

الگوریتم شبیه‌سازی آنیلینگ برای بودجه‌بندی سرمایه‌ای فازی بر اساس برنامه‌ریزی شانس و تحلیل حساسیت پارامترهای آن

سپیده فریدونی*، پگاه مرادیان بروجنی

دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه یزد

رسید مقاله: نهم خرداد ماه 1390

پذیرش مقاله: بیست و هشتم مهر ماه 1390

چکیده

جمع‌آوری اطلاعات و داده‌های دقیق برای توصیف رفتار سیستم‌های واقعی کاری بسیار مشکل است. همچنین مدل‌سازی دقیق ریاضی، با افزایش پیچیدگی سیستم‌ها غیرممکن به نظر می‌رسد، از این‌رو محاسبات فازی پاسخی برای مسایل پیچیده امروز است. در این مقاله از مفاهیم فازی، برنامه‌ریزی شانس و روش شبیه‌سازی آنیلینگ به‌عنوان وسیله‌ای جهت تعیین ارزش خالص فعلی چند پروژه و در نهایت انتخاب اقتصادی‌ترین آن‌ها بهره‌گرفته شده است. هزینه‌های سرمایه‌گذاری و فرآیند مالی خالص سالیانه به صورت فازی بر اساس مقدار اعتبار در نظر گرفته شد. ابتدا تکنیک شبیه‌سازی فازی برای محاسبه مقدار تابع هدف و مقدار اعتبار متغیرهای فازی مورد استفاده قرار گرفت، سپس مدل با استفاده از شبیه‌سازی آنیلینگ حل و با نتایج حاصل از شبیه‌سازی فازی بر اساس الگوریتم ژنتیک و روش شاخه و حد مقایسه گردید. نتایج نشان‌دهنده این موضوع است؛ که الگوریتم ژنتیک در ابعاد کوچک در مقایسه با شبیه‌سازی آنیلینگ، دارای خطای کمتر و نتیجه بهتری است. همچنین مشخص گردید که در بین پارامترهای تاثیرگذار در الگوریتم SA، ضریب دمای نهایی " β " از اهمیت بیشتری برخوردار بوده و در صورتیکه به حد کافی کوچک اختیار گردد، الگوریتم می‌تواند در زمان بسیار مناسب به نتیجه قابل قبولی برسد.

کلمات کلیدی: ارزش خالص فعلی، برنامه‌ریزی شانس، شبیه‌سازی فازی، شبیه‌سازی آنیلینگ، آنالیز حساسیت.

1 مقدمه

در مسایل بودجه‌بندی سرمایه‌ای، هدف انتخاب یک ترکیب مناسب از پروژه‌های موجود جهت ماکزیم نمودن سود موسسه بازرگانی است [1-2]. Weingartner سهم عمده‌ای جهت ارائه فرمول تئوری مساله داشت [3].

*عهدہ دار مکاتبات

آدرس الکترونیکی: sepideh.fereidouni@stu.yazduni.ac.ir

او یک مدل برنامه‌ریزی خطی به‌منظور ماکزیم نمودن سود حاصل از ارزش خالص فعلی "NPV¹" با محدودیت بودجه در دسترس برای انجام پروژه‌ها پیشنهاد داد. نظر به اینکه پروژه غیر قابل تقسیم هستند، مدل ارایه شده باید دوباره به‌صورت مدل برنامه‌ریزی اعداد صحیح فرموله می‌شد. از این‌رو، Weingartner نظریه بودجه‌بندی سرمایه‌ای را بهبود بخشید و یک مدل برنامه‌ریزی خطی با در نظر گرفتن متغیرهای 0 و 1 به‌منظور انتخاب پروژه‌هایی با ماکزیم سود و با در نظر گرفتن محدودیت بودجه در دسترس پیشنهاد داد. تلاش‌های بعدی محققین بر این بود که ارتباط و کاربرد مدل پیشنهاد شده را در دنیای واقعی افزایش دهند [4]. در این راستا دو حالت بوجود آمد، در حالت اول، محقیق براساس نظریه‌های احتمال از داده‌های گذشته به عنوان ابزاری مفید برای حل مسایل بودجه‌بندی استفاده کردند [5-7]. در حالت دوم اطلاعات نامعین، محققین را بر آن داشت که تئوری مجموعه‌های فازی را بکار گیرند، برای مثال، Avineri میانگین وزنی فازی و یک مجموعه noncompensatory فازی روش‌های تصمیم را برای انتخاب پروژه‌های حمل و نقل بکار گرفت. در حالاتی نیز از مفاهیم فازی در کنار مفاهیم احتمالی استفاده شده [8]، که به عنوان مثال Liu, Liu & Iwamura برنامه‌ریزی شانس احتمالی را با مفاهیم فازی توسعه داده [9-10] و در مطالعات بعدی Liu برنامه‌ریزی شانس با مقدار اعتبار² را برای مساله بودجه‌بندی سرمایه‌ای بکاربرد [11]. در این مقاله نیز از برنامه‌ریزی شانس براساس مقدار اعتبار جهت حل مدل بهره گرفته شد. اعتبار، رویدادی فازی است که اولین بار توسط Liu مطرح و پس از انجام تحقیقاتی مشخص گردید که جایگزین مناسبتری برای نشان دادن شانس امکان³ وقوع رویداد فازی است [12 و 4] که این موضوع در قسمت دوم به طور خلاصه مورد بررسی قرار خواهد گرفت. پس از توصیف مساله بودجه‌بندی و ارایه مدل جهت انتخاب ترکیب بهینه پروژه‌ها در قسمت سوم، مدل برنامه‌ریزی شانس با پارامترهای مخارج سرمایه‌گذاری و فرآیندهای مالی خالص سالیانه فازی در قسمت چهارم آورده می‌شود. مفاهیم شبیه‌سازی فازی و تبرید⁴ با بیان مثالی جهت حل الگوریتم پیشنهادی و مقایسه آن با الگوریتم ژنتیک در قسمت پنجم ذکر شده، در قسمت ششم آنالیز حساسیت پارامترهای موثر بر جواب مورد بحث قرار گرفته و در پایان به بیان جمع‌بندی و نتیجه‌گیری، پرداخته شده است.

2 مفاهیم پایه‌ای نظریه مجموعه‌های فازی

تئوری منطقی فازی برای اولین بار توسط زاده [13] و گوگن در [6-7] ارایه شد. از کاربردهای این تئوری می‌توان به کنترل فازی اشاره کرد که اساس آن تعیین قوانینی است که متغیرهای ورودی را بر حسب متغیرهای زبانی (توصیفی) به متغیرهای کنترل ارتباط می‌دهد [14]. عضویت گروه فازی با دوگانگی مطابقت نداشته و همواره درجاتی از عدم قطعیت وجود دارد، بطوریکه عناصر این مجموعه‌ها به طور نسبی به مجموعه خود تعلق دارند [15]. با توجه به استفاده از مفهوم اعتبار جهت مدل‌سازی، بیان مقدماتی جهت آشنایی با اندازه‌های دنیای

¹ . Net Present Value

² .Credibility

³ . Possibility

⁴ . تمامی الگوریتم‌ها (شبیه‌سازی فازی و آنیلینگ) با استفاده از نرم‌افزار MTLAB R2009a در کامپیوتر شخصی با مشخصات Intel(R), 2.66GHz نوشته شده‌اند.

