

مدلسازی آرمانی برای انتخاب پرتفولیوی بهینه با گشتاورهای بالا

مهسا قندهاری^۱، فاطمه فغانی^{۲*}، سید مهدی طباطبایی^۳

۱- استادیار دانشگاه اصفهان، گروه مدیریت، اصفهان، ایران.

۲ و ۳- دانشجوی کارشناسی ارشد مدیریت بازرگانی گرایش مالی، دانشگاه اصفهان، گروه مدیریت، اصفهان، ایران.

رسید مقاله: ۱ شهریور ۱۳۹۱

پذیرش مقاله: ۲۲ آذر ۱۳۹۱

چکیده

سرمایه‌گذاران در تصمیمات خود جهت انتخاب پرتفولیوی مناسب به طور هم‌زمان چندین هدف را مدنظر قرار می‌دهند. این اهداف ممکن است در مواقعی با هم در تعارض باشند. عموماً مدیران پرتفولیو، بهترین ترکیب سهامی را انتخاب می‌کنند که حد الامکان تمام اهداف سرمایه‌گذاران را برآورده سازد. بدین جهت در این مقاله سعی شده است تا ضمن بررسی تحقیقات قبلی و مقایسه مدل‌های بهینه‌سازی پرتفولیو، به کمک برنامه‌ریزی آرمانی مدلی ارائه شود که با در نظر گرفتن اهدافی همچون؛ حداکثرسازی بازده، حداقل‌سازی ریسک، حداکثرسازی چولگی بازده پرتفولیو و حداقل‌سازی کشیدگی ریسک پرتفولیو، بتواند بهترین ترکیب سهام را انتخاب کند. بدین منظور ۱۰ شرکت اول از فهرست ۵۰ شرکت فعال‌تر در بورس اوراق بهادار تهران در سه ماهه سوم سال ۱۳۹۰ انتخاب گردیده است. اطلاعات مورد نیاز هر سهم با استفاده از نرم‌افزار تدبیر جمع آوری و با نرم‌افزار SPSS محاسبه و سپس با جایگذاری داده‌ها در مدل عمومی، مدل با نرم‌افزار LINGO حل شده است و در آخر درصد سرمایه‌گذاری در هر سهم مشخص گردیده است.

کلمات کلیدی: برنامه‌ریزی آرمانی، پرتفولیوی بهینه، کشیدگی، چولگی، ریسک سرمایه‌گذاری.

۱ مقدمه

سرمایه‌گذاران همیشه به دنبال انتخاب گزینه مناسب برای سرمایه‌گذاری هستند. در قدیم، آنان به منظور دستیابی به اهداف خود از شمّ تجاری و تجربیات خود و با دیگران استفاده می‌کردند. با پیشرفت مدیریت مالی انتخاب‌های سرمایه‌گذاران علمی‌تر شد و آن‌ها توانستند با به کارگیری مدل‌های مختلف و تلفیق نتایج حاصل از آن با تجربیات خود، انتخاب بهینه را تا حدی محقق سازند. در گذشته انتخاب در سرمایه‌گذاری، با در نظر گرفتن یک معیار انجام می‌شد؛ در حالی که هر سرمایه‌گذار در کنار هدف اصلی خود آرمان‌هایی نیز در نظر می‌گیرد

* عهده دار مکاتبات

آدرس الکترونیک: f.faghani1367@gmail.com

که برآورده شدن تمام آن آرمانها رضایت او را فراهم می آورد. در اواخر دهه ی ۶۰ میلادی بسیاری از مسایل مالی- اقتصادی با استفاده از تکنیک های تحقیق در عملیات مورد بررسی قرار گرفتند و روش های بهینه سازی برای یافتن جواب بهینه این گونه مسایل ارایه شدند. علم تصمیم گیری چند معیاره، سرمایه گذاران را در راستای اتخاذ تصمیم بهینه با به کارگیری مدل های مختلف یاری می نماید. یکی از این مدل ها برنامه ریزی آرمانی است که به افراد کمک می کند تا به اهداف مختلف به صورت هم زمان دست یابند. در اکثر تحقیقاتی که در این زمینه صورت گرفته است به ریسک و بازده توجه خاصی شده، بدین منظور در ادامه مقاله ضمن بیان انواع مدل های انتخاب پرتفولیو و معرفی برنامه ریزی آرمانی با توسعه مدل های آرمانی که محققین قبلی ارایه نموده اند، یک مدل آرمانی برای انتخاب سبد بهینه سهام ارایه می شود و کاربرد آن با مثالی نشان داده می شود.

۲ مدل های انتخاب پرتفولیو

در سال ۱۹۵۰ هری مارکوویتز مدل اساسی پرتفولیو را ارایه کرد که مبنایی برای تئوری مدرن پرتفولیو قرار گرفت. قبل از مارکوویتز سرمایه گذاران با مفاهیم ریسک و بازده آشنا بودند. اگرچه آنها با مفهوم ریسک آشنا بودند ولی نمی توانستند آن را اندازه گیری کنند. بدین جهت تنها معیار برای سرمایه گذاری بازده بود. سرمایه گذاران از قبل می دانستند که ایجاد تنوع مناسب است، با این حال مارکوویتز اولین کسی بود که به صورت کمی نشان داد که چرا و چگونه تنوع سازی پرتفولیو می تواند باعث کاهش ریسک سبد سرمایه گذاری یک سرمایه گذار شود. وی بازده و ریسک پرتفولیو را به صورت زیر محاسبه نمود:

$$E(R_p) = \sum_{i=1}^n w_i E(R_i) \quad (1)$$

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^n w_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j \sigma_{ij} \quad (2)$$

