظر می‌گیرند. وضوح این ادعا که سرمایه‌گذاران به طور کلی مقادیر بالای گشتاورهای فرد و مقادیر پایین گشتاورهای زوج را ترجیح می‌دهند؛ در دورترین نقاط توزیع مشاهده می‌شود. گشتاورهای زوج را می‌توان به عنوان راهی برای کاهش مقادیر زیاد در کنار زیان‌ها و افزایش سود آن‌ها در نظر گرفت. در کشش‌های عربیض، چولگی مثبت نشان‌دهنده‌ی حضور سودهای بیش از اندازه است؛ یک امکان وسوسه‌انگیز و سفته بازی وجود دارد که برخی از اقلام سبد سهام دارای سود غیرمنتظره زیادی باشند، گویا این که یک لاتاری برنده شده‌اند. در مقابل، گشتاورهای زوج، پراکندگی و لذا نوسانات را اندازه می‌گیرند؛ چیزی غیرمعمول که باعث کاهش عدم اطمینان بازده‌ها می‌شود. بنابراین با تعریف اصلی و کلی بسط سری تیلور به عنوان تابع دیفرانسیل‌ها، فاکتوریل‌ها و چندجمله‌ای‌ها تخمین ساده‌تری از بازده‌های انتظاری یا مطلوبیت سرمایه‌گذار به عنوان تابع ترجیحی را ممکن می‌سازد [۲۱، ۲۲].

[۲۳، ۲۵]

$$U(w) = U(\bar{w}) + \frac{U(\bar{w})^{\prime}}{2}(\bar{w})\sigma^{\prime} + \frac{U(\bar{w})^{\prime\prime}}{6}(\bar{w})(skew(x))^{\prime} + \frac{U(\bar{w})^{\prime\prime\prime}}{24}(\bar{w})(kurt(x))^{\prime}$$

که در آن $skew$ و $kurt$ نشان‌دهنده‌ی چولگی و کشیدگی هستند؛ که بر حسب میانگین بازده انتظاری تعریف شده‌اند. براساس ادراک محقق طبق نتایج فوق ذکر که از پاسخ‌های سرمایه‌گذار به مراحل فرد و زوج، مطلوبیت

انتظاری واقعی که با این تابع برآورد شده است، رابطه مثبتی با بازده مورد انتظار و چولگی دارد و با واریانس و کشیدگی رابطه منفی دارد.

بنا به اعتقاد مارکویتز توجه به گشتاورهای بالاتر نظری چولگی و کشیدگی به عنوان شاخص ریسک به جای واریانس، نتایج دقیق‌تری را به همراه دارد؛ مگر آنکه بنا به دلایلی مانند تقارن توزیع احتمال متغیر مورد بررسی، گشتاورهای بالاتر در نظر گرفته نشوند. بنابراین در مدل قیمت‌گذاری دارایی سرمایه‌ای چهار- گشتاوری دارایی سرمایه‌ای، بسط سری تیلور، یک فرآیند محاسبات عددی در تشکیل مدل قیمت‌گذاری رفتاری بر حسب حساب ریسک‌گریزی تعریف می‌شود که از قضیه گشتاورهای سطح بالا در تبیین تئوری چشم‌انداز و نظریه SP/A استفاده می‌کند [۲۵].

۳-۴ بھینه‌سازی قیمت‌گذاری دارایی‌های مالی تحت مدل ترکیبی سرمایه‌گذار عقلایی- رفتاری یانک یانک و همکاران^۱، در چارچوبی مدل‌سازی ریاضی به بررسی تأثیر سوگیری بر روی پرتفوی سهام پرداختند. این ایده از بیان فریدمن^۲ (۲۰۰۲) استفاده شده که می‌گوید، سرمایه‌گذار عقلایی می‌تواند سرمایه‌گذاران غیرعقلایی را کنار بگذارد، به طوری که در بازارهای مالی با وجود سرمایه‌گذار خوش‌بین و بدین، اثر سوگیری مثبت بر قیمت سهام تا حدی با سوگیری منفی نامتقارن است. تأثیر سوگیری ناهمگون و نامتقارن به سطح ثروت سرمایه‌گذاران و سطح سوگیری‌های آنها بستگی دارد. علاوه بر آن سوگیری‌ها ناهمگون و نامتقارن موجب بروز نوساناتی در توزیع ثروت می‌شود؛ که فواریت عواید سهام را زیاد می‌کند و میانگین برگشت عواید سهام را تحريك می‌کند. این مدل توصیفی برای ناهنجاری‌های برگشت میانگین توجیه‌پذیر است. به این جهت مساله در حوزه مالی با دو نوع سرمایه‌گذار ناهمگن شامل: سرمایه‌گذار عقلایی از منظر مالی کلاسیک (P^r) و سرمایه‌گذار رفتاری از منظر مالی رفتاری (P^s) در نظر گرفته می‌شود. فرض قیمت تعادلی سهام معادله ذیل است [۲۶، ۲۷، ۱۶].