فازی ضروری به نظر می‌رسد. در دنیای فازی، 3 اندازه مهم وجود دارد: امکان، التزام⁵ و اعتبار. چنانچه متغیرهای موردنظر، فازی مثلثی با تابع عضویت $\mu(r)$ و سه تایی $\xi=(a,b,c)$ باشند، احتمال یک رویداد فازی، با $\xi \leq r$ مشخص شده، به صورت زیر تعریف می‌شود [12,16,17]:

$$Pos\{\xi \leq r\} = \sup \mu(u) = \begin{cases} 0 & r \leq a \\ \frac{r-a}{b-a} & a \leq r \leq b \\ 1 & r \geq b \end{cases} \quad (1)$$

$$Nec\{\xi \leq r\} = 1 - Pos\{\xi > r\} = 1 - \sup \mu(u) = \begin{cases} 0 & r \leq b \\ \frac{r-b}{c-b} & b \leq r \leq c \\ 1 & r \geq c \end{cases}, u > r \quad (2)$$

$$Cr\{\xi \leq r\} = \frac{1}{2}(Pos\{\xi \leq r\} + Nec\{\xi \leq r\}) = \begin{cases} 0 & r \leq a \\ \frac{r-a}{2(b-a)} & a \leq r \leq b \\ \frac{c-2b+r}{2(c-b)} & b \leq r \leq c \\ 1 & r \geq c \end{cases} \quad (3)$$

با توجه به خاصیت خود دوگانگی⁶ اعتبار در مقابل امکان و التزام چنین نتیجه گرفته می‌شود که، رویدادی با مقدار ماکزیمم یک برای امکان، نمی‌تواند اتفاق افتد درحالی که رویداد با ماکزیمم اعتبار قطعاً دارای مقدار یک است و بیان‌کننده این موضوع است که، رویداد با بالاترین شانس اتفاق خواهد افتاد. با توجه به نکات گفته شده، اعتبار برای نشان دادن شانس رویداد فازی از امکان مناسب‌تر است [1]. با توجه به تعریف تابع عضویت متغیر فازی مثلثی، چنانچه $r \geq b$ باشد، آن گاه $Pos\{\xi \leq r\}$ برابر 1 است. لازم بذکر است که همواره $\{\xi \leq r\}$ نیست، زیرا در مسایل تصمیم‌گیری با توجه به متغیر بودن شرایط، حتی هنگامیکه سطح اطمینان به بزرگی 1 باشد، رویداد مطلوب به طور قطع اتفاق نمی‌افتد. علاوه براین، چون هر دو مقدار امکان رویدادهای فازی $\{\xi \leq b_1\}$ و $\{\xi \leq b_2\}$ برابر یک است، لذا اطلاعات متفاوتی در مورد این دو رویداد فازی وجود ندارد. با این وجود وقتی از اعتبار استفاده می‌شود، رویداد فازی $\{\xi \leq b_1\}$ شانس کمتری از رویداد فازی $\{\xi \leq b_2\}$ برای اتفاق افتادن دارد (یعنی رابطه $Cr\{\xi \leq b_1\} \leq Cr\{\xi \leq b_2\}$ برقرار است [3,17]).

3 ساخت مدل

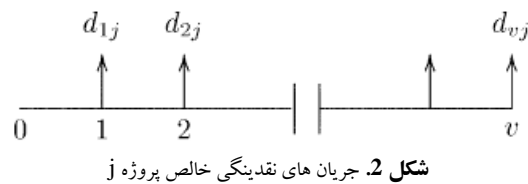
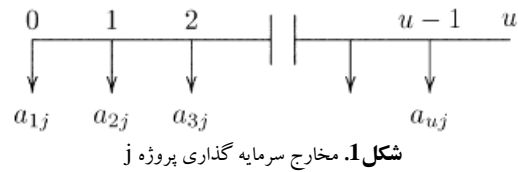
شرکتی را در نظر بگیرید که k پروژه ناسازگار برای سرمایه‌گذاری دارد، مدت زمان سرمایه‌گذاری همه پروژه‌ها u و دوره بازگشت سرمایه آن‌ها v سال است. با توجه به محدودیت بودجه در طول دوران سرمایه‌گذاری (a_m) ، شرکت باید تصمیم بگیرد کدام پروژه را در شروع اولین سال انتخاب کند به طوریکه سرمایه برگشت‌پذیر ماکزیمم شود. در این مدل (a_{mj}) نشان‌دهنده مخارج سرمایه‌گذاری پروژه j در آغاز m

⁵. Necessity

⁶. Self dual

فریدونی و همکار، الگوریتم شبیه‌سازی آنیلینگ برای بودجه‌بندی سرمایه‌ای فازی براساس برنامه‌ریزی شانس و تحلیل حساسیت پارامترهای آن

امین سال، $(m=1, \dots, u)$ و d_{nj} نشان‌دهنده جریان نقدینگی خالص پروژه j در پایان n امین سال، $(n=1, 2, \dots, v)$ است. در شکل 1 و 2 مخارج سرمایه‌گذاری و جریان نقدی خالص نشان داده شده‌اند.



هدف، تعیین ماکزیمم مقدار سرمایه برگشت‌پذیر شرکت با استفاده از روش NPV است. NPV، دریافت‌های آینده و یا هزینه یک پروژه را به فرآیندهای مالی مساوی در زمان حال تبدیل می‌کند. چنانچه i نرخ بهره در طول دوران سرمایه‌گذاری باشد، متغیر تصمیم " x_j " به صورت زیر خواهد بود:

$$x_j = \begin{cases} 1 & \text{if Project } j \text{ is Selected} \\ 0 & \text{Otherwise} \end{cases} \quad j=1, 2, \dots, k$$

بنابراین با توجه به محدودیت بودجه در دسترس و هدف مدل، مساله بودجه‌بندی سرمایه‌ای به صورت زیر فرموله می‌شود [3,16]:

$$\begin{aligned} \text{Max} \quad & \sum_{j=1}^k \sum_{n=1}^v \frac{d_{nj}}{(1+i)^n} x_j \\ \text{s.t.} \quad & \\ & \sum a_{mj} x_j \leq a_m, \quad m=1, 2, \dots, u, \\ & x_j = 1, 0, \quad j=1, 2, \dots, k. \end{aligned} \tag{4}$$

4 مدل برنامه‌ریزی شانس فازی

برنامه‌ریزی شانس یک رویکرد جهت حل مسایل احتمالی است و اولین بار توسط Charnes و Cooper [18] تعریف شد. هدف اصلی این تکنیک تعیین معادلات قطعی محدودیت‌های احتمالی است. جزئیات برنامه‌ریزی شانس را می‌توانید در Birge و Louveaux ملاحظه نمایید [19-20]. در مسایل بودجه‌بندی سرمایه‌ای قبل، چنانچه جریان‌های نقدینگی خالص پروژه j در پایان n امین سال و مخارج سرمایه‌گذاری آن را در آغاز m امین سال به ترتیب با η_{nj} و ξ_{mj} نشان دهیم، هدف نمی‌تواند مقادیر قطعی بگیرد

و محدودیت‌های فازی، هر مجموعه امکان‌پذیر قطعی را تعریف نمی‌کنند. بنابراین، مدل مساله بصورت فرمول 5 درمی‌آید [1,16]:

$$\begin{aligned}
 & \text{Max } \bar{f} \\
 & \text{s.t.} \\
 & \text{Cr} \left\{ \sum_{j=1}^k \sum_{n=1}^v \frac{\eta_{nj}}{(1+i)^n} x_j \geq \bar{f} \right\} \geq \alpha, \\
 & \text{Cr} \left\{ \sum_{j=1}^k \xi_{mj} x_j \leq a_m \right\} \geq \beta_m, \quad m = 1, 2, \dots, u, \\
 & x_j \in \{0, 1\}, \quad j = 1, \dots, k.
 \end{aligned} \tag{5}$$

که α و β_m سطوح Credibility و \bar{f} ماکزیمم سرمایه برگشت‌پذیر که سرمایه‌گذار می‌تواند از سطح اطمینان α به دست آورد.