که در این معادلات؛ $E(R_p)$ بازده مورد انتظار پرتفولیو، w_i وزن پرتفولیو برای i امین اوراق بهادار، $E(R_i)$ بازده مورد انتظار اوراق بهادار i ، σ_p^2 واریانس بازده پرتفولیو، σ_i^2 واریانس بازده اوراق بهادار i و σ_{ij} کوواریانس میان بازده های اوراق بهادار i و j می باشد. طبق این روابط هرچه تعداد اوراق بهادار موجود در یک پرتفولیو افزایش یابد، از اهمیت ریسک (واریانس) هریک از اوراق بهادار کاسته می شود، در حالی که اهمیت روابط کواریانس افزایش می یابد. به گونه ای که ترکیب اوراقی که همبستگی کاملاً منفی داشته باشند، می تواند باعث حذف ریسک پرتفولیو شود. وی پس از تعیین این معادلات به معرفی مرز کارا پرداخت. مرز کارا مکان هندسی مجموعه نقاطی است در نموداری که محووافقی آن ریسک و محور عمودیش بازده مورد انتظار اوراق بهادار است، به طوری که به تمامی پرتفولیوهای داخل منحنی اولویت دارد. وی پیشنهاد نمود که سرمایه گذاران در پرتفولیوهای بر روی این مرز سرمایه گذاری نمایند. پرتفولیوی بهینه برای هر سرمایه گذار در محل تلاقی میان بالاترین منحنی بی تفاوتی

سرمایه‌گذاران و منحنی مرز کارا، اتفاق می‌افتد. در دنیای واقعی بیشتر سهام با همدیگر یا با بازار همبستگی مثبت دارند [۱]. اگرچه تحقیقات کینگ [۲] حاکی از آن است که ریسک را نمی‌توان در بدنه سهام در هر اندازه به صفر کاهش داد؛ بلکه تنها می‌توان نیمی از ریسک کل را که به نیروهای بازار مرتبط نیست (ریسک غیر سیستماتیک) با متنوع‌سازی کاهش داد، با این همه نباید فراموش کرد که از نیم دیگر ریسک، یعنی ریسک سیستماتیک به هیچ عنوان گریزی نیست. بنابراین افزودن بر تعداد سهام بیش از حد معین موجب صرف هزینه و زمان جهت نظارت بر عملکرد بدنه خواهد شد و این هزینه را به هیچ عنوان نمی‌توان با کاهش ریسک جبران نمود. که البته ایوانز و آرچر [۳] پیشنهاد می‌کند که می‌توان ریسک غیر سیستماتیک را با نگهداری ۱۰ تا ۱۵ سهم کاهش داد.

ویلیام شارپ با پیگیری کارهای مارکوئیتز، مدل تک شاخصی را که بازده هر اوراق بهادار را به بازده شاخص سهام عادی مرتبط می‌سازد ارائه کرد. مدل تک عاملی شارپ به شرح زیر می‌باشد:

$$\begin{aligned} \text{Min } Z &= (1-\lambda)E_p - \lambda b_p \\ \sum_{i=1}^n X_i &= 1 \\ E_p &= \sum_{i=1}^n X_i E_i \\ b_p &= \sum_{i=1}^n X_i b_i \\ b_i &= \frac{\text{Cov}(R_i, R_m)}{\text{Var}(R_m)} \\ 0 &\leq \lambda \leq 1 \end{aligned} \quad (3)$$

که در این مدل؛ E_p بازده مورد انتظار پرتفولیو، X_i بخشی از بودجه کل که در طرح نام سرمایه‌گذاری می‌گردد، E_i بازدهی مورد انتظار طرح نام، B_p نسبت کوواریانس عایدی ورقه نام بازار به واریانس بازار و λ درجه ریسک‌گریزی سرمایه‌گذار می‌باشد [۴]. به دلیل مشکلات مدل مارکوئیتز از جمله محاسبات پیچیده کوواریانس، چندی بعد بر اساس تئوری بازار سرمایه، مدل قیمت‌گذاری دارایی‌های سرمایه‌ای (CAPM) شکل گرفت. در مدل قیمت‌گذاری دارایی‌های سرمایه‌ای سعی می‌شود، بازده مورد انتظار از هر دارایی مالی بر اساس صرف ریسک نسبت به R_f به ازای ریسک آن دارایی تعیین شود که برای اندازه‌گیری ریسک هم از واریانس و هم از β (ریسک سیستماتیک) می‌توان استفاده کرد. وی خط بازار سرمایه CML و بازار اوراق بهادار SML را معرفی کرد. وی بیان کرد که در صورتی که به جای ریسک کل فقط ریسک سیستماتیک را در نظر بگیریم، معادله خط بازار اوراق بهادار به صورت معادله ۴ می‌شود:

$$R = R_f + (R_m - R_f) \beta \quad (4)$$

۲-۱ برنامه ریزی آرمانی

برنامه ریزی آرمانی نخستین بار توسط چارنزو کوپر در ۱۹۵۵ معرفی شد [۵] و به وسیله‌ی همین محققین در سال ۱۹۶۱ به صورت روشن تری تعریف شد [۶]، سپس به وسیله ایجری در طول دهه ۱۹۶۰ توسعه بیشتری یافت [۷]. اما از اواسط ۱۹۷۰ توجه گسترده و قابل توجهی را به دست آورد. دلیل عمده چنین توجهی توانایی استفاده از آن به عنوان یک ابزار کارآمد و موثر جهت مدل سازی، حل و تجزیه و تحلیل مدل های ریاضی که شامل اهداف متعدد و در بعضی موارد و متضاد که به مسایل دنیای واقعی نزدیک تر است، می باشد. دلیل دیگر علاقه به GP این است که روش های برنامه ریزی ریاضی مرسوم همیشه جواب های قابل قبولی برای مسایل دنیای واقعی تولید نمی کنند [۸]. این روش در باره سیستم هایی که دارای اهداف متعارف و چند گانه هستند، مطرح می گردد. روش های ارایه شده پیرامون برنامه ریزی آرمانی دقیق، دارای بافت مشترکی هستند و هدف همه آن ها حداقل کردن انحرافات نامساعد از آرمان هاست. برنامه ریزی آرمانی تلاش می کند تا منطق بهینه سازی را در برنامه ریزی ریاضی با خواست (تمایل) تصمیم گیرنده جهت ارضاء چندین هدف ترکیب نمایند. مدل کلی برنامه ریزی آرمانی، مدل ریاضی خطی می باشد که حصول بهینه اهداف را در محیط تصمیم گیری داده شده را جستجو می کند. محیط تصمیم گیری مفاهیم پایه شامل محدودیت های سیستمی و آرمانی، متغیرهای تصمیم و تابع هدف را مشخص می سازد. به عبارت دیگر برنامه ریزی آرمانی، راه حرکت هم زمان به سوی چندین هدف را نشان می دهد. مبنای کار چنین است که برای هر کدام از هدف ها، عدد مشخص به عنوان آرمان تعیین و تابع هدف مربوط به آن فرمول سازی می گردد. آن گاه جوابی جستجو می شود که مجموع (وزنی) انحرافی هر هدف نسبت به آرمانی که برای همان هدف تعیین شده است را حداقل نمایند. مدل برنامه ریزی آرمانی دقیق به شرح زیر می باشد [۹]:

$$\begin{aligned} \text{Min} \quad & A = \{g_1(n_1, p_1), g_2(n_2, p_2), \dots, g_k(n_k, p_k)\} \\ \text{s.t.} \quad & F_i(X) + n_i - p_i = b_i \\ & x \geq 0, n_i, p_i \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, m \end{aligned} \quad (5)$$

۲-۲ مدل های آرمانی برای انتخاب پرتفولیوی بهینه

در سال ۱۹۷۳ لی و لیرو، طی مقاله ای مدل برنامه ریزی آرمانی را با در نظر گرفتن متغیرهای؛ بازده مورد انتظار، بتای هر سهم، ضریب کوواریانس در ارتباط با هر سهم، متوسط درصد سود تقسیم شده سالانه به واریانس هر سهم، واریانس هر سهم، برای انتخاب پرتفولیو ارایه نمودند. آنان محدودیت تنوع بخشی و محدودیت نسبت سرمایه گذاری را نیز در مدل خود در نظر گرفته اند. برای محاسبه بازده مورد انتظار و واریانس از فرمول های شارپ استفاده نمودند [۱۰]. مریم خلیلی عراقی در سال ۱۳۸۵ با استفاده از مدل لی و لیرو پرتفولیویی که شامل ۸ سهم از ۴ صنعت (واسطه گری مالی- مواد و محصولات شیمیایی- سایر محصولات کانی غیر فلزی- خودرو و ساخت

قطعات) بود را ایجاد و نسبت سرمایه گذاری در هر سهم را مشخص نمود [۱۱]. در سال ۱۹۸۰ لی وچیسر مدل GP با آرمان های زیر را پیشنهاد نمودند [۱۲]:

- حداکثر سازی عایدی مورد انتظار سرمایه گذاری هر سهم
- حداقل کردن ریسک (بتای) سرمایه گذاری
- حداکثر سرمایه گذاری در یک ورقه معین
- ترجیح سرمایه گذار برای اوراق دارای بتای ورقه i
- حداکثر سازی عایدی پرتفولیو
- محدودیت بودجه

با استفاده از مدل وی (۶) مقدار پول سرمایه گذاری در هر سهم را می توان محاسبه کرد.

$$\begin{aligned}
 \text{Min} \quad & Z = p_1 d_1 + p_v (d_v^- + d_v^+) + p_r \sum_{i=4}^n d_i^- + p_f d_{n+f}^- + p_d d_{n+d}^- + p_e d_{n+e}^- \\
 \text{s.t.} \quad & \\
 & \sum_{i=1}^n X_i + d_v^- - d_v^+ = BC, \\
 & \sum_{i=1}^n R_i X_i + d_r^- - d_r^+ = DR, \\
 & \sum_{i=1}^n B_i X_i + d_f^- - d_f^+ = B(BC), \\
 & X_i + d_f^- - d_f^+ = v_i, \\
 & X_i + d_d^- - d_d^+ = D_i, \\
 & BC + \sum R_i X_i + d^- - d^+ = M.
 \end{aligned} \tag{6}$$

در سال ۱۹۹۳ تاپو و فینستین، مدل خود را برای انتخاب پرتفولیو به صورت زیر ارائه نمودند:

$$\begin{aligned}
 \text{Min} \quad & \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (V_t + W_t) \\
 \text{s.t.} \quad & V_t - W_t - \sum_{j=1}^n a_{ij} X_j = 0, \\
 & t = 1, \dots, T, \\
 & \sum_{j=1}^n r_j X_j \geq p M_0, \\
 & \sum_{j=1}^n X_j = M_0, \\
 & 0 \leq X_j \leq U_j, j = 1, \dots, n, \\
 & U_t, W_t \geq 0, t = 1, \dots, T, \\
 & V_t = \sum_{j=1}^n a_{ij} X_j \geq 0, \\
 & -W_t = \sum_{j=1}^n a_{ij} X_j \leq 0, \\
 & V_t W_t = 0, t = 1, \dots, T, \\
 & R_i = \frac{1}{T} \sum_{i=1}^T r_{ij}, \\
 & a_{ij} = r_{ij} - r_j.
 \end{aligned} \tag{V}$$

که در این معادلات داریم:

R_i : متغیر تصادفی بیانگر نرخ عایدی دوره‌ای برای S_j ، ژامین دارایی با شناخت r_{ij} در دوره t می‌باشد.

X_j : متغیر تصمیم که بیانگر مقدار وجهی است که در S_j به عنوان بخشی از M_0 سرمایه گذاری می‌شود.

P : حداقل نرخ عایدی مورد انتظار سرمایه گذاری را نشان می‌دهد.

U_j : حداکثر مبلغ مجاز برای سرمایه گذاری در S_j می‌باشد.