$$\begin{aligned} P_t &= W_i^r P_t^r + W_j^s P_t^s \\ P_t &= \sum_{i=1}^r W_i^r \cdot P_t^r + \sum_{j=1}^s W_j^s \cdot P_t^s \\ W_t^r + W_t^s &= \mathbf{W} \quad \sum W = 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P_0^r &= D_0(k^{-1} + k)^m \\ \lim_{t \rightarrow \infty} P_t^r &= \lim_{n \rightarrow \infty} D_n(k^{-1} + k)^m \\ \lim_{t \rightarrow \infty} P_t^r &= D_0(k e^{m-1} + k e^{m-1}) \end{aligned}$$

از منظر مالی رفتاری (P^s) قیمت سهام تعادلی در معادلات زیر صدق می‌کند:

$$\begin{aligned} P_0^s &= D_0(k e^{f(si)} + k^\gamma e^{\gamma f(si)}) \\ P_0^s &= D_0(k(e^{f(si)} - 1) + k^\gamma(1 - e^{\gamma f(si)})) \end{aligned}$$

¹ Yang, C., Xie, J., Yan, W
² Friedman, M.,

به طوری که پارامتر s_i شامل سوگیری‌های سرمایه‌گذار رفتاری و D_0 سود نقدی سهام با توزیع نرمال $N(N_0, \sigma_D^2)$ است. اگر سرمایه‌گذار i عقلانی باشد $s_i = 0$ است. اگر $s_i > 0$ مطابق با موردی است که سوگیری‌های سرمایه‌گذار خوشبینانه است و $s_i < 0$ سرمایه‌گذار دارای سوگیری بدینانه است. بر پایه فرضیه نرخ رشد احساسات قیمت تعادلی با احساسات خوشبینانه تحریک می‌شود و با احساسات بدینانه کم می‌شود. به عبارتی سهم ثروت سرمایه‌گذار دارای سوگیری مثبت افزایش می‌یابد و اگر سرمایه‌گذار دارای سوگیری مثبت در دارایی مالی باشد، وزن بیشتری از سهم ثروت سرمایه‌گذار عقلانی کم می‌شود. [۲۷، ۲۶، ۱۶].

۳-۵ بهینه‌سازی قیمت‌گذاری دارایی‌های مالی تحت دینامیک قیمت‌گذاری سوگیری‌های ناهمگن
بهینه‌سازی قیمت‌گذاری دارایی‌های مالی تحت دینامیک قیمت‌گذاری سوگیری‌های ناهمگن از مطالعات یانک و ژانگ^۱(۲۰۱۳) استنتاج شد. آن‌ها فرض کردند، که در یک بازار مالی با دو نوع سرمایه‌گذار ناهمگن، که دارای سوگیری مثبت (O) و سرمایه‌گذار دارای سوگیری منفی (P) وجود داشته باشد، قیمت تعادلی سهام برای $t = 1$ به این شرح است [۲۸، ۲۹].

$$P_t = w_t^O P_t^O + w_t^P P_t^P$$

که در آن وزن سوگیری مثبت (O) و سرمایه‌گذار دارای سوگیری منفی (P) به صورت ذیل است.