5 شبیه‌سازی فازی براساس شبیه‌سازی آنیلینگ

به‌علت فازی بودن متغیرها، ممکن است حل بهینه مساله پیشنهادی با استفاده از راه‌حل‌های کلاسیک و سنتی مشکل باشد. شبیه‌سازی آنیلینگ یکی از روش‌های موفق حل بسیاری از مسایل بهینه‌سازی پیچیده صنعتی است که روش‌های تحلیلی قادر به حل آن‌ها نمی‌باشند. از این‌رو، در این مقاله شبیه‌سازی فازی براساس شبیه‌سازی آنیلینگ برای به دست آوردن یک جواب عمومی مدل مورد استفاده قرار گرفته است. ابتدا با استفاده از تکنیک شبیه‌سازی فازی مقدار تابع هدف و مقدار Credibility متغیرهای فازی به دست آمده و سپس شبیه‌سازی فازی و شبیه‌سازی آنیلینگ برای تولید الگوریتم هوشمند ترکیبی جهت حل مدل فازی مورد استفاده قرار خواهند گرفت. شبیه‌سازی آنیلینگ یک روش جستجوی محلی متاهوریستیک بر مبنای مدل مونت کارلو است که به طور گسترده در عرصه‌های گوناگون مسایل بهینه‌سازی ترکیبی مورد استفاده قرار می‌گیرد. اساس این الگوریتم بر رابطه بین ساختار اتمی، آنتروپی و دما در طول تبرید یک ماده و شباهت با پدیده فیزیکی آنیلینگ است. این روش که اولین بار توسط کرک پاتریک و همکاران [21,24] در سال 1983 جهت حل مسایل بهینه‌سازی ارایه شد، به وسیله جستجو در مجموعه‌ای از جواب‌های شدنی برای یافتن جواب بهینه عمل می‌کند. در روند این جستجو، الگوریتم با یک T_0 (دمای اولیه) و S_0 (جواب اولیه) شروع شده که ابتدا، این جواب، اولین (S_C) و بهترین جواب (S_B) است. یک جواب همسایگی (S_N) با تعویض بعضی عناصر S_C به دست می‌آید. چنانچه تابع هدف به ازای S_N و S_C را با E_N و E_C نشان دهیم، اگر E_N از E_C بهتر باشد، S_N به عنوان S_C جدید پذیرفته و در تکرار بعد S_N جدید تولید می‌شود. ولی چنانچه E_N از E_C بدتر باشد، از معیار متروپلیس استفاده و S_N با احتمال $\exp(-\Delta E/T)$ به عنوان S_C جدید پذیرفته خواهد شد [19]:

$$e^{\pm \left(\frac{\Delta E}{T} \right)} \geq \text{Random} [0,1] \tag{6}$$

فریدونی و همکار، الگوریتم شبیه‌سازی آنیلینگ برای بودجه‌بندی سرمایه‌ای فازی براساس برنامه‌ریزی شانس و تحلیل حساسیت پارامترهای آن

در رابطه (6)، T دمای کنونی و $\Delta E = E_N - E_C$ است، چنانچه E_B از E_C بهتر باشد، S_C به عنوان S_B جدید پذیرفته شده و در غیر این صورت S_B بدون تغییر باقی می‌ماند. SA این فرآیند را به تعداد L_n (طول زنجیره مارکوف) در هر سطح از دما تکرار و پارامتر T به آرامی با استفاده از تابع کاهش دما تا هنگامیکه شرط توقف برقرار گردد کاهش می‌یابد. لازم بذکر است که از علامت منفی برای مسایل مینیمم‌سازی و علامت مثبت برای مسایل ماکزیمم‌سازی استفاده می‌شود. در این روش باید یک الگوی سرد کردن⁷ شامل: دمای اولیه، شرط تعادل، تابع کاهش دما و معیار توقف تعیین کرد. همچنین، باید نحوه تعیین جواب اولیه و چگونگی حرکت به نقاط همسایه نیز مشخص شود. در الگوهای استاتیک، که کارایی بیشتری دارند پارامترها در طول اجرای الگوریتم ثابت هستند [14,23]. برای مطالعه بیشتر در این زمینه می‌توانید مراجع [25-27] را ملاحظه نمایید. گام‌های لازم جهت شبیه‌سازی SA به صورت زیر می‌باشد (شکل 3 را ملاحظه نماید):

- Step 1: Input parameters: T_0 ; T_{final} ; γ ; L_n , set $T = T_0$.
 Step 2: Generate an S_0 and calculate E_0 .
 Step 3: Set $S_c = S_0$; $S_B = S_0$; $E_C = E_0$; $E_B = E_0$; iter = 1:
 Step 4: Generate an S_N from S_C and calculate E_N .
 Step 5: Let $\Delta E = E_N - E_C$.
 Step 6: If $\Delta E \leq 0$ then accept the neighbor solution as new current solution, set $S_C = S_N$; $E_C = E_N$ and go to Step 9.
 Step 7: If $\Delta E < 0$ then generate a random value, rnd, in [0, 1].
 Step 8: If $\exp(+\Delta E / T) > \text{rnd}$ then accept the neighbor solution as new current solution, set $S_C = S_N$; $E_C = E_N$; otherwise, S_C and E_C remain unchanged and go to Step 10.
 Step 9: If $E_C > E_B$ then $S_B = S_C$; $E_B = E_C$; otherwise, S_B and E_B remain unchanged.
 Step 10: If iter= IT then goes to Step 11; otherwise, set iter= iter+ 1 and go to Step 4.
 Step 11: Set $T_{r+1} = (1 - \gamma)T_r$ and iter= 1.
 Step 12: If $T \geq T_{final}$ then go to Step 4; otherwise, report S_B and E_B and Stop [19].

