

## بناسازی نمودار کنترل آماری- فازی فرایند

علیرضا فراز\*

دانشگاه آزاد اسلامی، واحد مسجد سلیمان، گروه مهندسی صنایع، مسجد سلیمان، ایران

رسید مقاله: ۸۹/۱۱/۹

پذیرش مقاله: ۹۰/۳/۲۸

### چکیده

تئوری مجموعه‌های فازی و متغیرهای تصادفی همواره کوشیده‌اند که مبحث عدم قطعیت را به طور جداگانه مورد بررسی قرار دهند. اما در سیستم‌های واقعی همواره با مواردی مواجه هستیم که فرایندها تحت تاثیر دو نوع عدم قطعیت قرار دارند. عدم قطعیت به دلیل عدم وجود اطلاعات کامل و دقیق و عدم قطعیت به دلیل ماهیت تصادفی ذاتی فرایندها. این مقاله به بناسازی یک نمودار کنترل آماری - فازی فرایند در حضور این دو نوع عدم قطعیت می پردازد و با استفاده از یک مثال صنعتی، این موضوع را به تصویر می کشد.

**کلمات کلیدی:** مجموعه های فازی، آمار فازی، کنترل.

### ۱ مقدمه

نمودارهای کنترل از پرکاربردترین ابزارهای کنترل آماری فرایند بوده و نقش مهمی را در ارتقاء کیفیت فرایندها و محصولات ایفا می کنند. متداولترین آنها، نمودار کنترل شوهارت است که به منظور پایش محصول یا فرایندی تنها با یک مشخصه کیفی بکار می رود. در این نمودارها فرض بر آن است که داده‌ها و اطلاعات دقیق و قطعی است. این نمودارها سطح متوسط عملکرد فرایند و تغییرپذیری ذاتی آن را با معیار آماری میانگین و واریانس سنجیده و سعی در کنترل آن کمیت‌ها در طول زمان دارند. لذا به نمودارهای کنترل آماری معروف می باشند. این در حالی است که، در بسیاری از کاربردها، همواره اطلاعات دقیق و قطعی موجود نبوده بلکه اطلاعات، مبهم و فازی می باشند. نمودارهای کنترل فازی به بررسی عملکرد فرایندهایی با داده‌های فازی می پردازند. در تئوری مجموعه‌های فازی، داده‌های مبهم در قالب مجموعه‌های فازی در نظر گرفته می شوند و سپس هر مجموعه فازی با عملگرهای غیرفازی ساز مانند میانگین، میانه و مد فازی به اعدادی دقیق و مشخص تبدیل می شوند و سپس نمودارهای کنترل بناسازی می شوند. از معایب این روش ها این است که اولاً اطلاعات مجموعه‌های فازی بر اثر استفاده از عملگرهای غیرفازی ساز از دست می رود.

\*عهده دار مکاتبات

آدرس الکترونیکی: alireza.faraz@gmail.com

ثانیاً عملگرهای متفاوت منجر به تصمیمات متفاوتی در مورد فرایندها می شوند که این خود نیز از دلایل عدم کارایی این گونه روش‌ها است. بنابراین در فرایندهایی با اطلاعات فازی نیاز به استفاده از روش‌هایی است که از عملگرهای غیرفازی سازد دوری جسته و علاوه بر ماهیت فازی فرایندها، جنبه‌ی تصادفی آن را نیز در نظر بگیرند. در این مقاله به معرفی یک روش نوین، برای پایش و کنترل فرایندها در حضور دو عدم قطعیت فازی و آماری، می‌پردازد.

نمودار کنترل پیشنهادی (نمودار کنترل آماری - فازی)، بر پایه یک ناحیه تحت کنترل فازی که یک فاصله اطمینان آماری - فازی است، بنا شده است. به منظور قضاوت در مورد فرایند، آماره‌ای تعریف می‌شود که درجه عدم انطباق نمونه‌های فازی را با این ناحیه سنجیده و نتیجه را در قالب عددی بین صفر و یک بیان می‌کند. عدد یک به این معنا است که نمونه گرفته شده هیچ تطابقی با ناحیه تحت کنترل نداشته و لذا می‌توان به صراحت عنوان کرد که فرایند خارج از کنترل است. عدد صفر به معنی آن است که فرایند کاملاً تحت کنترل است. در صورتی که عدد مذکور بین صفر و یک باشد، بدین معنی است که فرایند در حالتی فازی بین دو حالت قطعی تحت کنترل و خارج از کنترل قرار دارد و لذا می‌توان آن را به منزله یک هشدار در نظر گرفت. هرچه مقدار عددی آماره به یک نزدیکتر باشد، بدین معنی است که هشدار وخیم‌تر است. ساختار مقاله به شرح زیر است:

در بخش بعدی به مرور ادبیات موضوع پرداخته می‌شود. در بخش سوم، نمودار کنترل آماری- فازی پیشنهادی مورد بررسی قرار می‌گیرد. در بخش چهارم، در قالب یک مثال عددی، کاربرد روش مذکور نشان داده می‌شود و در بخش پایانی به جمع‌بندی و نتیجه‌گیری مطالب پرداخته می‌شود.