انواری رستمی و نصراللهی در سال ۱۳۸۲ مدل برنامه‌ریزی آرمانی سرمایه گذاری در صنعت بیمه ایران را با در نظر گرفتن معیارهای بازده، ریسک، نقدینگی، نسبت تقسیم سود و نسبت قیمت به درآمد طراحی نمودند [۱۳]. نیل منصور و همکارانش در سال ۲۰۰۷ مدل برنامه‌ریزی آرمانی انتخاب پرتفولیو بهینه را برای آرمان‌های نرخ بازده و نقدینگی و ریسک (بتای هر سهم) ارائه نمودند. این مدل را برای ۳۴ سهم بازار بورس تونس فرمول‌سازی کرده‌اند [۱۴]. کلنیاتی و روستم در سال ۲۰۰۹ در مقاله‌ای تحت عنوان "تصمیم‌گیری پرتفولیو با گشتاورهای مرتبه بالاتر" با توجه به مفروضات مدل کلاسیک میانگین-واریانس مارکوویتز و در نظر گرفتن چولگی (گشتاور سوم) و کشیدگی (گشتاور چهارم) یک پرتفولیو جهانی بهینه را بررسی نمودند. آرمان‌های مدنظر آن‌ها افزایش دادن بازده (گشتاور اول) و چولگی و کاهش دادن واریانس (گشتاور دوم) و کشیدگی می‌باشد [۱۵].

تحقیق دیگری که در این زمینه انجام شده توسط مهیری و پریجنت در سال ۲۰۱۰ می‌باشد. آنان نیز با در نظر گرفتن این چهار معیار مدل برنامه ریزی آرمانی ایجاد نمودند. آنان بازده ماهانه ۸ شاخص بازار بورس بین الملل را در طول دوره ژانویه ۱۹۸۸ تا دسامبر ۲۰۰۷ در نظر گرفتند. مدل آنان به صورت زیر می‌باشد [۱۶]:

$$\begin{aligned}
 \text{Min} \quad & Z = \left| \frac{d_1}{R^*} \right|^{\lambda_1} + \left| \frac{d_2}{V^*} \right|^{\lambda_2} + \left| \frac{d_3}{S^*} \right|^{\lambda_3} + \left| \frac{d_4}{K^*} \right|^{\lambda_4} \\
 \text{s.t.} \quad & X^T \bar{R} + d_1 = R^*, \\
 & X^T V X - d_2 = V^*, \\
 & \frac{E(X^T (\bar{R} - \bar{R}))^r}{\sigma^r} + d_3 = S^*, \\
 & \frac{E(X^T (\bar{R} - \bar{R}))^f}{\sigma^f} + d_4 = K^*, \\
 & X^T I = 1, \\
 & X \geq 0, \quad d_i \geq 0, \quad i = 1, \dots, 4.
 \end{aligned} \tag{16}$$

کمالبای و همکارانش نیز در سال ۲۰۱۱ با در نظر گرفتن ۴ گشتاور مدل زیر را طراحی نمودند که اندکی با مدل قبلی تفاوت دارد. آنان نیز مثالی از ۲۶ سهام از بازار بورس استانبول با در نظر گرفتن بازده ماهانه در دوره زمانی ژانویه ۲۰۰۵ تا دسامبر ۲۰۱۰ ارائه نمودند [۱۷].

$$\begin{aligned}
 \text{Min} \quad & Z = \left| \frac{d_1}{M^*} \right|^{\lambda_1} + \left| \frac{d_2}{V^*} \right|^{\lambda_2} + \left| \frac{d_3}{S^*} \right|^{\lambda_3} + \left| \frac{d_4}{K^*} \right|^{\lambda_4} \\
 \text{s.t.} \quad & X^T \bar{R} + d_1 = M^*, \\
 & X^T V X - d_2 = V^*, \\
 & \frac{E(X^T (\bar{R} - \bar{R}))^r}{\sigma^r} + d_3 = S^*, \\
 & \frac{E(X^T (\bar{R} - \bar{R}))^f}{\sigma^f} + d_4 = K^*, \\
 & X^T I = 1, \\
 & X \geq 0, \quad d_i \geq 0, \quad i = 1, \dots, 4.
 \end{aligned} \tag{9}$$

گان نیز در سال ۲۰۱۱ مدلی برای انتخاب پرتفولیو با استفاده از برنامه ریزی آرمانی چند فرموله با در نظر گرفتن میانگین و واریانس و چولگی ارائه نموده است [۱۸].

۳ روش تحقیق

محققین در این مقاله با توسعه مدل کمال بای و همکارانش [۱۷] و افزودن آرمان حداکثرسازی سود تقسیمی و نشان دادن آرمان ریسک به صورت ریسک پرتفولیو مدلی جدید ارائه نموده‌اند، به طوری که آرمان‌های اصلی مدل ارائه شده را به صورت زیر در نظر گرفته‌اند:

- ۱- مقدار ریسک پرتفولیو حداقل شود.
- ۲- بازده مورد انتظار سرمایه گذاری حداکثر شود.
- ۳- مقدار سود پرداختی سالانه پرتفولیو حداکثر شود.
- ۴- ضریب چولگی بازده مثبت باشد.
- ۵- ضریب کشیدگی منفی شود.

با توجه به آرمان‌های بیان شده مدل عمومی انتخاب پرتفولیو سهام به صورت زیر ارائه شده است:

$$\begin{aligned}
 \text{Min} \quad & Z = W_1 \left| \frac{d_1^+}{\sigma^{*+}} \right| + W_2 \left| \frac{d_2^-}{\mu^*} \right| + W_3 \left| \frac{d_3^-}{D^*} \right| + W_4 \left| \frac{d_4^-}{S^*} \right| + W_5 \left| \frac{d_5^- + d_5^+}{K^*} \right| \\
 \text{s.t.} \quad & \sigma_p^+ - \sigma^{*+} = d_1^+ - d_1^-, \\
 & E(R_p) - \mu^* = d_2^+ - d_2^-, \\
 & \sum_{i=1}^n D_i X_i - D^* = d_3^+ - d_3^-, \\
 & \sum_{i=1}^n S_i X_i - S^* = d_4^+ - d_4^-, \\
 & \sum_{i=1}^n K_i X_i - K^* = d_5^+ - d_5^-, \\
 & \sum_{i=1}^n X_i = 1, \\
 & d_p \geq 0, p = 1, \dots, 5.
 \end{aligned} \tag{10}$$