5-1 شبیه‌سازی فازی

چنانچه η_{nj} متغیرهای فازی با توابع عضویت μ_j و X_j متغیرهای تصمیم ($j=1,2,\dots,k$) باشند، به منظور حل مدل پیشنهادی، باید دو نوع تابع نامعین زیر را بکار ببریم:

$$U_1: (x_1, x_2, \dots, x_k)$$

$$\text{Max } \{f^- \mid Cr\{f(x_1, x_2, \dots, x_k, \eta_{1j}, \eta_{2j}, \dots, \eta_{kj}) \geq f^-\} \geq \alpha\}$$

$$\text{Max } \{f^- \mid Cr\{\sum_{j=1}^k \sum_{n=1}^v \frac{\eta_{nj}}{(1+i)^n} x_j \geq f^-\} \geq \alpha\}$$

$$\text{Max } f^-$$

s.t.

$$Cr\{\sum_{n=1}^{10} \frac{\eta_1}{(1+0.06)^n} x_1 + \sum_{n=1}^{10} \frac{\eta_2}{(1+0.06)^n} x_2 + \sum_{n=1}^{10} \frac{\eta_3}{(1+0.06)^n} x_3 + \sum_{n=1}^{10} \frac{\eta_4}{(1+0.06)^n} x_4 + \sum_{n=1}^{10} \frac{\eta_5}{(1+0.06)^n} x_5 + \sum_{n=1}^{10} \frac{\eta_6}{(1+0.06)^n} x_6 \geq f^-\} \geq 0.09$$

⁷ . Cooling Schedule

$$U_2; (x_1, x_2, \dots, x_k) \rightarrow Cr\{g(x_1, x_2, \dots, x_k, \xi_{m1}, \xi_{m2}, \dots, \xi_{mk}) \leq 0\} \geq \beta \rightarrow Cr\{\sum_{j=1}^k \xi_{mj} x_j \leq a_m\} \geq \beta,$$

$$Cr\{\xi_1 x_1 + \xi_2 x_2 + \xi_3 x_3 + \xi_4 x_4 + \xi_5 x_5 + \xi_6 x_6 \leq 15\} \geq 0.95,$$

$$x_j = 0, 1$$

فرآیند شبیه‌سازی فازی جهت محاسبه $U_1: (x_1, x_2, \dots, x_k)$ به طور خلاصه در زیر آمده است:

گام 1. اعداد حقیقی u_{ji} را که $\mu_j(u_{ji}) \geq \varepsilon, j = 1, 2, \dots, k$ و ε یک عدد بقدر کافی کوچک و N یک عدد بقدر کافی بزرگ است را به طور تصادفی تولید کنید.

گام 2. با آزمون دو طرفه ماکزیمم مقدار \bar{f} را پیدا کنید که $D(\bar{f}) \geq \alpha$

$$D(\bar{f}) = \frac{1}{2} (\max\{\min \mu_j(u_{ji}) | f(x_1, x_2, \dots, x_k, u_{1i}, u_{2i}, \dots, u_{ki}) \geq \bar{f}\} +$$

$$1 - \max\{\min \mu_j(u_{ji}) | f(x_1, x_2, \dots, x_k, u_{1i}, u_{2i}, \dots, u_{ki}) \geq \bar{f}\})$$

$$1 \leq i \leq N, 1 \leq j$$

گام 3. به Γ بازگردید.

فرآیند شبیه‌سازی جهت محاسبه $U_2: (x_1, x_2, \dots, x_k)$ نیز به صورت زیر است:

گام 1. اعداد حقیقی u_{ji} را که $\mu_j(u_{ji}) \geq \varepsilon, j = 1, 2, \dots, k$ و ε یک عدد بقدر کافی کوچک و N یک عدد بقدر کافی بزرگ است را به طور تصادفی تولید کنید.

$$D(\bar{f}) = \frac{1}{2} (\max\{\min \mu_j(u_{ji}) | g(x_1, x_2, \dots, x_k, u_{1i}, u_{2i}, \dots, u_{ki}) \leq 0\} +$$

$$1 - \max\{\min \mu_j(u_{ji}) | g(x_1, x_2, \dots, x_k, u_{1i}, u_{2i}, \dots, u_{ki}) > 0\})$$

$$1 \leq i \leq N, 1 \leq j$$

گام 2. از طریق فرمول تخمینی به $U_2: (x_1, x_2, \dots, x_k)$ بازگردید.

2-5 اجزاء و پارامترهای الگوریتم SA

پس از شبیه‌سازی فازی مدل، حال باید پارامترهای لازم جهت الگوریتم SA را مشخص کرد. تمامی گام‌های حل مساله با توجه به مثال زیر و مدل بیان شده در قسمت سوم ذکر گردیده است.

مثال. فرض کنید که شش پروژه مستقل از هم با دوره سرمایه‌گذاری یکساله در دست باشد. ارزش اسقاط برای 6 پروژه در پایان عمر اقتصادی آن‌ها صفر و هزینه سرمایه‌گذاری هر پروژه در آغاز سال و جریان نقدینگی خالص سالیانه آن در پایان هر سال متغیرهای فازی مثلثی هستند که اطلاعات موردنظر در جدول 1 آورده شده. نرخ بهره 6٪ در سال منظور شده است.

گام اول. انتخاب جواب اولیه: انتخاب تصادفی یکی از جواب‌های موجه:

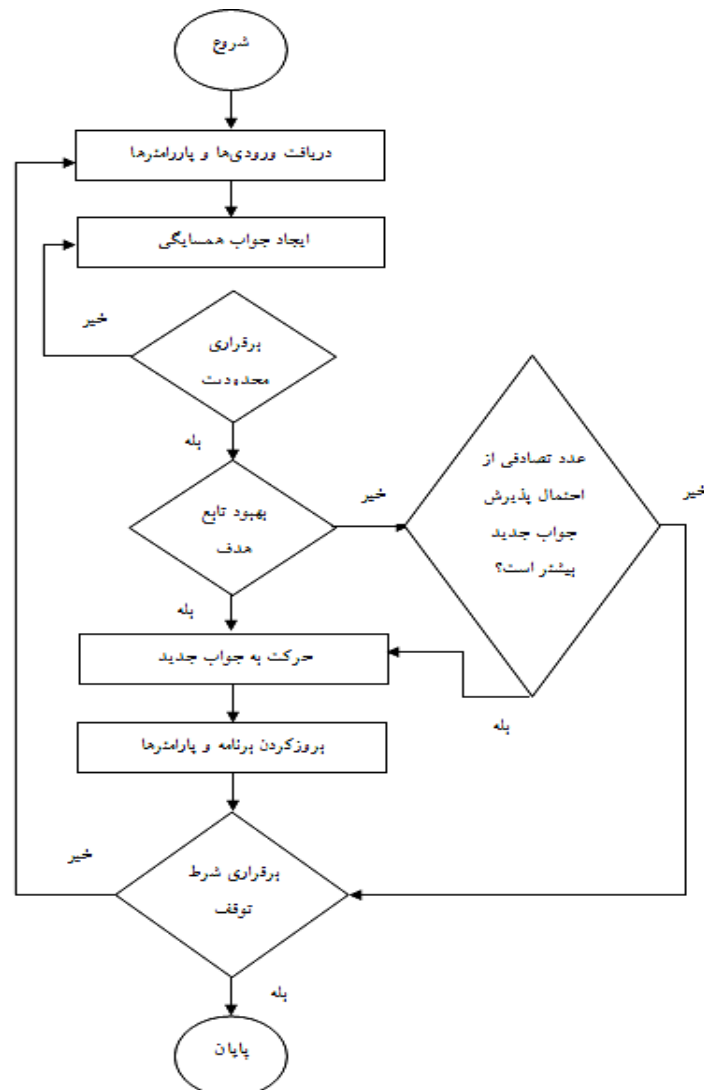
$$S_0 = [1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]$$

گام دوم. مکانیزم ایجاد جواب همسایگی: در این مثال از مکانیزم ساده و تصادفی تبدیل یک به صفر و یا برعکس، استفاده شده است.