## ۲ مرور ادبیات

شوهارت (۱۹۳۷)، ابتدا نمودارهای کنترل آماری را با استفاده از داده‌های قطعی که تنها تحت تاثیر عدم قطعیت آماری قرار دارند، معرفی کرد [۶]. در این نمودارها برای طبقه‌بندی محصولات از یک تابع مشخصه دوتایی که محصول را به دو طبقه سالم و معیوب تقسیم می‌کند، استفاده می‌شود. این تابع عضویت تنها دو مقدار صفر و یک را می‌پذیرد. اما طبقه‌بندی دوتایی ممکن است در بسیاری از موقعیت‌ها مناسب نباشد، بویژه زمانی که کیفیت محصول نمی‌تواند قویاً به انطباق یا عدم انطباق اقلام تقسیم بندی شود. به عبارت دیگر ممکن است که تعدادی از سطوح کیفی بین دو سطح سالم و معیوب وجود داشته باشد. وانگ و راز (۱۹۹۰) و راز و وانگ (۱۹۹۰)، اولین محققانی بودند که متغیرهای زبانی کیفی مانند عالی، خوب، متوسط، ضعیف و بد را برای بیان سطوح متوسطی از کیفیت برگزیدند [۱۰]. کاناواگا (۱۹۹۳)، نیز متغیرهای زبانی را برای بیان خروجی فرایندها استفاده کرد [۳]. آن‌ها به کنترل توزیع احتمالی و زیربنایی داده‌های زبانی می‌پردازند که توسط راز و وانگ (۱۹۹۰)، در نظر گرفته نشده بود. اما مشکل و سختی روش آن‌ها در تعیین این توزیعات احتمالی است که کاربرد آن را بسیار محدود می‌نماید. تالب و لیمام (۲۰۰۲) [۹]، رویکرد دیگری را در ساختار نمودارهای کنترل فازی بر پایه داده‌های زبانی پیشنهاد کردند و نتیجه‌گیری کردند که نمودارهای کنترل فازی به درجه فازی بودن حساس بوده که این مخالف با نتیجه راز و وانگ (۱۹۹۰) است. در این روش‌ها، مجموعه‌های فازی متناظر با متغیرهای

زبانی توسط عملگرهای غیرفازی ساز به اعداد قطعی تبدیل می شوند که این امر سبب از دست دادن محتوای اطلاعاتی داده‌های اصلی (مشاهدات فازی) می‌شوند. به علاوه، تعدد عملگرهای غیرفازی ساز خود نیز مسئله‌ی دیگری است که منجر به اخذ تصمیمات مختلف و بعضاً متناقض با یکدیگر می‌شود. اخیراً گولبای و کهرمان (۲۰۰۷)، به بناسازی نمودارهای کنترل فازی برای متغیرهای زبانی پرداخته‌اند [۲]. از مزیت روش آنها عدم تبدیل نمونه‌های فازی به داده‌های قطعی است، اما برای بناسازی حدود کنترل فازی از قانون سه انحراف معیار استفاده شده است که وابستگی شدیدی به فرض توزیع نرمال بودن داده‌ها دارد. متأسفانه، این فرضیات در مقاله آنها نادیده گرفته شده است. بعلاوه الگوریتم پیشنهادی برای تعیین حالات خارج از کنترل، نیاز به تعیین ۹ پارامتر و ۱۴ حالت مختلف دارد که با ملاحظات کاربردی همراه است. ستورک و ارجینل (۲۰۰۸)، به بناسازی نمودارهای کنترل فازی  $\bar{X} - S$  و  $\bar{X} - R$  شوهارت پرداختند [۷]. آنها مجدداً از قانون سه انحراف معیار برای بناسازی حدود کنترل استفاده کردند که به فرض نرمال بودن مشاهدات بستگی دارد که متأسفانه این فرضیات در نظر گرفته نشده است. شایان ذکر است، در حضور داده‌های فازی، واریانس داده‌های نرمال افزایش می‌یابد و لذا حدود کنترل عریض‌تر می‌گردند.

