مجله تحقیق در عملیات در کاربردهای آن، سال بیست و یکم، شماره دوم (پیاپی ۸۱)،تابستان ۰۳، ص ص ۱۳۹-۱۲۷
شاپا ۷۲۸۶-۲۲۵۱

به‌کارگیری دیدگاه مدیریتی در ارزیابی کارایی سیستم‌های دو مرحله‌ای با ورودی‌ها و خروجی‌های مشترک

سمانه اسفیدانی[۱]، فرهاد حسین زاده لطفی[۲]، شبنم رضویان[۳،۴*]، نجمه ملک محمدی[۵]
۱-مربی، گروه ریاضی کاربردی، واحد تهران جنوب، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران
۲-استاد، گروه ریاضی کاربردی، واحد علوم و تحقیقات، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران
۳-دانشیار، گروه ریاضی کاربردی، واحد تهران جنوب، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران
۴-مرکز تحقیقات مدل‌سازی و بهینه‌سازی در علوم و مهندسی، دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران جنوب، تهران، ایران
۵-دانشیار، گروه ریاضی کاربردی، واحد تهران جنوب، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران

رسید مقاله: ۱۲ مرداد ۱۴۰۱
پذیرش مقاله: ۲۴ آذر ۱۴۰۱

چکیده

تحلیل پوششی داده‌ها یک روش قدرتمند جهت ارزیابی کارایی واحدهای تصمیم‌گیرنده‌ی همگن با ورودی‌ها و خروجی‌های چندگانه است که ساختار درونی واحدها را به صورت جعبه سیاه در نظر می‌گیرد. در بسیاری از مسایل دنیای واقعی، واحدهای تصمیم‌گیرنده دارای ساختار دو مرحله‌ای بوده و ورودی‌ها و خروجی‌های آن ممکن است بین مراحل به اشتراک گذاشته شوند. در مسایل کاربردی، تقسیم کردن ورودی‌های مشترک و خروجی‌های مشترک و اختصاص آن‌ها به هر یک از مراحل به سختی انجام می‌شود. از این رو جهت رفع چنین مشکلاتی، با توسعه مدل‌های تحلیل پوششی داده‌های دو مرحله‌ای و با استفاده از خاصیت غیرجبرانی عملگر ضرب، مدلی غیرخطی جهت ارزیابی کارایی این سیستم‌ها معرفی می‌شود به گونه‌ای که ضمن محاسبه کارایی سیستم و مراحل آن، سهم بهینه هر یک از مراحل در استفاده از ورودی‌ها و خروجی‌های مشترک در راستای به‌دست آوردن ماکزیمم کارایی مشخص می‌شود. در پایان از داده‌های۱۷ شعبه بانک مرکزی در چین جهت بررسی کاربرد مدل پیشنهادی استفاده می‌شود.

کلمات کلیدی: تحلیل پوششی داده‌ها، سیستم‌های دو مرحله‌ای، کارایی، دیدگاه مشارکتی، ورودی مشترک، خروجی مشترک.

۱ مقدمه

تحلیل پوششی داده‌های کلاسیک، روشی بر پایه‌ی برنامه‌ریزی ریاضی است که جهت ارزیابی کارایی مجموعه‌ای از واحدهای تصمیم‌گیرنده همگن استفاده می‌شود. تاکنون محققان مطالعات گسترده‌ای جهت

* عهده‌دار مکاتبات
آدرس الکترونیکی: srazavyan@gmail.com

[DOI: 10.71773/jamlu-2024-1-2014]

ارزیابی کارایی واحدهای تصمیم‌گیرنده انجام داده‌اند که در آن‌ها واحدهای تصمیم‌گیرنده به صورت جعبه سیاه در نظر گرفته شده‌اند. این در حالی است که در بسیاری از مسایل کاربردی روزمره، واحدهای تصمیم‌گیرنده دارای ساختار درونی مرتبط با هم می‌باشند مانند بانک‌ها، بیمارستان‌ها و ... . از این رو استفاده از تحلیل پوششی داده‌های کلاسیک در ارزیابی کارایی این واحدها، درک مدیریتی درستی درمورد وضعیت کارایی یا ناکارایی مراحل داخلی در اختیار مدیران قرار نمی‌دهد. بنابراین جهت ارزیابی کارایی چنین واحدهایی، مدل‌های تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای معرفی شدند. این مدل‌ها دارای شکل استانداردی نبوده و تنها بر اساس ساختار درونی واحدها شکل می‌گیرند و مدیران واحدهای تولیدی می‌توانند بر اساس نتایج به‌دست آمده ، استراتژی بهبود کارایی در مراحل خاصی از سیستم‌های ذیربط خود ارایه دهند. سیستم‌های دو مرحله‌ای به عنوان حالت خاصی از سیستم‌های با ساختار شبکه‌ای اهمیت ویژه‌ای در مسایل کاربردی دارند.