فریدونی و همکار، الگوریتم شبیه‌سازی آنیلینگ برای بودجه‌بندی سرمایه‌ای فازی براساس برنامه‌ریزی شانس و تحلیل حساسیت پارامترهای آن

گام سوم. انتخاب دمای اولیه: انتخاب دمای اولیه تأثیر زیادی در جواب نهایی مساله دارد، چنانچه دمای اولیه پایین باشد، احتمال پذیرش جواب‌های بدتر کاهش یافته و ممکن است سیستم در جواب بهینه محلی باقی بماند. اگر بخواهیم جواب نهایی مستقل از جواب شروع باشد، دمای اولیه باید به اندازه کافی زیاد در نظر گرفته شود، تا امکان تعویض تقریباً آزاد جواب‌های همسایگی وجود داشته باشد، در غیر اینصورت جواب نهایی به سمت جواب شروع نزدیک خواهد شد. وایت نظریه معادل بودن T_0 با انحراف استاندارد هزینه‌های سیستم از میانگین هزینه را مطرح نمود [28]. در این روش دمای اولیه را معادل انحراف استاندارد مقادیر ارزش تابع هدف به تعداد دفعات معین اجرای برنامه در حالت ناپایدار⁸ در نظر می‌گیرند. در این مقاله، در هر مرحله براساس 5 نمونه دمای اولیه محاسبه شده است (رابطه 7).

$$T_0 = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^N (obj(j) - Mean)^2}{N - 1}} \quad (7)$$



شکل 3. ساختار پایه‌ای الگوریتم شبیه‌سازی آنیلینگ

⁸ . None Stable

گام چهارم. مکانیزم کاهش دما: ضابطه کاهش دما و حرکت به سمت سرد شدن سیستم، معمولاً با تابعی به شکل زیر نشان داده می‌شود. (Cooling Function) [19]:

$$T_{r+1} = (1-\gamma)T_r, 0.5 \leq \gamma \leq 0.99, \forall r = 1, 2, \dots, n. \quad (8)$$

چنانچه γ مقدار بالایی داشته باشد، سیستم دیرتر سرد شده و تعداد نقاط بیشتری از فضای جواب بررسی می‌شوند، که خود سبب افزایش زمان حل مساله خواهد شد. از اینرو در این مثال γ برابر 0/05 در نظر گرفته شده است.

جدول 1. مخارج سرمایه‌گذاری و جریان نقدینگی خالص فازی (میلیون دلار)

دوره بازگشت سرمایه (سال)	جریان نقدینگی خالص سالیانه	مخارج سرمایه‌گذاری در آغاز هر سال	پروژه
10	$\xi_1 = (3, 4, 5)$	$\xi_1 = (3, 4, 5)$	1
10	$\xi_2 = (2.5, 4.5, 5)$	$\xi_2 = (2.5, 4.5, 5)$	2
10	$\xi_3 = (2.5, 3, 5.5)$	$\xi_3 = (2.5, 3, 5.5)$	3
10	$\xi_4 = (3, 4.5, 5.5)$	$\xi_4 = (3, 4.5, 5.5)$	4
10	$\xi_5 = (3, 3.5, 4)$	$\xi_5 = (3, 3.5, 4)$	5
10	$\xi_6 = (2.5, 3, 3.5)$	$\xi_6 = (2.5, 3, 3.5)$	6

گام پنجم. طول زنجیره مارکوف: ساده‌ترین پیشنهاد برای تعیین مقدار طول زنجیره مارکوف انتخاب یک مقدار مبتنی بر اندازه مساله است [23]. پیشنهاد دیگر این است که به صورت پویا تعداد تکرارها، با پیشروی الگوریتم تغییر یابد. در حل این مثال طول زنجیره مارکوف برابر 60 در نظر گرفته شد.

گام ششم. مکانیزم پذیرش جواب‌های نامزد شده: فرض کنید حل جاری منجر به تابع هدفی معادل E_C شده و نیز جواب همسایگی ایجاد شده دارای مقدار تابع هدف E_N باشد. در حالت ماکزیم‌سازی اگر

$$1. \quad \Delta E = E_N - E_C \geq 0 \quad \text{باشد، جواب همسایگی جایگزین جواب جاری می‌شود و چنانچه } E_N > E_C$$

باشد، $S_B = S_N$ قرار داده، در غیر اینصورت S_B و E_B بدون تغییر باقی می‌مانند.

$$2. \quad \Delta E = E_N - E_C < 0 \quad \text{باشد، مقدار } y = e^{+(\frac{\Delta E}{T})} \text{ با یک عدد تصادفی بین صفر و یک مورد مقایسه قرار}$$

می‌گیرد که اگر از آن عدد تصادفی بزرگتر بود، جواب همسایگی به عنوان S_C پذیرفته می‌شود، و

در غیر این صورت جواب همسایگی دیگری تولید می‌شود.

گام هفتم. معیارهای توقف الگوریتم: معیار توقف، رسیدن به یک دمای نهایی از پیش تعیین شده در جهت پایان دادن به الگوریتم، پس از یافتن جواب‌هایی موثر با خطای پذیرفته شده پس از یک سری تکرارهای داخل الگوریتم می‌باشد. در این مثال جهت محاسبه دمای نهایی از رابطه 9 استفاده شده، که مقدار β برابر 0/01 در نظر گرفته شده است [14,23]:

فریدونی و همکار، الگوریتم شبیه‌سازی آنیلینگ برای بودجه‌بندی سرمایه‌ای فازی براساس برنامه‌ریزی شانس و تحلیل حساسیت پارامترهای آن

$$T_{final} = \beta T_0, \beta \leq 0.01 \quad (9)$$

گام هشتم. ارزیابی جواب‌های تولید شده: جهت ارزیابی کارایی الگوریتم ترکیبی هوشمند طراحی شده، آزمایش‌های عددی با مقادیر مختلف پارامترها در GA و SA انجام و با مقادیر به دست آمده از روش شاخه و حد⁹ مقایسه شدند.

با توجه به اینکه هدف سرمایه‌گذار، ماکزیم نمودن سود با حداقل سطح اطمینان 90٪ و محدودیت مخارج سرمایه‌گذاری به میزان 15 میلیون دلار در سطح اطمینان 95٪ است، مدل حل و نتایج زیر حاصل گردید (پارامترها و نتایج در جداول (2) و (3) نشان داده شده‌اند).

جدول 2. نتایج حاصل از شبیه‌سازی تبرید

درصد خطا(%)	سود 2	سود 1 ¹¹	دمای نهایی	ضریب کاهش دما	دمای اولیه
2.92	78	75.72	0.195	0.05	19.5
2.43	78	76.1	0.185	0.05	18.5
3.45	78	75.31	0.21	0.05	21
2.18	78	76.3	0.255	0.05	25.5
1.15	78	77.1	0.29	0.05	29
1.9	78	76.52	0.33	0.05	33

جدول 3. نتایج حاصل از الگوریتم ژنتیک [1]

اندازه جمعیت	نرخ تقاطع	نرخ جهش	زایش	سود 1 ¹¹	سود 2	درصد خطا(%)
30	0.1	0.3	6000	78.67	78	0.86
30	0.3	0.2	6000	78.88	78	1.13
30	0.3	0.5	6000	79.01	78	1.29
50	0.1	0.3	6000	78.80	78	1.03
50	0.1	0.5	6000	78.98	78	1.26
50	0.3	0.5	6000	78.56	78	0.72

⁹. نتایج حاصل از روش شاخه و حد نشان می‌دهد که در برنامه بهینه $x^* = (1,0,0,1,1,0)$ با $f^* = 78$ میلیون دلار است. با توجه به اینکه متغیرهای مثال از نوع فازی مثلثی هستند و مجموع این متغیرها نیز فازی مثلثی است می‌توان از روش شاخه و حد برای حل استفاده کرد. با این وجود، هنگامی که متغیرهای فازی فرم‌های عمومی‌تری از متغیرهای فازی باشند، دیگر روش شاخه و حد موثر نمی‌باشد. به همین علت، شبیه‌سازی فازی مبتنی بر شبیه‌سازی آنیلینگ می‌تواند مشکل را حل کند.