### ۳ نمودار کنترل فازی - آماری

در عمل موقعیت‌های زیادی وجود دارند که فرایندها دستخوش دو نوع عدم قطعیت فازی و آماری هستند. به عنوان مثال فرایندی را با یک مشخصه کیفی در نظر بگیرید که هدف آن کنترل مشخصه کیفی تصادفی در حضور عدم قطعیت حاکی از دستگاه‌های اندازه‌گیری و یا قضاوت افراد است. نمودارهای کنترل آماری از آنجا که عدم قطعیت فازی را در نظر نمی‌گیرند مناسب نمی‌باشند. از طرفی، نمودارهای کنترل فازی نیز ماهیت تصادفی بودن مشخصه کیفی را نادیده می‌گیرند. لذا بناسازی نمودارهایی که قادر به کنترل عدم قطعیت‌های فازی و آماری به طور همزمان باشند، از اهمیت خاصی برخوردار است که در این بخش به آن می‌پردازیم.

#### ۳-۱ ناحیه کنترل فازی و متغیرهای تصادفی فازی

در این مقاله از مفهوم متغیرهای تصادفی فازی در مدل کردن فرایندها در حضور دو عدم قطعیت مذکور استفاده می‌کنیم. در این راستا، مشخصه کیفی فرایند تحت تاثیر دو تابع قرار دارد. تابع توزیع احتمال مشخصه کیفی، تغییرپذیری ذاتی فرایند را مدل می‌کند و ابهام موجود در فرایند به وسیله یک تابع عضویت فازی مدل می‌گردد. گیل و همکاران (۲۰۰۶) و شاپیرو (۲۰۰۹)، به طور جامع مفاهیم و تعاریف مختلف متغیرهای تصادفی را مورد بررسی قرار داده‌اند.

فرض کنید که مشخصه کیفی فرایند  $X$  دارای توزیع نرمال با پارامترهای  $(\mu, \sigma)$  است. از طرفی به دلیل حضور عدم قطعیت فازی، مشاهدات در قالب یک عدد فازی LR به فرم  $\tilde{X}_{LR} = \langle m, s, l, r \rangle_{LR}$  گزارش داده می‌شوند که در آن  $m \in \mathbb{R}$  متغیر تصادفی و مشتق پذیر است که مرکز عدد فازی را نشان می‌دهد. متغیر تصادفی و همواره مثبت  $S$  بیانگر نصف طول هسته و متغیرهای تصادفی مثبت  $r$  و  $l$  به ترتیب بیانگر گسترش راست و چپ عدد فازی می‌باشند. تابع عضویت این عدد فازی به فرم زیر است:

$$M_{\tilde{X}}(x) = \begin{cases} 0 & x < m-s-l \\ L\left(\frac{m-s-x}{l}\right) & m-s-l \leq x < m-s \\ 1 & m-s \leq x < m+s \\ R\left(\frac{x-s-m}{r}\right) & m+s \leq x < m+s+r \\ 0 & x > m+s+r \end{cases}, x \in \mathfrak{R}$$

با در نظر گرفتن توابع گسترش خطی  $L(x) = R(x) = 1-x$  و همچنین  $s = 0$ ، عدد فازی مثلی حاصل می شود. زمانی که عدم قطعیت فازی وجود نداشته باشد، توزیع مشخصه کیفی از متغیر تصادفی نرمال پیروی می کند. از آنجا که میانگین و واریانس مشخصه کیفی فرایند مشخص نمی باشد، ابتدا لازم است که این دو پارامتر تخمین زده شوند. بنابراین، زمانی که فرض می شود فرایند تحت کنترل است، نمونه هایی به حجم  $n$  و به تعداد  $k$  از فرایند جمع آوری می شوند و بوسیله آنالیز این نمونه های اولیه، ابتدا میانگین فرایند به فرم زیر تخمین زده می شود:

$$\begin{aligned} \hat{\mu}_{LR} = \langle \hat{\mu}_m, \hat{\mu}_s, \hat{\mu}_l, \hat{\mu}_r \rangle_{LR} &= \frac{\sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^n \langle m_{ij}, s_{ij}, l_{ij}, r_{ij} \rangle_{LR}}{kn} \\ &= \frac{\sum_{i=1}^k \langle \bar{m}_i, \bar{s}_i, \bar{l}_i, \bar{r}_i \rangle_{LR}}{k} = \langle \frac{\sum_{i=1}^k \bar{m}_i}{k}, \frac{\sum_{i=1}^k \bar{s}_i}{k}, \frac{\sum_{i=1}^k \bar{l}_i}{k}, \frac{\sum_{i=1}^k \bar{r}_i}{k} \rangle_{LR} = \langle \bar{\bar{m}}, \bar{\bar{s}}, \bar{\bar{l}}, \bar{\bar{r}} \rangle_{LR} \end{aligned} \quad (1)$$