۲ پیشینه تحقیق

تحلیل پوششی داده‌های کلاسیک روشی بر پایه‌ی برنامه‌ریزی ریاضی است که جهت ارزیابی کارایی مجموعه‌ای از واحدهای تصمیم‌گیرنده همگن استفاده شده و برای اولین بار توسط چارنز، کوپر و رودز [۱] در سال ۱۹۷۸ معرفی گردید. سیستم‌های دو مرحله‌ای به عنوان حالت خاصی از سیستم‌های با ساختار شبکه‌ای اهمیت ویژه‌ای در مسایل کاربردی دارند . به عنوان مثال در ارزیابی شعب بانک‌ها، هر شعبه بانک را می‌توان به صورت یک سیستم دو مرحله ای در نظر گرفت که در آن مرحله اول، مرحله جذب منابع و مرحله دوم نیز مرحله تخصیص منابع می-باشد. تاکنون، جهت ارزیابی کارایی چنین سیستم‌هایی، مدل‌های متعددی ارایه شده است. برای اولین بار، سیفورد و ژو [۲] مدل‌هایی ارایه دادند که کارایی سیستم‌های دو مرحله‌ای را به صورت مجزا محاسبه کرده و کل سیستم ممکن است کارا باشد ولی مرحله اول و دوم کارا نباشند که این یک ضعف رویکرد پیشنهادی آن‌ها می‌باشد. پس از آن، کائو و هوانگ [۳] با در نظر گرفتن ارتباط زنجیره‌وار سیستم‌های تولیدی دو مرحله‌ای، مدلی ضربی تحت بازده به مقیاس ثابت جهت محاسبه کارایی این سیستم‌ها ارایه دادند که بر اساس آن کارایی کلی سیستم به صورت میانگین هندسی کارایی مراحل تجزیه می‌شود. مدل کائو و هوانگ، قادر به محاسبه کارایی تحت بازده به مقیاس متغیر نمی‌باشد. علاوه براین، تابع هدف کارایی این مدل، به صورت جعبه سیاه در نظرگرفته می‌شود. چن و همکاران [۴] نیز با استفاده از رویکرد جمعی به ارایه مدل‌هایی جهت ارزیابی کارایی سیستم‌های تولیدی تحت بازده به مقیاس ثابت و متغیر پرداختند به گونه‌ای که کارایی کلی سیستم به صورت میانگین وزنی از کارایی مراحل تجزیه می‌شود.

بسیاری از مسایل عملی با حالات توسعه یافته‌ی سیستم‌های دو مرحله‌ای روبه‌رو می‌شوند. به طور مثال این سیستم‌ها می‌توانند دارای ورودی مشترک، خروجی نامطلوب و.... باشند. از این‌رو در سال‌های اخیر، بر اساس رویکردهای ضربی و جمعی تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای، مدل‌های مختلفی جهت ارزیابی عملکرد سیستم‌های دو مرحله‌ای توسعه‌یافته معرفی شده‌اند که بسیاری از آن‌ها با استفاده از نقطه نظر مدیر در انتخاب دیدگاه مشارکتی و غیر مشارکتی، کارایی سیستم و مراحل آن را به‌دست آورده‌اند. به عنوان نمونه ژا و لیانگ