$$\begin{aligned} w_t^O &= \frac{\lambda_O}{\lambda_O + \lambda_P}, w_t^P = \frac{\lambda_P}{\lambda_O + \lambda_P}, \lambda_O \\ \ln \lambda_O &= \frac{f(SI_o)}{\sigma_D^2} (\ln \frac{D_1}{D_0} - \mu_D) - \frac{f'(SI_o)}{2\sigma_D^2} \\ \ln \lambda_P &= \frac{f(SI_P)}{\sigma_D^2} (\ln \frac{D_1}{D_0} - \mu_D) - \frac{f'(SI_P)}{2\sigma_D^2} \end{aligned}$$

که در آن μ_D مقدار رشد سود نقدی D با توزیع احتمال $N(\mu_D, \sigma_D^2)$ است. در مطالعات یانک و ژانگ (۲۰۱۳) اثر سوگیری‌های مثبت قوی‌تر از سوگیری‌های منفی در پرتفوی یک سرمایه‌گذار است. بنابراین قیمت تعادلی در بازده پرتفوی در سوگیری‌های مثبت بیشتر است. در مقایسه معادلات پرتفوی، سوگیری رفتاری ترکیبی از سرمایه‌گذار عقلایی-رفتاری است که نشان می‌داد، اثر سوگیری‌های مثبت روی قیمت سهام تا حدی با سوگیری‌های منفی متعادل می‌شود. در معادله یانک و ژانگ (۲۰۱۳) اثر سوگیری ناهمگن به سطح ثروت سرمایه‌گذار و سطح احساسات او بستگی دارد. بنابراین سوگیری‌های ناهمگن بر قیمت تعادلی اثر دارد. برای نشان دادن اثر خالص سوگیری‌های ناهمگن روی قیمت تعادلی به نفوذ ساده، $e^{-f(s)}$ فرض می‌شود [۲۸، ۲۹].

۳-۶ بهینه‌سازی قیمت‌گذاری دارایی‌های مالی تحت مدل دودا^۲
براساس تئوری چشم‌انداز، پیامدهای تصمیم بر حسب همه‌ی ثروت یک فرد تعریف می‌شود؛ همچنین، این چشم‌اندازها بر اساس سود، زیان یا ختنه‌ی بودن نسبت به یک نقطه‌ی مرجع بررسی می‌شوند؛ که مؤید وضعیت

¹ Chunpeng Yang, Rengui Zhang
² Duda et al.

کنونی هر فرد است. بر اساس این نظریه، تصمیم‌گیرنده پیامدهای متصور از نتیجه‌ی تصمیم‌اش را برسی می‌کند و بر حسب تابع ارزش^۱ ($g(x)$) آنان را نسبت به نقطه مرجع می‌سنجد؛ به تابع و تابع احتمال وزنی^۲ ($w(x)$) برای هر تصمیم‌بستگی دارد. موضوع نیز طی دو مرحله انجام می‌پذیرد؛ در طی مرحله‌ی اول، گزینه‌ها بر طبق قواعد سر رتبه‌بندی می‌شوند. در ویرایش، افراد نتایج را به جای وضعیت نهایی ثروت و رفاه، به عنوان سود یا زیان در ک می‌کنند. سود یا زیان با توجه به برخی نقاط مرجع تعریف می‌شوند. در نتیجه، موقعیت نقطه‌ی مرجع مشاهده، بر نتایج به عنوان سود یا زیان تأثیر می‌گذارد. مشاهده و برسی معاملات از نظر سود و زیان نسبت به نقاط مرجع متفاوت از نظریه‌ی مطلوبیت مورد انتظار است که در آن نتایج بر اساس کل ثروت یا موقعیت نهایی دارایی ارزیابی می‌شوند. این تابع به صورت زیر تعریف می‌شود [۳۰، ۳۳، ۹].