حال حدود کنترل فازی در سطح خطای نوع اول  $\alpha$  به صورت زیر محاسبه می باشند:

$$\begin{aligned} \tilde{ucl}_{LR} &= \hat{\mu}_{LR} + z_{\alpha/2} \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \langle \bar{\bar{m}}, \bar{\bar{s}}, \bar{\bar{l}}, \bar{\bar{r}} \rangle_{LR} + z_{\alpha/2} \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \\ &= \langle \bar{\bar{m}} + z_{\alpha/2} \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{\bar{s}}, \bar{\bar{l}}, \bar{\bar{r}} \rangle_{LR} \\ \tilde{lcl}_{LR} &= \hat{\mu}_{LR} - z_{\alpha/2} \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \langle \bar{\bar{m}}, \bar{\bar{s}}, \bar{\bar{l}}, \bar{\bar{r}} \rangle_{LR} - z_{\alpha/2} \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \\ &= \langle \bar{\bar{m}} - z_{\alpha/2} \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{\bar{s}}, \bar{\bar{l}}, \bar{\bar{r}} \rangle_{LR} \end{aligned} \quad (2)$$

که در آن  $\sigma$  انحراف معیار متغیر تصادفی فازی است. کورنر (۱۹۹۷)، نشان داد که این کمیت به فرم کلی زیر قابل محاسبه است:

$$Var(\tilde{X}_{LR}) = \sigma_m^2 + \sigma_s^2 + \left(\frac{1}{2} \int_0^1 (L^{(-1)}(\alpha))^2 d\alpha\right) \sigma_l^2 + \left(\frac{1}{2} \int_0^1 (R^{(-1)}(\alpha))^2 d\alpha\right) \sigma_r^2 \quad (3)$$

در صورتی که توابع گسترش را خطی در نظر بگیریم یا زمانی که مشاهدات فازی به فرم اعداد دوزنقه ای باشند، آن گاه می توان نوشت:

$$\sigma^2 = Var(\tilde{X}_{LR}) = \sigma_m^2 + \sigma_s^2 + \frac{\sigma_l^2}{6} + \frac{\sigma_r^2}{6} \quad (۴)$$

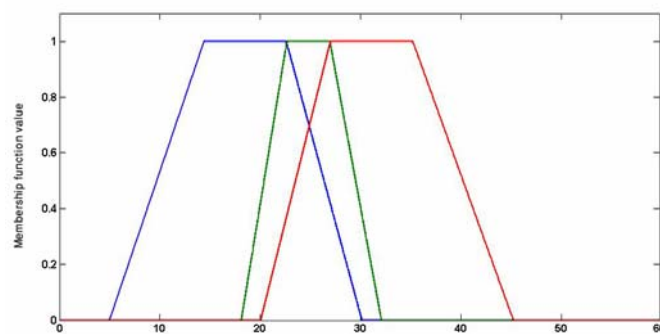
که برآورد ناریب آن به قرار زیر است:

$$\bar{s}^2 = \bar{s}_m^2 + \bar{s}_s^2 + \frac{\bar{s}_l^2}{6} + \frac{\bar{s}_r^2}{6} \quad (۵)$$

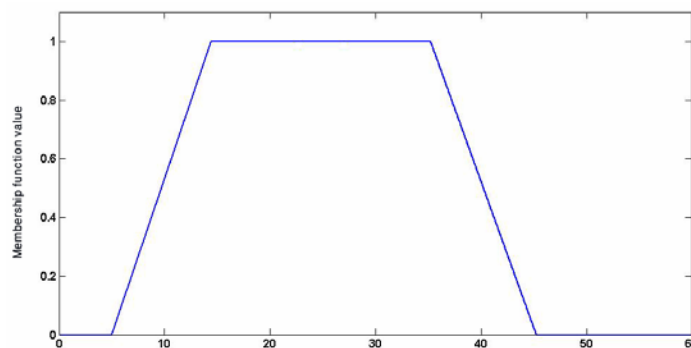
شایان ذکر است، برآوردگر ناریب انحراف استاندارد به فرم  $\hat{\sigma} = \frac{\sqrt{\bar{s}^2}}{c_4}$  است که در آن

$$c_4 = \sqrt{\frac{2}{n-1}} \times \frac{\Gamma(\frac{n}{2})}{\Gamma(\frac{n-1}{2})}$$