[۵]، با استفاده از دیدگاه مشارکتی، کارایی سیستم‌های دو مرحله‌ای در حضور ورودی‌های مشترک را بررسی کردند. هم‌چنین لی و همکاران [۶] با استفاده از دو دیدگاه مشارکتی و غیرمشارکتی و به‌کارگیری الگوریتم ابتکاری به محاسبه کارایی سیستم‌های دو مرحله‌ای در حضور ورودی اضافی در مرحله دوم پرداختند. امیرتیموری [۷] کارایی سیستم‌های دو مرحله‌ای با منابع مشترک ارزیابی کرد. به منظور محاسبه کارایی سیستم‌های دو مرحله‌ای در حضور خروجی‌های نامطلوب نیز مدلی توسط مقبولی و همکاران [۸] ارایه شد. کائو و هوانگ [۹] مدلی جهت محاسبه کارایی کلی سیستم و مراحل آن در سیستم‌های دو مرحله‌ای چند دوره‌ای، معرفی و با ارایه شاخص بهره‌وری مالم‌کوئیست، به بررسی وضعیت تغییرات کارایی از یک دوره به دوره دیگر متناظر با کل سیستم و مراحل آن پرداختند. هم‌چنین آویلس ساکوتو و همکاران [۱۰] یک مدل تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای دو مرحله‌ای ارایه دادند به گونه‌ای که محصولات میانی، می‌توانند به عنوان خروجی در مرحله دوم در نظر گرفته شوند. امیرتیموری و همکاران [۱۱] نیز مدل‌های جمعی جهت ارزیابی کارایی سیستم‌های دو مرحله‌ای در حضور منابع مشترک ارایه کردند. هم‌چنین لی و همکاران [۱۲] کارایی سیستم‌های دو مرحله‌ای در حضور ورودی و خروجی مشترک را با دیدگاه تجزیه جمعی، محاسبه کردند. گوا و ژو [۱۳] نیز با به‌کارگیری دیدگاه غیرمشارکتی و برنامه‌ریزی پارامتری به ارزیابی کارایی سیستم‌های دو مرحله‌ای پرداختند. پس از آن، تجزیه وزن‌ها و کارایی سیستم‌های دو مرحله‌ای با رویکرد جمعی توسط گوا و همکاران[۱۴] مورد بررسی قرار گرفت. طلوع و همکاران [۱۵] با ارایه مدل رابطه‌ای خطی، به ارزیابی کارایی سیستم‌های دو مرحله‌ای در حضور ورودی‌های مشترک پرداختند. هم‌چنین، به منظور ارزیابی چابکی سازمانی، مدلی بر پایه تحلیل پوششی داده‌های شبکه ای با به‌کارگیری توانمندی های حوزه فناوری اطلاعات در تقابل با محرک‌های محیطی توسط صیادی تورانلو و همکاران[۳۲]، با مطالعه موردی بر روی صنایع کاشی و سرامیک استان یزد ارایه گردید. اسفیدانی و همکاران [۱۶] نیز با به‌کارگیری رویکرد تجزیه جمعی، مدلی جهت محاسبه کارایی سیستم‌های دو مرحله‌ای چند دوره ای، معرفی و شاخص‌هایی با خاصیت مدور متناظر با کل سیستم و مراحل آن، جهت شناسایی پیشرفت یا پسرفت کارایی (و یا عدم تغییر کارایی) از یک دوره به دوره دیگر ارایه دادند. هم چنین جهت ارزیابی عملکرد سیستم‌هایی با ساختار شبکه‌ای، کریمی ثانی و همکاران [۲۳]، با افزودن متغیرهایی به منظور شناسایی داده‌های واسطه‌ای آرمانی، یک مدل بر پایه مدل راسل اصلاح‌شده پیشنهاد دادند. جهت ارزیابی کارایی سیستم‌های دو مرحله‌ای با ورودی‌های اولیه با توزیع آزاد و محصولات میانی مشترک مدلی توسط ایزدی‌خواه و همکاران [۱۷] ارایه گردید.گلشنی و همکاران [۱۸] نیز به محاسبه ابرکارایی سیستم‌های دو مرحله‌ای با رویکردی مبتنی بر متغیرهای کمکی پرداختند. سپس به منظور ارزیابی کارایی سیستم‌های دو مرحله‌ای چند دوره‌ای، مدلی برپایه متغیرهای کمکی توسط اسفیدانی و همکاران [۱۹] معرفی شد که در آن کارایی۲۰ شعبه بانک ملت تهران نیز مورد ارزیابی قرار گرفت. نعمتی و همکاران [۲۰] نیز با در نظر گرفتن تاثیرات جزیی بین ورودی‌ها و خروجی‌ها، به ارزیابی کارایی واحدهایی پرداختند که دارای چندین خط تولید با ساختار شبکه دو مرحله‌ای هستند و هر خط تولید مطابق نیاز خود از ورودی‌ها استفاده می‌کند. هم‌چنین، ژیانگ و همکاران [۲۱] با استفاده از تئوری عدم اطمینان و توسعه مدل‌های شبکه دو مرحله‌ای کلاسیک، مدل‌های شبکه دو مرحله‌ای جدیدی معرفی کردند که