جدول ۱. تعاریف نمادهای استفاده شده در مدل

نماد	تعریف
W_i	درجه اهمیت آرمان i
X_i	درصد سرمایه گذاری در ورقه i
R_{ik}	بازده تحقق یافته ورقه i در زمان k
μ_i	میانگین بازده تحقق یافته ورقه i در طول دوره m
$E(R_p)$	بازده مورد انتظار پرتفولیو
σ_i^2	واریانس ورقه i
ρ_{ij}	کو واریانس ورقه i و j
σ_p	ریسک مورد انتظار پرتفولیو
S_i	ضریب چولگی بازده های ورقه i
K_i	ضریب کشیدگی بازده های ورقه i
P_{ki}	قیمت ورقه i در زمان k
$P_{(k-1)i}$	قیمت ورقه i در زمان $k-1$
D_{ki}	سود تقسیمی در طول دوره بین k و $k-1$
D_i	سود تقسیمی سالانه سهام i
n	تعداد اوراق در پرتفوی مورد نظر

نمادهای استفاده شده در مدل (۵) در جدول ۱ تعریف گشته اند. برای محاسبه σ_p^2 از مجذور معادله (۲) استفاده می شود که σ_{ij} کو واریانس i و j می باشد که از معادله (۱۱) قابل محاسبه است و همچنین σ_i^2 که واریانس هر سهام می باشد از طریق فرمول ۱۲ محاسبه می گردد.

$$\sigma_{ij} = \frac{1}{m-1} \sum_{k=1}^m (R_{ik} - \mu_i)(R_{jk} - \mu_j) \quad (11)$$

$$\sigma_i^2 = \sum_{k=1}^m (R_{ik} - \mu_i)^2 \quad (12)$$

که در این معادلات می توان R_{ik} و μ_i را بترتیب از معادلات ۱۳ و ۱۴ محاسبه کرد:

$$R_{ik} = \frac{P_{ki} - P_{(k-1)i} + D_{ki}}{P_{i(k-1)}} \quad (13)$$

$$\mu_i = \frac{\sum_{k=1}^m R_{ik}}{K} \quad (14)$$

به طوری که k و m به صورت $k:1,2,\dots,m$ و $i:1,2,\dots,n$ تعریف می شوند.

$E(R_p)$ نیز از فرمول (۱۵) به دست می آید:

$$E(R_p) = \sum_{i=1}^n X_i \mu_i \quad (15)$$

جهت محاسبه چولگی و کشیدگی به ترتیب از معادلات ۱۶ و ۱۷ می توان استفاده نمود:

$$S_i = \frac{1}{k} \sum_{k=1}^m (R_{ik} - \mu_i)^2 \quad (16)$$

$$K_i = \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m (R_{ik} - \mu_i)^3 \quad (17)$$

با استناد به نتایج ایوانز و آرچر که بیان نمودند که می توان ریسک غیر سیستماتیک را با نگهداری ۱۰ الی ۱۵ سهم کاهش داد، در این مقاله ۱۰ سهم انتخاب شده است. به گونه ای که ۱۰ شرکت اول از لیست ۵۰ شرکت فعال تر در بورس در سه ماهه آخر سال ۱۳۹۰ انتخاب گردیده اند. بازده های ماهانه این اوراق از تاریخ ۱۳۸۹/۰۹/۱ تا ۱۳۹۰/۹/۱ با استفاده از نرم افزار تدبیر استخراج شده است. این اطلاعات در جدول ۲ نشان داده شده است. سود تقسیمی سالانه منتهی به سال ۱۳۹۰ این سهام نیز، با استفاده از این نرم افزار به دست آمده است که در جدول ۳ نشان داده شده است. اطلاعات مورد نیاز دیگر که عبارتند از انحراف معیار، واریانس، کوواریانس، چولگی، کشیدگی بازده های اوراق با استفاده از نرم افزار SPSS محاسبه گردیده است و به صورت جدول ۴ و ۵ به نمایش گذاشته شده است. جهت انتخاب مقدار مطلوب آرمان ها با استفاده از داده های جدول ۴ مطلوب ترین آنان انتخاب و در جدول ۶ به نمایش گذاشته شده اند. در این مقاله با استفاده از روش فرآیند تجزیه و تحلیل سلسله مراتبی (AHP) مقایسه ای دو بدویی در خصوص میزان اهمیت معیارهای مورد نظر صورت گرفت. اطلاعات مربوط به آن به وسیله توزیع ۱۵ پرسشنامه به سرمایه گذاران حضور یافته در بورس اوراق بهادار اصفهان به صورت تصادفی جمع آوری گردیده است. این اطلاعات توسط نرم افزار Expert Choice تحلیل شده اند. نتایج حاصل، اهمیت نسبی معیارها را به ترتیب: آرمان ۲، ۱، ۴، ۵، ۳ تعیین نموده است که ضرایب نهایی در جدول ۷ نمایش داده شده اند. در این ضرایب می بایست معادله $\sum_{i=1}^5 W_i = 1$ صدق کند.