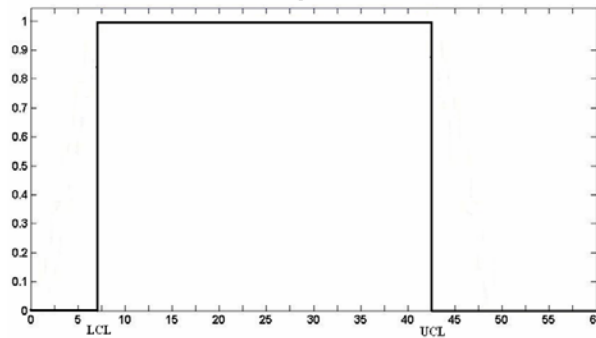
شکل (۱)، حدود کنترل فازی بالا و پایین به دست آمده در معادله (۲) را همراه با عدد فازی مرکزی برای اعداد دوزنقه ای به نمایش می گذارد. این حدود کنترل فازی ناحیه کنترل فازی را شکل میدهند که متناظر با عدد دوزنقه ای  $\langle \bar{m}, \bar{s} + z_{\alpha/2} \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{l}, \bar{r} \rangle_{LR}$  می باشد که در شکل (۲) نشان داده شده است. به راحتی می توان نشان داد زمانی که داده ها قطعی می باشند، این ناحیه کنترل فازی همان فاصله اطمینان  $100(1-\alpha)\%$  برای میانگین فرایند را نتیجه می دهد. شکل (۳) این فاصله اطمینان را به نمایش می گذارد.



شکل ۱. حدود کنترل فازی بالا و پایین به همراه عدد فازی مرکزی برای اعداد دوزنقه ای



شکل ۲. ناحیه کنترل فازی متناظر با شکل ۱



شکل ۳. فاصله اطمینان قطعی متناظر با شکل ۲

### ۳-۲ آماره نمودار کنترل آماری - فازی

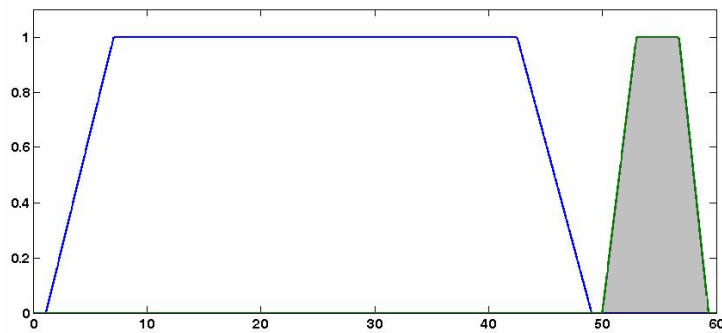
شکل های ۴ تا ۶ حالت های مختلف قرار گیری نمونه های فازی را نسبت به ناحیه کنترل فازی نشان می دهند. چنانچه مشخص است، مرزهای ناحیه کنترل فازی و همچنین نمونه های فازی مورب بوده که این مسئله تصمیم گیری در مورد فرایند را مشکل می سازد. در این بخش به تعریف آماره ای می پردازیم که تصمیم گیری در مورد فرایند را ساده می کند.

**تعریف.** دو مجموعه فازی، نرمال، محدب و حقیقی  $F_1$  و  $F_2$  را در مجموعه مرجع  $X$  در نظر بگیرید.  $\mu_{F_1}(x)$  و  $\mu_{F_2}(x)$  به ترتیب بیانگر تابع عضویت دو مجموعه فازی می باشند. با توجه به این که مکمل نسبی مجموعه فازی  $F_1$  نسبت به  $F_2$ ، مجموعه ای فازی با تابع عضویت  $\mu_{F_1-F_2}(x) = \text{Max}\{0, \mu_{F_1}(x) - \mu_{F_2}(x)\}$  می باشد، درصدی از مجموعه فازی  $F_1$  که خارج مجموعه فازی  $F_2$  قرار میگیرد به فرم زیر قابل محاسبه است:

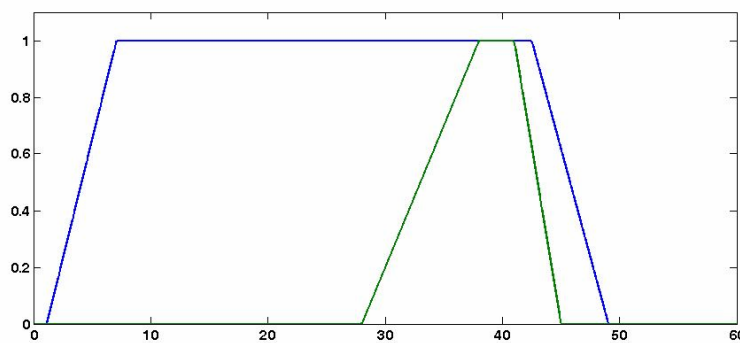
$$A_{F_1}^{OUT} = \frac{\int \mu_{F_1-F_2}(x) dx}{\int \mu_{F_1}(x) dx} \quad (6)$$

زمانی که مجموعه فازی  $F_1$  به طور کامل خارج مجموعه فازی  $F_2$  قرار میگیرد،  $A_{F_1}^{OUT} = 1$  است.  $A_{F_1}^{OUT} = 0$  بدین معنی است که مجموعه فازی  $F_1$  به طور کامل درون مجموعه فازی  $F_2$  قرار گرفته است و در غیر این صورت مقدار آماره فوق بیانگر درصدی از مجموعه فازی  $F_1$  است که خارج از مجموعه فازی  $F_2$  قرار گرفته است.