$$g(x, p) = w(p_i)g(X_i) + w(p_r)g(X_r) + \dots$$

$$w(p_n)g(X_n) = \sum_{i=1}^n w(p_i)g(X_i)$$

در این تابع (x, p) نشان‌دهنده تابع تصمیم‌گیری، w نشان‌دهنده تابع احتمال وزنی و (i, x) g نشان‌دهنده تابع ارزش آست. تابع چشم‌انداز از تابع ارزش و تابع احتمال وزنی تشکیل شده است و با تعیین پارامترهای این توابع می‌توان شکل تئوری چشم‌انداز را تعیین کرد. برای ارزیابی میزان ارزش و تابع احتمال وزنی در تئوری چشم‌انداز توابع مختلفی ارایه شده است و تقریباً همه این مطالعات شکل پیشنهادی تابع چشم‌انداز کاهمن و تیورسکی را تأیید می‌کنند [۷، ۹، ۳۰، ۳۲، ۳۱، ۳۳]. شیوه‌سازی مطالعات دودا و همکاران (۲۰۰۶) در ۴۲ کشور دنیا، منجر به استخراج یک آنالیز عددی از تابع ارزش به صورت زیر شد [۷، ۹، ۳۰، ۳۲، ۳۳].

$$g(x) = \begin{cases} x^\alpha, & \text{if } x \geq 0 \\ -\lambda(-x)^\beta & \text{if } x < 0 \end{cases}$$

دستگاه معادله فوق نشان‌دهنده درجه‌ی نسبی بودن ارتباطات و برهمن کنش در چشم‌انداز یا موانع حرکت در میان سرمایه‌گذاران مختلف است. به عبارت دیگر، اثر ساختار ریاضی فوق بر روی کنش، گونه‌های مختلف در چشم‌انداز سرمایه‌گذاران را نشان می‌دهد. در مدل دودا و همکاران (۲۰۰۶) نقطه صفر همانند تابع چشم‌انداز کاهمن و تیورسکی به عنوان نقطه مرجع محسوب می‌شود. در نقاط بالاتر از نقطه مرجع، شکل این تابع به به صورت محدب است. به عبارت دیگر، مشتق دوم تابع ارزش در این نقطه منفی است ($X \geq 0, V'' \leq 0$). بنابراین در نقاط پایین‌تر از نقطه مرجع، به صورت مقعر است و مشتق دوم تابع ارزش بزرگ‌تر از صفر است. ($X \leq 0, V'' \geq 0$) این ویژگی نشان‌دهنده درجه حساسیت کمتر این تابع است. بنابراین چندپارگی چشم‌انداز دو بعد دارد: یکی ویژگی ریسک‌گریزی یا محدب گونه بودن تابع و دیگری ریسک‌پذیری یا مقعر بودن تابع است. از آنجا که تابع ارزش در منطقه سود نسبت به منطقه زیان دارای شیب کمتر است؛ به عبارتی ($V'(-X) < V'(0), V'(-X) < V'(0, X \leq 0)$) طول نقطه زیان طولانی‌تر از نقطه سود است. براساس مدل دودا (۲۰۰۶) مقدار $\alpha \leq \beta \leq 1$ معین است. به طوری که با افزایش α, β و میزان حساسیت در تابع چشم‌انداز کاهش

¹ Value Function² Weighting Function³ Value Function

می‌یابد. همچنین با افزایش λ درجه اجتناب از زیان کاهش می‌یابد. این مفهوم با نگرش کاهمن و تیورسکی که بیان می‌کرد، واریانس تابع احتمال وزنی ثابت نیست و در نواحی نزدیک به 0^+ یا 1^- بسیار زیاد می‌شود، همسویی دارد. کاهمن و تیورسکی به این غیرقابل پیش‌بینی بودن اذعان دارند و بیان می‌کنند که به دلیل اینکه مردم توانایی محدودی برای درک و ارزیابی احتمالات اکسترمیم دارند، از رویدادهایی با احتمال وقوع بسیار کم یا چشم‌پوشی می‌کنند و یا به آن‌ها وزن زیادی می‌دهند و همچنین اختلاف بین احتمال بالای یک رویداد با قطعیت در وقوع آن رویداد را یا ناچیز فرض دارند و یا بزرگ‌نمایی می‌کنند. از آنجا که تابع احتمال وزنی تابع دودا اندازه تأثیر احتمال یک رخداد را بر درجه اشتیاق و مطلوبیت یک دورنما مشخص می‌کند، این تابع، تابع غیرخطی است. همچنین وزن تصمیمات می‌تواند تحت تأثیر فاکتورهایی مانند ابهام یا عدم اطمینان در مورد سطح عدم اطمینان یا ریسک است. بنابراین با توجه به عایدی مورد انتظار از ترکیبات مختلف α, λ , شکل تابع ارزش $(X)^{\gamma}$ و عایدی نهایی تصمیم‌گیرنده محاسبه می‌شود.