جدول ۲. بازده سهام

تاریخ	صنایع مس ایران	سرمایه گذاری ملی ایران	مخابرات ایران	بانک ملت	سرمایه گذاری ملت	بیمه پارسیان	سرمایه گذاری صنعت و معدن	پارس خودرو	سرمایه گذاری بهمن	پست بانک ایران
۱۳۸۹/۱۰/۰۱	۷/۴۵	-۱۰/۰۳	-۰/۶۰	۲/۷۲	-۹/۶۸	۳/۸۵	-۱۰/۷۶	-۹/۳۱	-۶/۳۶	۱۰۶/۵۸
۱۳۸۹/۱۱/۰۱	۱۱/۴۸	۲۲/۵۱	۹/۰۰	۱/۴۶	۳/۷۳	-۱/۶۰	۱۸/۴۷	۱۸/۷۷	۱۳/۵۰	۶۸/۳۰
۱۳۸۹/۱۲/۰۱	۱۸/۳۳	۴/۵۵	۱۱/۲۰	۸/۵۸	-۵/۸۴	-۷/۴۲	۴/۱۵	-۷/۹۰	-۰/۴۱	۸/۴۶
۱۳۹۰/۰۱/۰۱	۳/۳۸	۵/۵۰	۱۲/۲۷	۲/۲۱	۰/۷۲	۰/۰۳	۱۱/۵۱	-۱/۳۴	۴/۳۳	-۲۲/۴۷
۱۳۹۰/۰۲/۰۱	۱۴/۸۹	۲۴	۱۳/۷۳	۷/۰۶	-۷/۵۸	-۱/۵۷	۷/۷۰	۴۲/۴۸	۲۳/۴۰	-۱۷/۴۲
۱۳۹۰/۰۳/۰۱	۱/۰۲	-۱۰/۰۲	-۹/۵۹	۱/۵۴	-۵/۱۳	۱/۰۳	-۰/۱۵	-۱۱/۰۰	-۱/۴۵	۶/۹۸
۱۳۹۰/۰۴/۰۱	۹/۳۶	-۱۰/۳۵	-۵/۱۷	-۰/۴۴	-۲۰/۵۴	-۹/۲۹	-۳/۶۲	-۱۷/۰۰	-۸/۹۳	-۵/۲۲
۱۳۹۰/۰۵/۰۱	۳۴/۲۲	-۳/۹۳	-۲/۰۳	۳/۸۱	۹/۵۲	-۱/۸۴	-۷/۳۶	-۱/۴۶	۰/۹۱	-۱۲/۳۵
۱۳۹۰/۰۶/۰۱	-۱۱/۷۷	۳/۲۳	۱/۹۱	-۱/۷۲	-۷/۴۵	-۷/۲۲	-۲/۴۸	۳/۹۶	-۵/۰۱	۰/۳۷
۱۳۹۰/۰۷/۰۱	۴/۳۸	۱۲/۵۸	۱۲/۳۱	۷/۴۵	۲۷/۵۲	۹/۷۵	۳/۲۲	۷/۰۰	-۰/۶۳	۱۴/۹۹
۱۳۹۰/۰۸/۰۱	-۹/۶۱	-۱۰/۲۸	۱/۹۰	-۳/۸۹	-۱۱/۰۵	-۷/۶۹	۷/۷۲	-۱۱/۱۸	۶/۲۶	-۱۳/۱۴
۱۳۹۰/۰۹/۰۱	-۲/۲۸	-۵/۵۰	-۶/۱۰	-۹/۳۰	-۹/۴۷	-۱۳/۱۰	-۱۱/۵۲	-۸/۸۵	-۴/۰۰	-۱۶/۳۹

جدول ۳. سود تقسیمی سالانه در بازده زمانی تحقیق

پست بانک ایران	سرمایه گذاری بهمن	پارس خودرو	سرمایه گذاری صنعت و معدن	بیمه پارسیان	سرمایه گذاری ملت	بانک ملت	مخابرات ایران	سرمایه گذاری ملی ایران	صنایع مس ایران
۰	۲۹۰/۴۰۰	۱۱۸/۰۰۰	۱۹۵/۰۰۰	۳۸۵/۰۰۰	۰	۱/۲۸۰/۰۰۰	۱۹/۷۲۵/۶۷۳	۴۳۵/۰۰۰	۱۰/۰۸۸/۴۷۲
سود تقسیمی سالانه									

جدول ۴. داده ها

کشدگی	چولگی	واریانس	درجه	ضریب تغییرات	انحراف معیار	میانگین	
۱/۰۶	۰/۶۲	۱۵۶/۹۹	۱	۱/۸۵	۱۲/۵۲	۶/۷۶	صنایع مس ایران
۲/۹۸	۱/۸۶	۱۵۱۱/۳۴	۵	۳/۹۳	۳۸/۸۷	۹/۸۹	پست بانک ایران
۱/۸۵	۱/۳۵	۸۳/۰۵	۷	۵/۰۶	۹/۱۱	۱/۸۰	سرمایه گذاری بهمن
۳/۲۶	۱/۷۳	۲۷۱/۴۹	۱۰	۴۷/۴۲	۱۶/۴۷	۰/۳۴	پارس خودرو
-۰/۵۲	۰/۲۴	۸۳/۴۸	۸	۶/۵۰	۹/۱۳	۱/۴۰	سرمایه گذاری صنعت و معدن
۰/۰۶	۰/۳۶	۴۰/۱۰	۲	-۲/۱۷	۶/۳۳	-۲/۹۲	بیمه پارسیان
۲/۸۳	۱/۳۹	۱۵۰/۸۷	۶	-۴/۱۸	۱۲/۲۸	-۲/۹۳	سرمایه گذاری ملت
۰/۶۴	-۰/۶۷	۲۵/۷۶	۴	۳/۱۳	۵/۰۷	۱/۶۲	بانک ملت
-۱/۵۴	-۰/۷	۶۷/۱۸	۳	۲/۵۳	۸/۱۹	۳/۲۳	مخابرات ایران
-۰/۵۷	۰/۷۷	۱۶۰/۴۸	۹	۶/۵۴	۱۲/۶۶	۱/۹۳	سرمایه گذاری ملی ایران