در آن‌ها ورودی‌ها، محصولات میانی و خروجی‌ها متغیرهای نامعینی در نظر گرفته شده‌اند. ارزیابی کارایی سیستم‌های دو مرحله‌ای در حضور داده‌های تصادفی نیز توسط اسفیدانی و همکاران [۲۲] مورد بررسی قرار گرفته است. کیایی و کاظمی متین [۲۴] با به‌کارگیری روش مجموعه مشترک وزن‌ها در تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای دو مرحله‌ای، یک مساله برنامه‌ریزی کسری چند هدفه ارایه داده و سپس با معرفی یک روش بر اساس بردار جداسازی، مساله چند هدفه را به یک مساله برنامه‌ریزی خطی تبدیل کردند و نشان دادند که جواب‌های به‌دست آمده از دو مدل، یکسان می‌باشند. (هم‌چنین ببینید: [۳۱-۲۵]).

۳ بیان مساله

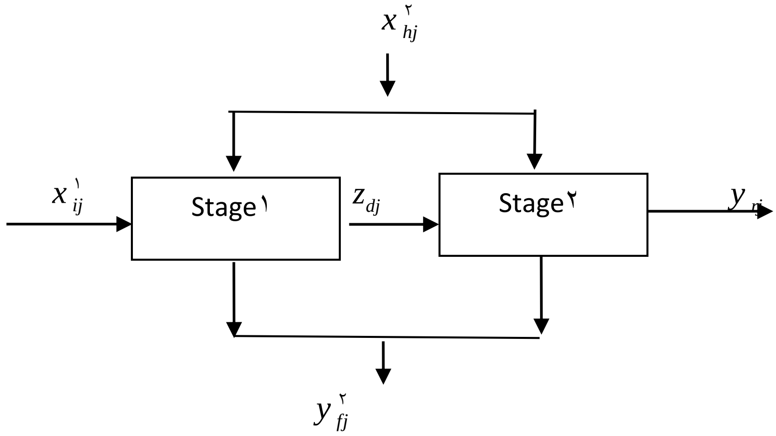
در بسیاری از مسایل دنیای واقعی با ساختار دو مرحله‌ای، بخشی از تولید بر عهده مرحله اول و بخشی نیز بر عهده مرحله دوم می‌باشد و حضور هر دو مرحله در تولید نهایی الزامی است. در چنین مسایلی، استفاده از رویکرد جمعی مناسب نمی‌باشد و به‌کارگیری عملگر ضرب به دلیل دارا بودن خاصیت غیرجبرانی و استفاده از رویکرد ضربی در ارزیابی کارایی سیستم‌ها، اهمیت ویژه‌ای دارد. از طرفی دیگر، در ارزیابی کارایی سیستم‌های دو مرحله‌ای با ورودی‌ها و خروجی‌های مشترک به عنوان حالت توسعه‌یافته‌ای از سیستم‌های دو مرحله‌ای ساده، پیاده‌سازی رویکردهای معرفی‌شده در ادبیات، منجر به مدل غیرخطی‌شده که نمی‌تواند به مساله برنامه‌ریزی خطی تبدیل شود. بنابراین در این مقاله با معرفی رویکرد جدید، مساله را به یک مساله برنامه‌ریزی پارامتری تبدیل کرده و با استفاده از دیدگاه مشارکتی و معرفی الگوریتم ابتکاری، می‌توان کارایی سیستم و مراحل آن و نیز سهم بهینه هر یک از مراحل در استفاده از ورودی‌ها و خروجی‌های مشترک را به‌دست آورد. در پایان به منظور بررسی کاربردی بودن مدل پیشنهادی، از داده های ۱۷ شعبه بانک استفاده می‌شود. ساختار کلی این مقاله به صورت زیر است:

در بخش بعدی به معرفی سیستم‌های دو مرحله‌ای در حضور ورودی‌ها و خروجی‌های مشترک پرداخته می‌شود. سپس با به‌کارگیری دیدگاه مشارکتی، الگوریتم ابتکاری جهت محاسبه کارایی کلی سیستم‌های دو مرحله‌ای و مراحل آن، معرفی می‌شود. در ادامه مدل پیشنهادی بر روی داده های ۱۷ شعبه بانک پیاده‌سازی‌شده و بخش آخر به نتایج و جهت‌گیری تحقیقات آتی می‌پردازد.