¹⁰. سودهای وارد شده در ستون سود 1 ماکزیم سودهای بدست آمده از روش SA و سودهای وارد شده در ستون سود 2 ماکزیم سودهای بدست آمده از روش شاخه و حد هستند.

¹¹. سودهای وارد شده در ستون سود 1 ماکزیم سودهای بدست آمده از روش GA و سودهای وارد شده در ستون سود 2 ماکزیم سودهای بدست آمده از روش شاخه و حد هستند.

با توجه به شاخص خطای نسبی تعریف شده زیر می توان مشاهده کرد که خطاهای نسبی روش GA در مقایسه با روش شاخه و حد از 2٪ و در روش SA از 4٪ تجاوز ننموده است. این مطلب نشان دهنده این موضوع است که الگوریتم ترکیبی طراحی شده برای حل مسایل بودجه بندی سرمایه ای در مقایسه با روش GA در مسایل ابعاد کوچک قوی عمل نمی کند:

$$100 \times \{ \text{سود بدست آمده توسط روش شاخه و حد} \} / \{ \text{سود بدست آمده توسط روش شاخه و حد} \} - \{ \text{سود بدست آمده توسط روش شبیه سازی آیلینگ} \}$$

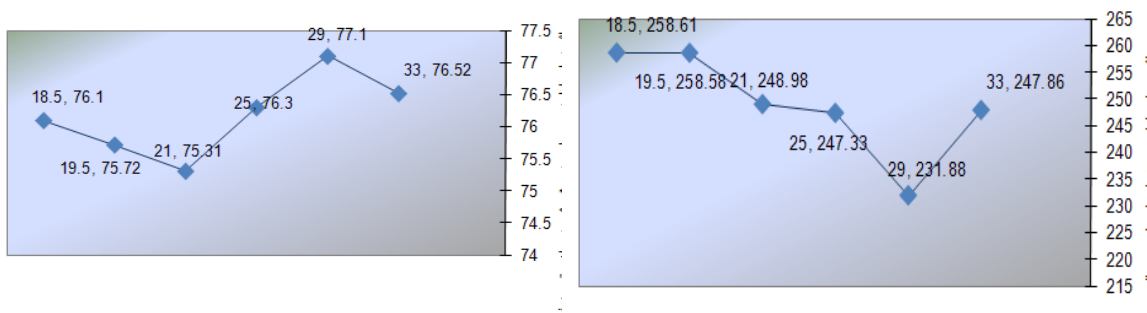
در روش SA $X^* = [1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0]$ با ماکزیمم اعتبار 0/9189 و در GA $X^* = [1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0]$ با مقدار ماکزیمم اعتبار 0/979 مشابه روش شاخه و حد به دست آمده است [1]. این تفاوت اعتبار الگوریتم های SA و GA می تواند ناشی از کوچک بودن ابعاد مساله باشد. در مسایل با ابعاد بزرگ این دو الگوریتم تقریباً جواب های یکسانی تولید خواهند کرد و حتی شاید استفاده از SA بهتر از GA باشد (برای اثبات این موضوع می توانید به مرجع [23] مراجعه نمایید).

6 آنالیز حساسیت مدل نسبت به پارامترهای موثر بر جواب

در این قسمت با بررسی هر یک از پارامترهای موثر در شبیه سازی تبرید چگونگی تاثیر آن ها بر زمان و جواب بهینه مورد بررسی قرار می گیرد که در هر بخش پس از 10 بار اجرا، میانگین جواب ها به عنوان معیار ارزیابی در نظر گرفته شده است.

1-6 دمای اولیه (T_0)

همان طور که گفته شد، انتخاب دمای اولیه تاثیر زیادی در جواب نهایی مساله دارد، بنابراین دمای اولیه باید به اندازه کافی زیاد در نظر گرفته شود، تا امکان تعویض تقریباً آزاد جواب های همسایگی وجود داشته باشد، در غیر این صورت جواب نهایی به سمت جواب شروع نزدیک خواهد شد. با این حال، اگر دمای شروع مقدار بسیار بالایی داشته باشد، آنگاه جستجو می تواند به تمام همسایگی ها جابجا شود و بنابراین جستجو به یک جستجو تصادفی تغییر شکل می دهد و بطور موثر، تا زمانی که دما به اندازه کافی برای شروع عملکرد الگوریتم آیلینگ شبیه سازی شده پایین بیاید، جستجو بصورت تصادفی خواهد بود (نمودارهای 1 و 2 را ملاحظه نمایید).



نمودار 1. بررسی تاثیر دمای اولیه بر جواب

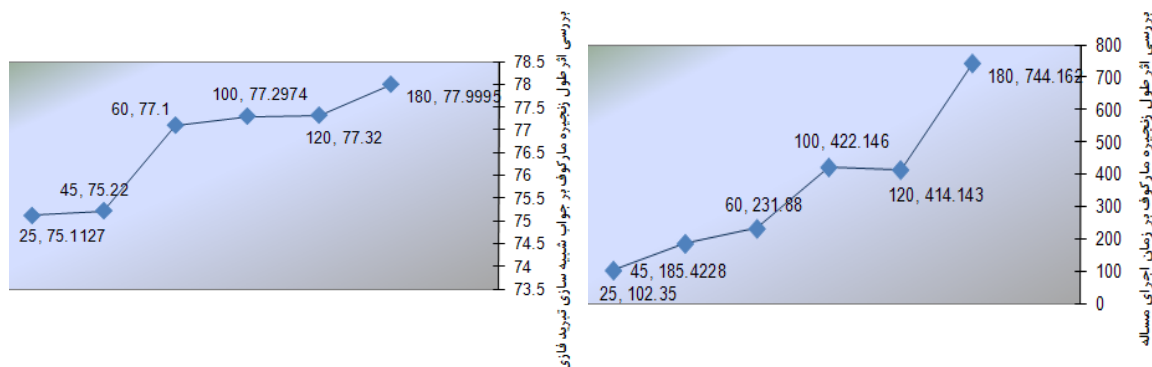
نمودار 2. بررسی تاثیر دمای اولیه بر زمان اجرای برنامه

فریدونی و همکار، الگوریتم شبیه‌سازی آنیلینگ برای بودجه‌بندی سرمایه‌ای فازی براساس برنامه‌ریزی شانس و تحلیل حساسیت پارامترهای آن

در این قسمت $\gamma=0.05$, $\beta=0.01$, $L_n=60$ به‌عنوان پارامترهای ثابت در نظر گرفته شده‌اند.