$$w(p) = \frac{\delta p^\gamma}{\delta(p^\gamma + (1-p)^\gamma)^{\gamma/\gamma}} \quad \delta, \gamma, \alpha, \lambda \geq 0.$$

در این تابع $w(p)$ ، نشان‌دهنده تابع احتمال وزنی، λ نشان‌دهنده انحنای تابع احتمال وزنی، δ نشان‌دهنده کشیدگی تابع احتمال وزنی و نشان‌دهنده احتمالات مختلف است. γ تعیین کننده درجه حساسیت کمتر تابع چشم‌انداز در احتمالات مختلف است. با افزایش γ میزان تحدب تابع چشم‌انداز نیز افزایش می‌یابد. بنابراین تابع وزنی در نقاط انتهایی رفتاری متفاوت دارد. این تابع توسط محققان دیگر از قبیل پریستون و باراتا¹، کاهمن و تیورسکی، کمرر و هو، یو و گونزالز و آبیدلا² نیز بررسی و تأیید شده است. عامل مهم دیگری که تابع احتمال وزنی را تحت تأثیر قرار می‌دهد، جذابیت است. جذابیت درجه اهمیت تصمیمات مختلف را نشان می‌دهد. درجه حساسیت کمتر شکل تابع را مشخص می‌کند که ابتدا مقرر بوده و بعد محدب می‌شود، اما جذابیت مشخص می‌کند که تابع احتمال وزنی در بعضی از مواقع در بالای خط ۴۵ درجه قرار می‌گیرد و بعضی موقع در پایین خط. این خاصیت به صعود یا نزول تابع احتمال وزنی مربوط می‌شود. در نظر گرفتن بخشی از احتمالات کوچک که اندازه‌گیری برای آن‌ها ممکن نیست، در بخش‌های موجود به احتمالات کوچک وزن بیشتری داده می‌شود (بالای خط ۴۵ درجه قرار می‌گیرند) در حالی که احتمالات بزرگ‌تر وزن کمتری می‌گیرند (پایین خط ۴۵ درجه قرار می‌گیرند). منحنی تابع در دامنه موجود، زیر خط ۴۵ درجه قرار می‌گیرد و در این تابع، جمع وزن تصمیمات برای تصمیم بین دو گزینه برابر ۱ نخواهد شد. کاهمن و تیورسکی این خاصیت را به صورت قید ذیل، عدم قطعیت تعریف کردند: [۳۲، ۳۳، ۸، ۹].