جدول ۵. ماتریس کوواریانس سهام

صنایع مس ایران	سرمایه گذاری ملی ایران	مخابرات ایران	بانک ملت	سرمایه گذاری ملت	بیمه پارسیان	سرمایه گذاری صنعت و معدن	پارس خودرو	سرمایه گذاری بهمن	پست بانک ایران
۳۳/۱۱	۱۵/۰۶	-۰/۷۳	۳۴/۳۱	۲۷/۴۷	۱۰۴/۴۹	-۱۵/۱۳	-۹/۰۸	-۴۳/۶۹	۱۵۱۱/۳۴
۲۳/۹۳	۸۸/۱۳	۴۵/۶۷	۱۴/۵۹	۱۷/۴۳	۸/۸۷	۵۸/۷۵	۱۲۷/۵۶	۸۳/۰۵	-۴۳/۶۹
۴۴/۲۷	۱۸۹/۳۱	۸۷/۴۷	۳۴/۵۹	۵۹/۷۹	۲۹/۹۱	۷۴/۷۴	۲۷۱/۴۹	۱۲۷/۵۶	-۹/۰۸
-۴/۰۰	۷۷/۲۷	۵۱/۴۹	۱۴/۹۴	۲۵/۸۴	۱۱/۲۴	۸۳/۴۸	۷۴/۷۴	۵۸/۷۵	-۱۵/۱۳
۱۵/۹۴	۲۳/۹۹	۱۸/۷۱	۲۰/۵۳	۵۵/۲۸	۴۰/۱۰	۱۱/۲۴	۲۹/۹۱	۸/۸۷	۱۰۴/۴۹
۴۲/۸۰	۶۸/۳۳	۴۴/۵۶	۲۹/۱۴	۱۵۰/۸۷	۵۵/۲۸	۲۵/۸۴	۵۹/۷۹	۱۷/۴۳	۲۷/۴۷
۳۷/۸۸	۱۳/۷۲	۲۶/۰۱	۲۵/۷۶	۲۹/۱۴	۲۰/۵۳	۱۴/۹۴	۳۴/۵۹	۱۴/۵۹	۳۴/۳۱
۱۷/۲۱	۸۴/۳۲	۶۷/۱۸	۲۶/۰۱	۴۴/۵۶	۱۸/۷۱	۵۱/۴۹	۸۷/۴۷	۴۵/۶۷	-۰/۷۳
۳۵/۲۳	۱۶۰/۴۸	۸۴/۳۲	۳۱/۷۲	۶۸/۳۳	۲۳/۹۹	۷۷/۲۷	۱۸۹/۳۱	۸۸/۱۳	۱۵/۰۶
۱۵۶/۹۹	۳۵/۲۳	۱۷/۲۱	۳۷/۸۸	۴۲/۸۰	۱۵/۹۴	-۴/۰۰	۴۴/۲۷	۲۳/۹۳	۳۳/۱۱

جدول ۶. سطح مطلوب متغیرهای آرمان‌ها

	μ^*	σ^{**}	D^*	S^*	K^*
سطح مطلوب	۹/۸۹	۲۵/۷۶	۱۹۷۲۵۶۷۳	۱/۸۶	-۱/۵۴

جدول ۷. ضرایب اهمیت آرمان‌ها

ضرایب ترجیحات	W_5	W_4	W_3	W_2	W_1
مقدار	۰/۱۵	۰/۲۰	۰/۱۰	۰/۳۰	۰/۲۵

با وارد کردن این اطلاعات به برنامه LINGO مقادیر به صورت جدول ۸ به دست آمد.

جدول ۸. درصد هر سهم در پرتفولیو

بازده پرتفولیو	پست بانک ایران	سرمایه گذاری بهمن	پارس خودرو	سرمایه گذاری صنعت و معدن	بیمه پارسیان	سرمایه گذاری ملت	بانک ملت	مخابرات ایران	سرمایه گذاری ملی ایران	صنایع مس ایران
۲/۰۳	۰/۰۲	۰	۰	۰/۰۶	۰/۲۸	۰	۰	۰/۴۹	۰	۰/۱۵
۱/۹۲	۰/۰۱۸	۰/۱۰	۰	۰/۰۸۳	۰	۰	۰/۷۳	۰	۰	۰/۰۵۶

با به دست آمدن مقادیر در جدول ۸ ارزش تابع هدف ۰/۵۳ می‌گردد که با مقایسه با رتبه‌بندی سهام‌ها براساس ضریب تغییرات آنان در جدول ۴ منطقی به نظر می‌رسد. علاوه بر این با مقایسه بازده کل این پرتفولیو که از دو مدل مارکوویتز و مدل ارایه شده در این تحقیق ملاحظه می‌شود که این مدل جواب بهتری را می‌دهد و توجه به چولگی و کشیدگی و سود تقسیمی سالانه حایز اهمیت است. برای تست مدل با جایگزینی ۱۰ ترجیح مختلف سرمایه‌گذاران در مدل و درصد سرمایه‌گذاری در هر سهم محاسبه می‌گردد که این مقادیر در جدول ۹ نشان داده شده‌است. که این مقادیر نیز منطقی می‌باشند، به طور مثال انتخاب ۷۸٪ در سهم مخابرات ایران در ترجیح ۸ با توجه به سود تقسیمی بالا نسبت به دیگر سهام‌ها صحیح است. ملاحظه می‌گردد که در هر ترجیحی که میزان اهمیت سود تقسیمی بیشتر است مدل سهم بیشتری از شرکت مخابرات ایران خریداری می‌کند که این به معنای عملکرد صحیح مدل می‌باشد.

جدول ۹. مقایسات نتایج براساس ترجیحات مختلف

	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
W_1	۰/۳	۰/۴	۰/۳	۰/۲	۰/۲	۰/۳	۰/۱	۰/۲	۰/۲	۰/۳
W_2	۰/۳	۰/۲	۰/۴	۰/۳	۰/۲	۰/۴	۰/۴	۰/۳	۰/۲	۰/۳
W_3	۰/۲	۰	۰/۱	۰/۲	۰/۳	۰/۳	۰/۲	۰/۳	۰/۱	۰
W_4	۰/۱	۰/۱	۰/۱	۰/۲	۰/۲	۰	۰/۲	۰/۱	۰/۲	۰/۲
W_5	۰/۱	۰/۳	۰	۰/۱	۰/۲	۰	۰	۰/۱	۰/۳	۰/۳
صنایع مس ایران	۰/۱۵	۰/۰۷	۰/۰۵	۰/۲۰	۰/۱۳	۰/۱۱	۰/۳۲	۰/۲۰	۰/۰۸	۰/۰۹
سرمایه گذاری ملی ایران	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰
مخابرات ایران	۰/۴۹	۰/۳۳	۰/۰۸	۰/۶۷	۰/۷۲	۰/۴۳	۰/۶۳	۰/۷۸	۰/۷۳	۰/۴۴
بانک ملت	۰/۰۹	۰/۱۰	۰/۶۶	۰	۰	۰/۴۵	۰	۰	۰	۰
سرمایه گذاری ملت	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰
بیمه پارسیان	۰/۲۵	۰/۳۸	۰	۰/۱۲	۰/۰۵	۰	۰	۰	۰/۱۹	۰/۳۸
پارس خودرو	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰/۰۹
سرمایه گذاری صنعت و معدن	۰/۰۲	۰/۱۲	۰/۰۳	۰	۰	۰	۰/۰۱	۰	۰	۰
سرمایه گذاری بهمن	۰	۰	۰/۱۶	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰
پست بانک ایران	۰	۰	۰/۰۲	۰/۰۱	۰/۰۸	۰/۰۱	۰/۰۴	۰/۰۲	۰	۰