2-6 طول زنجیره مارکوف (L_n)

همانطور که در بالا اشاره شد، وایت طول زنجیره مارکوف را حداقل به اندازه تعداد متغیرها پیشنهاد داد. یعنی، براساس استدلال وایت، لازم است این مقدار عددی ثابت و غیروابسته به دمای سیستم باشد و این بدان معنی نیست که هرگاه حداقل مقدار طول زنجیره مارکوف رعایت نشود مشکل اساسی پیش خواهد آمد، بلکه هرچقدر این مقدار از حداقل کمتر باشد خطای مساله افزایش خواهد یافت. به‌طوریکه، اگر این مقدار بیشتر از تعداد متغیرهای تصمیم منظور شود، فقط زمان بیشتری صرف جستجوی فضای جواب جهت یافتن همسایگی مناسب خواهد شد که با در نظر گرفتن دقت و کیفیت حل موردنیاز، امری قابل تحمل می‌باشد [23]. حال با ثابت گرفتن دیگر متغیرها و تغییر در L_n نتایج در نمودار 3 و 4 ارائه شده است. همانطور که در نمودار مشاهده می‌شود با افزایش L_n کیفیت جواب‌ها افزایش و در عین حال زمان حل مساله نیز افزایش می‌یابد. در این قسمت $T_0=29$ ، $\gamma=0.05$ ، $\beta=0.01$ به‌عنوان پارامترهای ثابت در نظر گرفته شده‌اند.

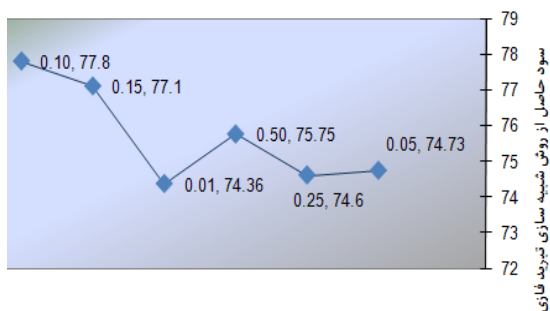


نمودار 3. افزایش L_n و بررسی تاثیر آن بر جواب

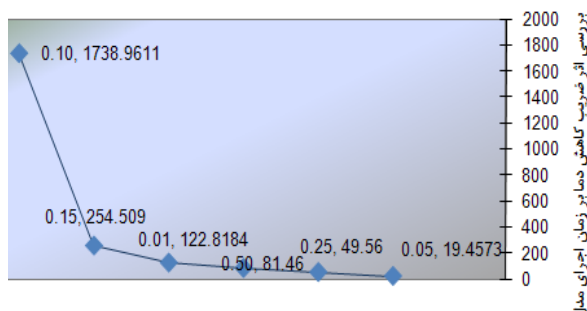
نمودار 4. افزایش L_n و بررسی تاثیر آن بر زمان اجرای برنامه

3-6 ضریب کاهش دما (γ)

این پارامتر تاثیر بسزایی در کیفیت و سرعت همگرایی کیفی و جستجوی دقیق‌تر در هر تکرار را دارد. از آنجا که قانون کاهش دما با فاکتور تبرید صورت می‌گیرد، هرچه دقیق‌تر انتخاب شود تکرارها متناسب‌تر رقم خورده و امکان بروز ریسک عدم دستیابی به جواب‌های برتر نهایی را کاهش داده و این خود تاثیری مستقیم بر پیدایش معیارهای ارزیابی بهتر خواهد داشت. بدیهی است هرگاه، مقدار γ پایین باشد (براساس رابطه بخش 5.2)، سیستم دیرتر سرد و نقاط بیشتری از فضای جواب جستجو می‌شود اما زمان حل مطابق نمودارهای 5 و 6 افزایش می‌یابد. بنابراین تعیین مقدار γ تبادلی بین کیفیت جواب‌ها و سرعت پاسخگویی ایجاد می‌کند. در این قسمت $L_n=60$ ، $\beta=0.01$ ، $T_0=29$ به‌عنوان پارامترهای ثابت در نظر گرفته شده‌اند.



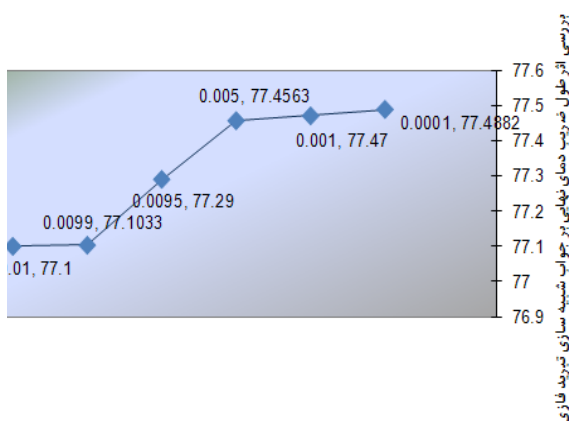
نمودار 5. کاهش ضریب کاهش دما و بررسی تاثیر آن بر جواب



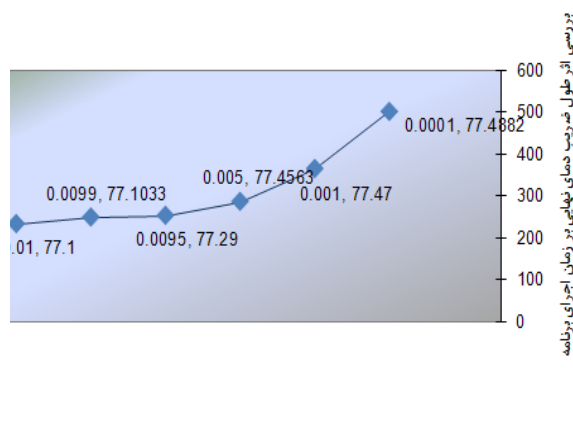
نمودار 6. کاهش ضریب کاهش دما و بررسی تاثیر آن بر زمان اجرای مدل

4-6 ضریب دمای نهایی (β)

هرچه این عدد کوچکتر باشد، الگوریتم در دمای پایین تری متوقف می شود و جواب بهتری حاصل می گردد (نمودارهای 7 و 8 را ملاحظه نمایید). در این قسمت $L_n=60, \gamma=0.05, T_0=29$ به عنوان پارامترهای ثابت در نظر گرفته شده اند.



نمودار 7. کاهش ضریب دمای نهایی و بررسی تاثیر آن بر جواب



نمودار 8. کاهش ضریب دمای نهایی و بررسی تاثیر آن بر زمان اجرای مدل

همان طور که از نمودارها مشخص است، در تمام حالت ها افزایش L_n باعث بهبود میانگین جواب شده است. کاهش ضریب کاهش دما، γ ، نیز به جز یک مورد با اختلاف اندک که به دلیل ماهیت احتمالی روش می باشد، در بقیه موارد تابع هدف را افزایش داده است. برای ضریب دمای نهایی، β ، نیز هرچه کوچکتر باشد الگوریتم در دمای پایین تری متوقف و جواب بهتری حاصل می شود. بهترین جواب به دست آمده از روش SA برابر با 0/9190 است که مربوط به پارامترهای $L_n=180, T_0=29, \beta=0/01, \gamma=0/05$ با ماکزیمم اعتبار 0/9190 است.