$$0 < p < 1, \quad w(p) + w(p-1) < 1$$

¹ Reston and Baratta
² Wu and Gonzalez

۴ نتیجه‌گیری و پیشنهادات

سرمایه‌گذاری یک موضوع جذاب است؛ زیرا عوامل زیادی بر بازارهای مالی تاثیر می‌گذارند، در نتیجه انحرافات زیادی نیز می‌توانند در انتخاب ایجاد شوند. بحران مالی سال‌های اخیر توانایی مدل‌های اقتصادی سنتی برای کمک به اداره پیچیدگی دنیای مالی مدرن را به شدت زیر سوال برد است. تعداد فرایندهای از محققان، دست اندکاران و تنظیم‌کننده‌ها موافق هستند که بحران مالی مکرر و همچنین شواهد قاطع ناهنجاری‌های بازار فقط با توسل به مسایل مالی رفتاری قابل توضیح است. مسایل مالی رفتاری توانسته است، غیرمنطقی بودن سرمایه‌گذار را مشخص کند. به عبارت دیگر، سرمایه‌گذاران در زمان انتخاب یک سبد تحت عوامل روان‌شناسی شناختی، فاکتورهای مربوط به احساسات و عوامل غیرعقلایی قرار دارند و یکی از این عوامل مهم سوگیری رفتاری در انتخاب است. به طوری که در مالی رفتاری فرض بر این است که رفتار افراد به طور کامل منطقی نیست و امکان بروز رفتار غیرمنطقی در تصمیم‌گیری افراد وجود دارد. یکی از این رفتارهای غیرمنطقی (سوگیری‌های رفتاری)، اثبات شده در علم روان‌شناسی، تأثیر گذاری سوگیری‌های افراد بر فرایند تصمیم‌گیری و قضاوت آنان در خصوص رویدادهای آتی است؛ به گونه‌ای که هرگاه افراد دارای سوگیری‌هایی باشند، به انتخاب‌های احساسی دست می‌زنند. بنابراین تأثیر سوگیری‌های رفتاری بر تصمیم‌گیری سرمایه‌گذاران مورد توجه بسیاری از تحقیقات در زمینه قیمت‌گذاری دارایی‌های مالی قرار گرفته است. محققان نشان داده‌اند که سوگیری‌های رفتاری سرمایه‌گذاران تأثیر عمیقی بر قیمت بازاری دارایی‌های مالی دارد. لذا نیاز به رویکرد پیشرفته‌ای درجهت استخراج قیمت‌گذاری است. از آنجا که هیچ‌کس به قطع و یقین از این موضوعات اطلاع ندارد، ارزش ذاتی تنها یک نظریه‌ای است که باید به همین شکل باقی بماند و سرمایه‌گذاران مختلف نظرات متفاوت خود را داشته باشند. به علاوه، نظرات هر سرمایه‌گذار با کسب اطلاعات جدید دستخوش تغییر خواهد شد. استفاده از بهینه‌سازی رفتاری معادلات دیفرانسیلی و سایر نظریات بهینه‌سازی به منظور قیمت‌گذاری دارایی موجود بازارهای مالی در حین تکامل آن‌ها، پیشرفته‌ای خوبی در راستای کشف تأثیر سوگیری‌ها بر قیمت‌ها به همراه داشته است، چرا که می‌توان از این ایده‌ها به منظور کشف قیمت‌های ذاتی در بازارهای مالی بهره جست. محققان مالی به دنبال مدل‌های پیشرفته‌ی بهینه‌سازی سبد اوراق بهادر هستند، مدل‌هایی که پویایی‌های بازده و ریسک‌های رفتاری ناشی از سوگیری‌های رفتاری را لحظه کنند. از آنجا که بازارهای مالی با پیچیدگی‌های فراوانی رویه‌رو هستند، هیچ‌کس نمی‌تواند همه‌ی عوامل مرتبطی را که توصیف‌کننده این فعالیت‌ها باشند، شناسایی کند. چه برسد به این‌که، عواملی که یک پیش‌بینی صحیح را به دست می‌دهند کمی‌سازی نماید. علاوه بر این، سرمایه‌گذاران مختلف اطلاعات متفاوتی دارند و در نتیجه عکس‌العمل متفاوتی به اطلاعات نشان می‌دهند. حتی در جواب این‌که قیمت‌گذاری سهام نادرست است می‌توان چنین پرسید که قیمت صحیح سهام چیست؟ بسیاری ممکن است به ارزش ذاتی آن اشاره کنند اما ارزش ذاتی، به ارزش فعلی جریان‌های نقدی آینده‌ی سهام وابسته است. برای شناخت ارزش فعلی جریان‌های نقدی آینده، باید از نرخ تبدیل به سرمایه که بازار از آن برای تنزیل این جریان‌های نقدی استفاده می‌کند، شناخت خوبی پیدا کرد و سپس باید فهمید چه اتفاقی برای این جریان‌های نقدی در خصوص سود سهام و قیمت فروش سهام خواهد افتاد. از جنبه‌های خاص این تحقیق توصیف و بسط

نظریات مدل‌سازی ریاضی (سنجش مقداری) سوگیری رفتاری در قالب متغیرهای مقداری (بدون پرسشنامه‌ای) در قیمت‌گذاری دارایی‌های مالی است و دیگر نتایج این تحقیق بهینه کردن پرتفوی در تئوری دورنمای کاهمن و تیورسکی و کاربرد آن در بهینه‌سازی پرتفولیو می‌باشد. لذا پیشنهاد می‌شود نتایج این پژوهش بتواند مورد استفاده کلیه مدیران و دست‌اندرکاران شرکت‌های فعال در زمینه تجارت، کارشناسان بازار سرمایه، سهامداران، فعالان بازار سهام، سرمایه‌گذاران، پژوهشگران و مجامع علمی که به دنبال پژوهش‌های آتی و مرتبط با موضوع‌اند، قرار گیرد.