۴ نتیجه گیری

در این مقاله پس از پرداختن به ادبیات تحقیق و بیان مدل های ریاضی انتخاب پرتفولیو و همچنین مقایسه مدل های آرمانی انتخاب پرتفولیو، مدلی ارایه گشت که علاوه بر بازده و ریسک به عنوان معیارهای عمومی انتخاب پرتفولیو، معیارهای چولگی و کشیدگی سود تقسیمی نیز در نظر گرفته شد. کاربرد مدل در پرتفولیویی که شامل ۱۰ سهم ۵۰ شرکت فعال در سه ماه سوم ۱۳۹۰ می باشد تست گردید. داده های مساله از نرم افزار TADBIR و SPSS جمع آوری شدند. ترجیحات مختلفی در نظر گرفته شدند و درصد سرمایه گذاری در هر سهم با استفاده از مدل نوشته شده در برنامه LINGO محاسبه گردید. با مقایسه بازده پرتفولیو (با سهام های یکسان) بدست آمده از مدل مارکوویتز و مدل ارایه شده، این نتیجه حاصل شد که معیارهای دیگر علاوه بر بازده و ریسک نباید در انتخاب سبد بهینه نادیده گرفته شوند. همان طور که ملاحظه شد با توجه بدین عوامل نتایج بهینه تری حاصل می شود. سرمایه گذاران می توانند از مدل ارایه شده برای انتخاب پرتفوی بهینه سهام استفاده نمایند.

منابع

- [۱] جونز، چ. پ.، (۱۳۸۹). مدیریت سرمایه‌گذاری، رضا تهرانی و عسگر نوربخش، تهران، انتشارات نگاه دانش.
- [۴] بیدگلی، غ. ر.، تلنگی، ا.، (۱۳۸۷). مدل‌های برنامه‌ریزی آرمانی در انتخاب پرتفولیوی بهینه. تحقیقات مالی، شماره ۱۳ و ۱۴، دانشکده مدیریت دانشگاه تهران.
- [۸] نصراللهی، ا.، (۱۳۸۹). برنامه‌ریزی آرمانی و کاربردهای آن، پایان‌نامه‌ی کارشناسی ارشد رشته‌ی ریاضی کاربردی گرایش تحقیق در عملیات، دانشکده علوم گروه ریاضی دانشگاه اصفهان.
- [۹] فراگوزلو، ع. ر.، برزگر، م.، (۱۳۸۷). برنامه‌ریزی آرمانی با استفاده از رویکرد AHP جهت بهینه‌سازی ترکیب تولید، مجله بررسی‌های بازرگانی، شماره ۲۹، موسسه مطالعات و پژوهش‌های بازرگانی.
- [۱۱] خلیلی عراقی، م.، (۱۳۸۵). انتخاب بدنه بهینه سهام با استفاده از برنامه‌ریزی آرمانی، پژوهشنامه اقتصادی، شماره ۶، پیاپی ۲۰، تهران.
- [۱۳] انواری رستمی، عل. ا.، نعمت‌الهی اردستانی، ا. ر.، (۱۳۸۲). طراحی مدل برنامه‌ریزی آرمانی سرمایه‌گذاری: مطالعه‌ی موردی: صنعت بیمه ایران. بررسی‌های حسابداری و حسابرسی، سال ۱۰، شماره ۳۲، دانشکده مدیریت دانشگاه تهران.
- [2] King, B. F., (1966). Market and Industry Factors in Stock Price Behavior. Journal of Business, 1, 139-90.
- [3] Evans, S., Archer, S. H., (1970). Diversification and the Reduction of Dispersion: An Emprial Analysis. Journal of Finance, 25(3), 761 –769.
- [5] Charnes, A., Cooper W. W., Ferguson, R., (1995). Optimal Estimation of Executive Compensation by Linear Programming, Management Sci, 1138-151.
- [6] Charnes, A., Cooper, W. W., (1961). Management Models and Industrial Applications of Linear Programming. New York: John Wiley & Sons.
- [7] Ijiri, Y., (1965). Management Goals and Accounting for Control. Chicago: Randmcnally.
- [10] Lee, S. M., Lerro, A. J., (1973). Optimizing the Portfolio Selection for Mutual Funds. the Journal of Finance, 1087-1099.
- [12] Lee, S. M., Chesser, D. L., (1980). Goal Programming for Portfolio. The Journal of Portfolio Management, 22-26.
- [14] Mansour, N., Rebai, A., Aouni, B., (2007). Portfolio Selection through Imprecise Goal Programming Model: Integration of the Manager's Preferences. Journal of Industrial Engineering International, 3(5), 1-8.
- [15] Kleniati, P. M., Rustem, B., (2009). Portfolio Decisions with Higher Order Moments. Comisef Working Papers Series.
- [16] Mhiri, M., Prigent, J. L., (2010). International Portfolio Optimization with Higher Moments. International Journal of Economics and Finance, 2(5).
- [17] Kemalbay, G., Ozkut, C. M., Franko, C., (2011). Portfolio Seection with Higher Moments: a Ploynomial Goal Programming Approach to Ise-30 Index. Econometrics and Statistics Issue: 13 (12th International Econometrics, Operations Research, Statistics Symposium Special Issue), 41-61.
- [18] Gan, Q., (2011). On Polynomial Goal Programming and Mean-Variance-Skewness Portfolio Selection. Papers Being Presented at the 2011 Afaanz Conference accounting and Finance Association of Australia and New Zealand, 3-5 July, Darwin, Australia.