٤ سیستم‌های دو مرحله‌ای با ورودی‌ها و خروجی‌های مشترک

شکل ۱ ساختار گرافیکی یک سیستم دو مرحله‌ای با ورودی‌ها و خروجی‌های مشترک را نمایش می‌دهد.

فرض کنید n واحد تصمیم‌گیرنده (DMU) با ساختار دو مرحله‌ای موجود است به گونه‌ای که هر DMU_j $(j=1,\dots,n)$ در مرحله اول با مصرف ورودی اولیه x_j^1 و بخشی از ورودی مشترک x_j^2، خروجی میانی z_j و بخشی از خروجی مشترک y_j^2 را تولید می‌کند و در مرحله دوم با مصرف خروجی میانی تولید شده در مرحله اول z_j و بخشی از ورودی مشترک x_j^2، خروجی نهایی y_j و خروجی مشترک y_j^2 را تولید می‌کند.



شکل ۱. سیستم دو مرحله‌ای با ورودی‌ها و خروجی‌های مشترک

در این سیستم، سهم هر یک از مراحل در استفاده از ورودی مشترک و تولید خروجی مشترک مشخص نیست. لذا به منظور مشخص کردن سهم هر یک از مراحل، از پارامترهای α_{hj}, β_{fj} استفاده می‌شود. (جهت تفسیر بهتر نتایج، فرض بر این است که $\alpha_{hj}, \beta_{fj} \in [۰,۱]$). در این صورت سهم هر DMU_j در مرحله اول و دوم، در استفاده از ورودی مشترک h ام به ترتیب $\alpha_{hj} x_{hj}^{۲}$ و $(۱-\alpha_{hj}) x_{hj}^{۲}$ بوده و نیز سهم مرحله اول و دوم در تولید خروجی مشترک f ام به ترتیب $\beta_{fj} y_{fj}^{۲}$ و $(۱-\beta_{fj}) y_{fj}^{۲}$ می‌باشد.

۵ روش حل(محاسبه کارایی سیستم‌های دو مرحله‌ای در حضور ورودی‌ها و خروجی‌های مشترک)

در این بخش به ارایه مدلی جهت محاسبه کارایی سیستم های دو مرحله ای با ورودی‌ها و خروجی‌های مشترک پرداخته می‌شود. در بسیاری از سیستم های تولیدی دو مرحله ای بخشی از تولید بر عهده مرحله اول و بخشی نیز بر عهده مرحله دوم می‌باشد و لذا حضور هر دو مرحله در تولید نهایی الزامی بوده و کم کاری یک مرحله به وسیله مرحله دیگری قابل جبران نیست. بنابراین در چنین شرایطی، با استفاده از خاصیت غیر جبرانی عملگر ضرب، جهت ارزیابی کارایی سیستم‌های دو مرحله‌ای با ساختار معرفی شده در بخش قبل، مدل ضربی معرفی می‌شود که در آن حضور هر دو مرحله در تولید نهایی الزامی می‌باشد و تابع هدف به صورت میانگین هندسی دو مرحله می‌باشد.

۵-۱ دیدگاه مشارکتی

به منظور ارزیابی کارایی سیستم‌های دو مرحله‌ای با ورودی‌ها و خروجی‌های مشترک با استفاده از رویکرد ضربی، مدل (۱) پیشنهاد می‌شود:

$$\max\ \theta_o=\theta_{o1}\times\theta_{o2}=\frac{\sum_{d=1}^{D}\eta_d z_{do}+\sum_{f=1}^{F}u'_f\beta_{fo}y^2_{fo}}{\sum_{i=1}^{m}v_i x_{io}+\sum_{h=1}^{H}v'_h\alpha_{ho}x^2_{ho}}\times\frac{\sum_{d=1}^{D}u_r y_{ro}+\sum_{f=1}^{F}u'_f(1-\beta_{fo})y^2_{fo}}{\sum_{d=1}^{D}\eta_d z_{do}+\sum_{h=1}^{H}v'_h(1-\alpha_{ho})x^2_{ho}}$$