منابع

- [۳] نیکومرام، ه.، سعیدی، ع.، حق شناس، ف.، میرعباسی، ی. (۱۳۹۷). بررسی کارایی بهینه‌سازی پرتفوی مبتنی بر ریسک نامطلوب و پتانسیل مطلوب و متغیرهای روانشناختی. مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادر، ۳۴(۹)، ۳۰۵-۳۳۳.
- [۸] اولی، م.، نیکومرام، ه.، جهانشاد، آ.، پورزمانی، ز. (۱۳۹۶). استخراج ریاضی مدل قیمت‌گذاری دارایی‌های سرمایه‌ای در چارچوب حسابداری ذهنی. دانش مالی تحلیل اوراق بهادر، ۱۰(۳۶)، ۱-۱۲.
- [۹] مصلح شیرازی، ع.، نمازی، م.، محمدی، ع.، رجبی، ا. (۱۳۹۲). تئوری چشم انداز و مدل‌سازی الگوی تصمیم‌گیری مدیران در بخش صنعت؛ چشم انداز مدیریت صنعتی. ۹-۳۴.
- [۱۰] فرخ، م.، فلاخ، م. (۱۳۹۸). توسعه یک مدل برنامه‌ریزی امکانی چندهدفه برای انتخاب سبد سهام. تحقیق در عملیات در کاربردهای آن، ۱۶(۳)، ۲۱-۳۶.
- [۱۴] شاهمرادی، م.، صلاحی، م.، لطفی، س.. (۱۳۹۷). مدل میانگین انحراف مطلق با عدم قطعیت روی بازده‌ها برای بهینه‌سازی سبد سهام. تحقیق در عملیات در کاربردهای آن، ۱۵(۲)، ۱-۱۷.
- [۳۲] رهنما رودپشتی، ف.، هیبتی، ف.، موسوی، ر. (۱۳۹۱). بررسی الگوی ریاضی انتخاب پرتفوی سرمایه‌گذاری مبتنی بر مالی رفتاری. مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادر، ۱۲(۳)، ۱۷-۳۷.
- [۳۳] تیموری، ع.، رنانی، م. معروفی محمدی، ع. (۱۳۹۶). نقد انتخاب عقلانی از منظر رویکردهای رقیب: اقتصاد رفتاری، آزمایشگاهی و علوم مغزی. پژوهش‌های اقتصادی ایران، ۲۲(۷۳)، ۱-۴۳.
- [1] Hanchao Liang, Chunpeng Yang, Rengui Zhang, Chuangqun Cai. (2017). Bounded rationality, anchoring-and-adjustment sentiment, and asset pricing. International Review of Financial Analysis, 59, 94-104.
- [2] Jeewon Jang, Jangko,k., (2018). Probability of Price Crashes, Rational Speculative Bubbles, and the Cross-Section of Stock Returns, Journal of Financial Economics, In press, accepted manuscript.
- [4] Thanaset,C, Zhongxian.X, Kai.Y., (2018). International Review of Economics & Finance, In press.
- [5] Sibley, S. E., Wang, Y., Xing, Y., & Zhang, X., (2016). The information content of the sentiment index. Journal of Banking & Finance, 62, 164–179.
- [6] Saumya.R.,Dash, D.M.. (2018). Does sentiment matter for stock returns? Evidence from Indian stock market using wavelet approach, Finance Research Letters, 26, 32-39.
- [7] Pitcher, A., (2008). Investigation of a Behavioral Model for Financial Decision Making. A dissertation submitted for the degree of MSc Mathematical & Computational Finance, Magdalen College University of Oxford, 1-43
- [10] Siew, L. W., Jaaman, S. H. H., & Ismail, H. bin., (2015). The Impact of Human Behaviour Towards Portfolio Selection in Malaysia. Procedia - Social and Behavioral Sciences, 172, 674–678
- [11] Boyer, M. M., Cowins, E. P., & Reddic, W. D., (2018). Portfolio rebalancing behavior with operating losses and investment regulation. International Review of Economics & Finance.