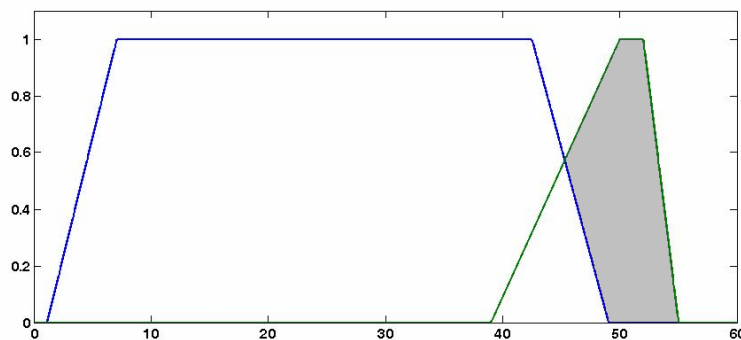
**مثال.** عدد فازی دوزنقه ای  $F_1 = (39, 50, 52, 55)$  و ناحیه کنترل فازی  $F_2 = (1.15, 7.10, 42.50, 49.05)$  را در نظر بگیرید. شکل ۶ موقعیت این دو عدد نسبت به هم را به تصویر می کشد. ناحیه هاشور خورده مشخص کننده بخشی از نمونه فازی  $F_1$  است که خارج از ناحیه کنترل فازی  $F_2$  قرار دارد. مساحت این ناحیه نسبت به مساحت مجموعه فازی  $F_1$  توسط آماره فوق محاسبه شده و مقدار  $A_{F_1}^{OUT} = 0.6803$  به دست آمده است. بنابراین به طور تقریبی، ۶۸٪ مجموعه فازی  $F_1$  به مجموعه فازی  $F_2$  تعلق ندارد و در نتیجه شواهد حاکی از آن است که فرایند در حال فاصله گرفتن از ناحیه تحت کنترل است.



شکل ۴. مجموعه فازی  $F_1$  به طور کامل خارج از مجموعه فازی  $F_2$  است.



شکل ۵. مجموعه فازی  $F_1$  به طور کامل درون مجموعه فازی  $F_2$  است.



شکل ۶. بخشی از مجموعه فازی  $F_1$  که خارج مجموعه فازی  $F_2$  است.

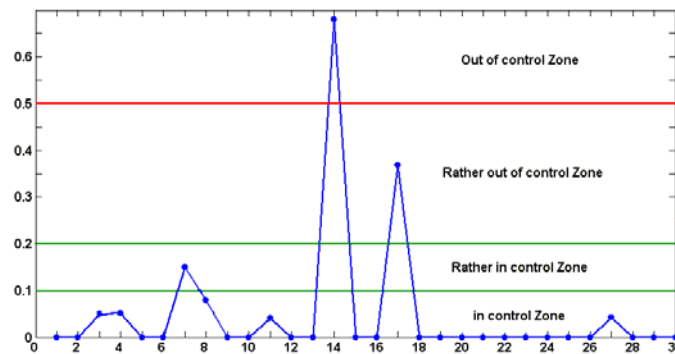
حال نمونه هایی به حجم  $n$  و در فواصل زمانی  $h$  از فرایند جمع آوری میشود. میانگین فازی نمونه محاسبه شده و با استفاده از رابطه (۶) وضعیت جاری فرایند در مقایسه با ناحیه کنترل فازی سنجیده می شود. در صورتی که برای نمونه  $i$ -ام،  $A_i^{OUT} = 0$  شود، فرایند تحت کنترل است. در صورتیکه  $A_i^{OUT} = 1$  شود، فرایند خارج از کنترل است. در غیر این صورت کلیه مقادیری که بین صفر و یک می باشند بیانگر نوعی هشدار در خصوص سوق فرایند به حالت خارج از کنترل می باشند. هرچه مقدار آماره به عدد یک نزدیکتر شود، اهمیت و وخامت هشدار بیشتر می شود. لذا مهندسان کنترل کیفیت در صورت بروز هر گونه هشدار می توانند با توجه به سطح وخامت آن، نظارت و بازرسی سختگیرانه تری را بر روی فرایند اعمال دارند (افزایش حجم نمونه). در این مقاله استفاده از دو