$$s.t$$

$$\frac{\sum_{d=1}^{D}\eta_d z_{dj}+\sum_{f=1}^{F}u'_f\beta_{fj}y^2_{fj}}{\sum_{i=1}^{m}v_i x_{ij}+\sum_{h=1}^{H}v'_h\alpha_{hj}x^2_{hj}}\le 1\qquad j=1,\dots,n$$

$$\frac{\sum_{d=1}^{D}u_r y_{rj}+\sum_{f=1}^{F}u'_f(1-\beta_{fj})y^2_{fj}}{\sum_{d=1}^{D}\eta_d z_{dj}+\sum_{h=1}^{H}v'_h(1-\alpha_{hj})x^2_{hj}}\le 1\qquad j=1,\dots,n \tag{1}$$

$$v_i, v'_h, \eta_d, u_r, u'_f\ge 0\quad i=1,\dots,m\quad h=1,\dots,H\quad d=1,\dots,D\quad r=1,\dots,s\quad f=1,\dots,F$$

$$0\le\alpha_{hj}\le 1\quad h=1,\dots,H\qquad j=1,\dots,n$$

$$0\le\beta_{fj}\le 1\quad f=1,\dots,F\qquad j=1,\dots,n$$

که در آن θ_{o1} و θ_{o2} به ترتیب بیانگر کارایی مرحله اول و دوم می‌باشند. پارامترهای α_{hj}, β_{fj} نیز به منظور تعیین میزان سهم هر یک از مراحل در استفاده از ورودی‌ها و خروجی‌های مشترک مورد استفاده قرار می‌گیرند. v_i, u_r، وزن‌های متناظر با ورودی اولیه iام در مرحله اول و خروجی نهایی rام در مرحله دوم هستند. هم‌چنین وزن متناظر با ورودی مشترک hام و خروجی مشترک fام به صورت u'_f, v'_h در نظر گرفته شده است. وزن متناظر با محصولات میانی d ام در مرحله اول و دوم به‌طور یکسان به صورت (η_d) فرض شده است. دسته قید اول و دوم در این مدل، تضمین می‌کنند که کارایی مرحله اول و دوم، از یک تجاوز نمی‌کند و لذا کارایی کل سیستم نیز از یک تجاوز نخواهد کرد. هم‌چنین کل سیستم کارا است هرگاه $\theta_o^*=1$.

مدل (۱) غیرخطی است از این رو، بدون خلل به کلیت می‌توان فرض کرد که از نقطه نظر مدیر، مرحله اول اهمیت بیشتری داشته باشد. در این صورت ابتدا کران بالای کارایی مرحله اول از حل مدل (۲) محاسبه می‌شود:

[DOI: 10.71773/jamlu-2024-1-2014]

$$\theta_{o1}^{U*}=\max \quad \frac{\sum_{d=1}^{D}\eta_d z_{do}+\sum_{f=1}^{F}u'_f \beta_{fo} y_{fo}^{2}}{\sum_{i=1}^{m}v_i x_{io}+\sum_{h=1}^{H}v'_h \alpha_{ho} x_{ho}^{2}}$$

$$s.t$$

$$\begin{aligned}
&\frac{\sum_{d=1}^{D}\eta_d z_{dj}+\sum_{f=1}^{F}u'_f \beta_{fj} y_{fj}^{2}}{\sum_{i=1}^{m}v_i x_{ij}+\sum_{h=1}^{H}v'_h \alpha_{hj} x_{hj}^{2}}\le 1 \qquad j=1,\dots,n\\
&\frac{\sum_{d=1}^{D}u_r y_{rj}+\sum_{f=1}^{F}u'_f (1-\beta_{fj}) y_{fj}^{2}}{\sum_{d=1}^{D}\eta_d z_{dj}+\sum_{h=1}^{H}v'_h (1-\alpha_{hj}) x_{hj}^{2}}\le 1 \qquad j=1,\dots,n\\
&v_i, v'_h, \eta_d, u_r, u'_f \ge 0 \quad i=1,\dots,m \quad h=1,\dots,H \quad d=1,\dots,D \quad r=1,\dots,s \quad f=1,\dots,F\\
&0\le \alpha_{hj}\le 1 \quad h=1,\dots,H \qquad j=1,\dots,n\\
&0\le \beta_{fj}\le 1 \quad f=1,\dots,F \qquad j=1,\dots,n
\end{aligned} \tag{2}$$