- [12] Daniel, K. D., Hirshleifer, D., & Siew Hong, T., (2002). Investor psychology in capital markets: Evidence and policy implications. *Journal of Monetary Economics*, 49(1), 139–209.
- [13] Markowitz, H.M., (1952a). Portfolio Selection. *Journal of Finance*, 7 (1), 77–91.
- [14] Bi, J., Jin, H., & Meng, Q., (2018). Behavioral mean-variance portfolio selection. *European Journal of Operational Research*, 271(2), 644–663.
- [15] Best, M. J., & Grauer, R. R., (2016). Prospect theory and portfolio selection. *Journal of Behavioral and Experimental Finance*, 11, 13–17.
- [16] Friedman, M., and Savage. L., (1948). The Utility Analysis of Choices Involving Risk. *Journal of Political Economy*, 56(4), 279–304.
- [17] Epstein, S., (2003). Cognitive-experiential self-theory of personality. In T. Millon & M. J. Lerner (Eds.), *Comprehensive handbook of psychology*, 5(1). 159-184, Personality and Social Psychology. Hoboken, NJ: Wiley.
- [18] Martin, J. W., & Sloman, S. A., (2013). Refining the dual-system theory of choice. *Journal of Consumer Psychology*, 23(4), 552–555
- [19] Galichon, A., & Henry, M., (2012). Dual theory of choice with multivariate risks. *Journal of Economic Theory*, 147(4), 1501–1516
- [20] Aduda, J., (2012). The Behaviour and Financial Performance of Individual Investors in the Trading Shares of Companies Listed At the Nairobi Stock Exchange, Kenya, *Journal of Finance and Investment Analysis*, 1(3), 33-60.
- [21] Chen, J. M., (2016). The Structure of a Behavioral Revolution. *Finance and the Behavioral Prospect*, 1–28.
- [22] Chen,J. M., (2016), Postmodern Portfolio Theory, supra note 1 (Chapter 1), addresses these topics in Chapter 2, at 5–25(conventional CAPM) and Chapters 10–11, at 189–213 (higher-momen tcapital asset pricing).
- [23] Chen,J. M., (2016) *Finance and the Behavioral Prospect: Risk, Exuberance, and Abnormal Markets (Quantitative Perspectives on Behavioral Economics and Finance)* 1st ,Publisher: Palgrave Macmillan; 1st ed. 2016 edition.
- [24] Akbar, M., & Nguyen, T. T., (2016). The explanatory power of higher moment capital asset pricing model in the Karachi stock exchange. *Research in International Business and Finance*, 36, 241–253
- [25] Kim, S., & Na, H., (2018). Higher-moment liquidity risks and the cross-section of stock returns. *Journal of Financial Markets*, 38, 39–59
- [26] Yang, C., Xie, J., Yan, W., (2012). Sentiment capital asset pricing model. *International Journal of Digital Content Technology and its Applications* 6 (3), 254–261.
- [27] Yang, C., Xie, J., Yan, W., (2012). Sentiment capital asset pricing model. *International Journal of Digital Content Technology and its Applications* 6 (3), 254–261.
- [28] Yang, C., Zhang, R., (2013b). Dynamic Sentiment asset pricing model. Working Paper.
- [29] Duda, F, De Gennaro, H, & Schubert R. (2006). Gender, financial risk, and probability weights. *Theory and Decision*, 60(2-3), 283-313
- [30] Kahneman, D., & Tversky A., (1992). Advances in Prospect Theory, cumulative representation of uncertainty. *Journal of risk and uncertainty*, 5, 297- 323.
- [31] Daniel, K, Hirshleifer, D. & Subrahmanyam, A., (1998). Investor Psychology and Security Market Under- and Overreactions. *Journal of Finance*, 53, 1839-1885.