خط هشدار پیشنهاد میشود: خط هشدار اول متناظر با برش در سطح اطمینان ۲۰ درصد و خط هشدار دوم متناظر با برش در سطح اطمینان ۵۰ درصد. لذا میتوان فرایند کنترل را در قالب تابع زیر خلاصه کرد:

$$\text{Process state} = \begin{cases} \text{in control} & A_{\text{Sample}}^{\text{OUT}} = 0 \\ \text{Rather in control} & 0 < A_{\text{Sample}}^{\text{OUT}} \leq 0.2 \\ \text{Rather out of control} & 0.2 < A_{\text{Sample}}^{\text{OUT}} \leq 0.5 \\ \text{out of control} & 0.5 < A_{\text{Sample}}^{\text{OUT}} \leq 1 \end{cases} \quad (7)$$

#### ۴ مثال کاربردی

کارخانه سازنده وسایل الکترونیکی خواهان کنترل کیفیت خازن‌های تولیدی است. مقاومت الکتریکی خازن یکی از مشخصات مهم کیفی است که با استفاده از دستگاه‌های حساس الکترونیکی سنجیده می‌شوند. از طرفی با در نظر گرفتن خطای اندازه‌گیری و همچنین شرایط محیطی آزمایشگاه، داده‌ها در قالب اعداد فازی ذوزنقه‌ای گزارش می‌شوند. با آنالیز اولیه داده‌ها و در سطح خطای نوع اول  $\alpha = 0.0027$ ، ناحیه کنترل فازی در قالب عدد فازی  $(1.15, 7.10, 42.50, 49.05)$  محاسبه می‌گردد. جدول (۱)، بیانگر میانگین ۳۰ نمونه متوالی هر یک به حجم ۳ خازن است. میزان خروج هر یک از نمونه‌های فازی از ناحیه تحت کنترل فازی توسط رابطه (۶) محاسبه شده و در ستون آخر جدول (۱) آورده شده است. شکل (۷) نمودار کنترل آماری - فازی را برای داده‌های جدول (۱) به نمایش می‌گذارد.



شکل ۷. نمودار کنترل آماری - فازی برای داده‌های جدول ۱



جدول ۱. داده های فازی مقاومت الکتریکی خازن

No.	a	b	c	d	$A_{Sample}^{OUT}$
۱	۲۵	۳۰	۳۰	۳۵	۰
۲	۱۵	۲۰	۳۰	۳۵	۰
۳	۴	۵	۱۲	۱۵	۰/۰۴۹۵
۴	۳	۶	۶	۸	۰/۰۵۱۶
۵	۳۲	۳۸	۳۸	۴۵	۰
۶	۱۶	۲۰	۲۴	۲۸	۰
۷	۳	۴	۸	۱۲	۰/۱۴۹۳
۸	۲۷	۳۶	۴۴	۵۰	۰/۰۷۹
۹	۹	۱۱	۱۵	۲۰	۰
۱۰	۷	۱۰	۱۳	۱۵	۰
۱۱	۳	۶	۶	۱۰	۰/۰۴۱۲
۱۲	۲۷	۳۲	۳۲	۳۷	۰
۱۳	۱۱	۱۳	۱۳	۱۵	۰
۱۴	۳۹	۵۰	۵۲	۵۵	۰/۶۸۰۳
۱۵	۲۸	۳۸	۴۱	۴۵	۰
۱۶	۳۳	۴۰	۴۰	۴۴	۰
۱۷	۲۸	۳۲	۵۰	۶۰	۰/۳۶۹
۱۸	۳۳	۳۹	۳۹	۴۳	۰
۱۹	۱۲	۱۵	۲۱	۳۸	۰
۲۰	۲۳	۲۸	۲۸	۳۶	۰
۲۱	۲۸	۳۲	۳۵	۴۲	۰
۲۲	۱۴	۱۸	۲۸	۳۳	۰
۲۳	۲۴	۳۰	۳۰	۳۴	۰
۲۴	۲۰	۲۵	۲۵	۳۱	۰
۲۵	۲۵	۳۱	۴۱	۴۶	۰
۲۶	۷	۱۰	۲۵	۲۸	۰
۲۷	۳	۵	۱۴	۲۰	۰/۰۴۲۹
۲۸	۲۳	۲۸	۳۵	۳۸	۰
۲۹	۱۷	۲۰	۲۵	۲۹	۰
۳۰	۵	۸	۸	۱۵	۰

با توجه به تابع (۷)، نتایج حاکی از آن است که تمامی نمونه‌ها در شرایط رضایت بخشی عمل می‌کنند به جزء نمونه‌های ۱۴ و ۱۷ که مقاومت الکتریکی خازن‌ها افزایش چشمگیری نسبت به سایر نمونه‌ها داشته‌اند. بنابراین این دو زیرگروه باید به منزله بررسی بیشتر مورد مطالعه قرار گیرند. چنانچه ملاحظه می‌شود، روش پیشنهادی بسیار ساده، با انعطاف بالا و دقیق بوده که از تمامی داده‌های مجموعه‌های فازی استفاده می‌کند و عملکرد نهایی فرایند را در قالب یک عدد قطعی بین صفر و یک گزارش می‌دهد.