7 نتیجه‌گیری

در این مقاله، براساس مقدار اعتبار، مساله‌ی بودجه‌بندی با متغیرهای فازی مخارج سرمایه‌ای و جریان‌های نقدینگی خالص مورد مطالعه قرار گرفت. ابتدا تکنیک شبیه‌سازی فازی برای محاسبه مقدار تابع هدف و مقدار اعتبار متغیرهای فازی مورد استفاده قرار گرفت. سپس مدل با استفاده از شبیه‌سازی آنیلینگ حل و با نتایج حاصل از شبیه‌سازی فازی براساس الگوریتم ژنتیک و روش شاخه و حد مقایسه گردید. اگرچه نمی‌توان ادعا کرد که روش‌های کاوشی قادر به یافتن بهینه مطلق هستند، و همگرایی آن‌ها در صورتی اثبات می‌شود که تعداد تکرارها به بی‌نهایت میل کند، لکن در بسیاری از مسایل همیشه یافتن بهینه مطلق مدنظر نیست، بلکه قصد اصلی یافتن پاسخی رضایتبخش با صرف زمان و هزینه‌های محاسباتی معقول است. از بین روش‌های کاوشی که در این مطالعه ارائه شد، در حل مساله با ابعاد کوچک روش GA به خوبی از عهده این هدف برآمد، و روش GA کارایی مناسبتری از نظر زمان اجرا و نتیجه نهایی نشان می‌دهد. در بین پارامترهای تاثیرگذار در الگوریتم SA، ضریب دمای نهایی، β ، از اهمیت بیشتری برخوردار است و در صورتیکه به حد کافی کوچک اختیار گردد، الگوریتم می‌تواند در زمان بسیار مناسب به نتیجه قابل قبولی برسد. از مزیت‌های روش SA می‌توان به سادگی الگوریتم و سرعت همگرایی آن اشاره کرد. انتخاب جواب اولیه مناسب و سازگار با شرایط مساله نیز در سرعت همگرایی و بهبود جواب نهایی موثر است. همچنین، پراکندگی جواب‌ها در اجراهای مختلف (انحراف معیار) در این روش نسبت به روش GA کمتر است. و در پایان، اگرچه شبیه‌سازی فازی تنها یک محاسبه تخمینی را نتیجه می‌دهد اما برای زمانی که مقادیر تابع هدف و اعتبار با استفاده از روش‌های سنتی به راحتی قابل محاسبه نیستند روش مناسبی محسوب می‌شود.

منابع

- [2] اسکونژاد، م. م.، (1385). اقتصاد مهندسی، یا، ارزیابی اقتصادی پروژه‌های صنعتی، چاپ بیست و چهارم، انتشارات دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران، 1385.
- [14] شهیدی، ل.، برهانی داریان، ع.، (1386). بررسی کاربرد مدل‌سازی فازی و الگوریتم شبیه‌سازی آنیلینگ در بهره‌برداری بهینه از منابع آب. هفتمین کنفرانس سیستم‌های فازی، 7، 8 و 9 شهریور، دانشگاه فردوسی مشهد.
- [15] آذز، ع.، فرجی، ح.، علم مدیریت فازی.
- [23] تقوی فرد، م. ت.، شهسواری، آ.، (1387). ارائه یک متد ریاضی جهت حل مساله مکان‌یابی تخصیص چندهدفه با استفاده از روش فوق ابتکاری شبیه‌سازی تریبید (SA). نشریه بین‌المللی مهندسی صنایع و مدیریت تولید دانشگاه علم و صنعت ایران، جلد 19، شماره 4، صفحات 93-105.
- [1] Huang, X., (2007). Chance_Constrained programming models for capital budgeting with NPV as fuzzy parameters. Journal of Computational and Applied Mathematics, 198, 149-159.
- [3] Weingartner, H. M., (1963). Mathematical Programming and the Analysis of Capital Budgeting Problems. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ.
- [4] Bernhard, R. H., (1969). Mathematical programming models for capital budgeting. Journal of Financial Quant. Anal. 4, 111-158.
- [5] De, P. K., Acharya, D., Sahu, K. C., (1982). A chance-constrained goal programming model for capital budgeting. Journal of Oper. Res. Soc, 33, 635-638.
- [6] Keown, A. J., Martin, J. D., (1977). A chance constrained goal programming model for working capital management. Eng. Econ. 22, 153-174.

- [7] Keown, A. J., Taylor, B. W., (1980). A chance-constrained integer goal programming model for capital budgeting in the production area. *Journal of Oper. Res.Soc.* 31, 579–589.
- [8] Avineri, E., Prashker, J., Ceder, A., (2000). Transportation projects selection process using fuzzy sets theory. *Fuzzy Sets and Systems* 116, 35–47.
- [9] Liu, B., Iwamura, K., (1998). Chance constrained programming with fuzzy parameters. *Fuzzy Sets and Systems* 94, 227–237.
- [10] Liu, L., (1998). Minimax chance constrained programming models for fuzzy decision systems. *Information. Sci.* 112, 25–38.
- [11] Iwamura, K., Liu, B., (1998). Chance constrained integer programming models for capital budgeting in fuzzy environments. *Journal of Oper. Res. Soc.* 49, 854–860.
- [12] Liu, B., Liu, Y. K., (2002). Expected value of fuzzy variable and fuzzy expected value models. *IEEE Trans. Fuzzy Systems* 10, 445–450.
- [13] Zadeh, L., (1965). Fuzzy sets. *Information and Control* 8, 338–353.
- [16] Huang, X., (2007). Optimal project selection with random fuzzy parameters. *International Journal of Production Economics* 106, 513–522.
- [17] Liu, B., (2009). *Theory and Practice of Uncertain Programming*. 3rd ed., <http://orsc.edu.cn/liu/up.pdf>.
- [18] Charnes, A., Cooper, W. W., (1959). Chance-constrained programming. *Management Science* 6, 73-79.
- [19] Ozcan, U., (2010). Balancing stochastic two-sided assembly lines: A chance constrained, piecewise-linear, mixed integer program and a simulated annealing algorithm. *European Journal of Operational Research* 205, 81–97.
- [20] Birge, J. R., Louveaux, F., (1997). *Introduction to Stochastic Programming*. Springer-Verlag, New York.
- [21] Kirkpatrick, S., Gelatt, C. D., Vecchi, M. P., (1983). Optimization by simulated annealing. *Science*, 220, 671-680.
- [22] Teegavarapu, R. S. V., Simonovic, S. P., (2002). Optimal operation of Reservoir systems using simulated annealing. *Water Resource Research*, 16(5), 401-428.
- [24] Jeong, S. J., Kim, K. S., Lee, Y. H., (2009). The efficient search method of simulated annealing using fuzzy logic controller. *Expert Systems with Applications* 36, 7099–7103.
- [25] Reeves, C. R., (1993). *Modern heuristic techniques for combinatorial problems*. Oxford, Blackwell Scientific Publications.
- [26] Aarts, E. H. L., Lenstra, J. K., (1997). *Local search in combinatorial optimization*. New York, Wiley.
- [27] Vasan, A., Komaragiri Srinivasa, R., (2009). Comparative analysis of Simulated Annealing, Simulated Quenching and Genetic Algorithms for optimal reservoir operation. *Applied Soft Computing* 9, 274–281.
- [28] White, S. R., (1983). Concept of Scale in Simulated Annealing. *Proceeding IEEE International Conference on Computer Design*, Portchester.

برنامه ریزی شانس و