## ۵ نتیجه گیری

در ادبیات نمودارهای کنترل فازی، اعداد فازی با عملگرهای غیرفازی ساز مانند میانگین، میانه و مد فازی به اعدادی دقیق و مشخص تبدیل می‌شوند و سپس نمودارهای کنترل بناسازی می‌شوند. از معایب این روش‌ها آن است که اولاً اطلاعات مجموعه‌های فازی بر اثر استفاده از عملگرهای غیرفازی ساز از دست می‌رود. ثانیاً عملگرهای متفاوت منجر به تصمیمات متفاوتی در مورد فرایندها می‌شوند که این خود نیز از دلایل عدم کارایی این گونه روش‌ها است. در واقع در این روش‌ها سعی می‌شود تا با استفاده از تبدیلات غیرفازی ساز به این سؤال قطعی "آیا فرایند تحت کنترل است؟"، پاسخ قطعی دهند. اما در محیط فازی، نمودارها باید درجه تعلق فرایند به حالت تحت کنترل را پایش و کنترل نمایند. بنابراین در فرایندهایی با اطلاعات فازی نیاز به استفاده از روش‌هایی است که از عملگرهای غیرفازی ساز دوری جسته و علاوه بر ماهیت فازی فرایندها، جنبه‌ی تصادفی آن را نیز در نظر بگیرند. در این مقاله، یک روش نوین برای پایش و کنترل فرایندها در حضور دو عدم قطعیت فازی و آماری پیشنهاد گردید. نمودار کنترل پیشنهادی (نمودار کنترل آماری - فازی) بر پایه یک ناحیه تحت کنترل فازی که یک فاصله اطمینان آماری - فازی است، بنا شده است. به منظور قضاوت در مورد فرایند، آماره‌ای تعریف گردید که درجه عدم انطباق نمونه‌های فازی را با این ناحیه سنجیده و نتیجه را در قالب عددی مابین صفر و یک بیان می‌کند. عدد یک به این معنا است که فرایند خارج از کنترل است. عدد صفر به معنی آن است که فرایند کاملاً تحت کنترل است. در صورتی که عدد مذکور بین صفر و یک باشد، بدین معنی است که فرایند در حالتی فازی بین دو حالت قطعی تحت کنترل و خارج از کنترل قرار دارد و لذا می‌توان آن را به منزله یک هشدار در نظر گرفت. هرچه مقدار عددی آماره به یک نزدیکتر باشد، بدین معنی است که هشدار وخیم تر است.

## منابع

- [1] Gil, M. A., López-Díaz, M., Ralescu, D.A., Overview on the development of fuzzy random variables, *Fuzzy Sets and Systems* 157 (2006) 2546–2557.
- [2] Gulbay, M., Kahraman, C., An alternative approach to fuzzy control charts: Direct fuzzy approach, *Information Sciences* 177 (2007) 463–1480.
- [3] Kanagawa, A., Tamaki, F., Ohta, H., Control charts for process average and variability based on linguistic data, *Internat. J. Production Res.* 31 (1993) 913–922.
- [4] Körner, R., On the variance of fuzzy random variables, *Fuzzy Sets and Systems* 92 (1997) 83–93.
- [5] Raz, T., Wang, J. H., Probabilistic and membership approaches in the construction of control charts for linguistic data, *Production Plann. Cont.* 1 (1990) 147–157.
- [6] Shewhart, W. A., *Economic Control of Quality of Manufactured Product*, D. Van Nostrand, Inc., Princeton, NJ., (1937).
- [7] Senturk, S., Erginel, N., Development of fuzzy Xbar-R and Xbar-S control charts using  $\alpha$ -cuts, *Inform. Sci.* (2008), doi:10.1016/j.ins.2008.09.022
- [8] Shapiro, A. F., Fuzzy random variables. *Insurance: Mathematics and Economics* 44 (2009) 307-314.
- [9] Taleb, H., Limam, M., On fuzzy and probabilistic control charts, *International Journal of Production Research* 40 (2002) 2849–2863.
- [10] Wang, J. H., Raz, T., On the construction of control charts using linguistic variables, *Internat. J. Production Res.* 28 (1990) 477–487.