توجه داریم که مدل(۱) و مدل(۲)، مجموعه قیود یکسانی دارند و این قیود تضمین می‌کنند که کارایی مرحله اول و دوم، از یک تجاوز نمی‌کند. مدل(۲)، بهترین نمره کارایی ممکن برای مرحله اول را تخمین می‌زند. با در نظر گرفتن مقدار بهینه هدف مدل(۲) به صورت θ_{o1}^{U*}، کارایی برای مرحله اول در شرط $\theta_{o1}\in[0,\theta_{o1}^{U*}]$ صدق می‌کند. مدل (۲) با تبدیلات چارنز کوپر و با در نظر گرفتن تغییر متغیرهای $tv'_h=\varphi_h$، $\varphi_h\alpha_{hj}=q_{hj}$، $tv_i=v''_i$، $tu_r=u''_r$، $t\eta_d=w_d$، $tu'_f=t_f$، $t_f\beta_{fj}=n_{fj}$، به فرم خطی تبدیل می‌شود:

$$\theta_{o1}^{U*}=\max \quad \sum_{d=1}^{D}w_d z_{do}+\sum_{f=1}^{F}n_{fo} y_{fo}^{2}$$

$$s.t$$

$$\begin{aligned}
&\sum_{i=1}^{m}v''_i x_{io}+\sum_{h=1}^{H}q_{ho} x_{ho}^{2}=1\\
&\sum_{d=1}^{D}w_d z_{dj}+\sum_{f=1}^{F}n_{fj} y_{fj}^{2}-\sum_{i=1}^{m}v''_i x_{ij}-\sum_{h=1}^{H}q_{hj} x_{hj}^{2}\le 1 \qquad j=1,\dots,n\\
&\sum_{d=1}^{D}u''_r y_{rj}+\sum_{f=1}^{F}t_f y_{fj}^{2}-\sum_{f=1}^{F}n_{fj} y_{fj}^{2}-\sum_{d=1}^{D}w_d z_{dj}-\sum_{h=1}^{H}\varphi_h x_{hj}^{2}+\sum_{h=1}^{H}q_{hj} x_{hj}^{2}\le 1 \qquad j=1,\dots,n\\
&v''_i, \varphi_h, w_d, u''_r, u'_f, t_f \ge 0 \quad i=1,\dots,m \quad h=1,\dots,H \quad d=1,\dots,D \quad r=1,\dots,s \quad f=1,\dots,F\\
&0\le q_{hj}\le \varphi_h \quad h=1,\dots,H \qquad j=1,\dots,n\\
&0\le n_{fj}\le t_f \quad f=1,\dots,F \qquad j=1,\dots,n
\end{aligned} \tag{3}$$

یک جواب شدنی برای مدل (۳) ارایه کنیم. فرض کنید DMU_o، واحد تحت ارزیابی در مدل (۳) باشد. قرار می دهیم:

$$\begin{cases}\max\limits_{i=1,\dots,m}(x_{io})=x_{ko}\\ \bar{v}''=(0,0,\dots,0,\frac{1}{x_{ko}},0,\dots,0)\\ \bar{q}=\vec{o},\bar{\phi}=\vec{o},\bar{n}=\vec{o},\bar{u}=\vec{o},\bar{w}=\vec{o}\end{cases}$$

[DOI: 10.71773/jamlu-2024-1-2014]

در این صورت:

$$\bar{v}''x_o = 1, \sum_{i=1}^{m}\bar{v}''_i x_{io} + \sum_{h=1}^{H} q_{ho} x^2_{ho} = 1+0=1$$

$$\sum_{d=1}^{D}\bar{w}_d z_{dj} + \sum_{f=1}^{F}\bar{n}_{fj} y^2_{fj} - \sum_{i=1}^{m}\bar{v}''_i x_{ij} - \sum_{h=1}^{H}\bar{q}_{hj} x^2_{hj} = 0+0-\sum_{i=1}^{m}\bar{v}''_i x_{io} - 0 = -\sum_{i=1}^{m}\bar{v}''_i x_{io} \le 0$$

$$\sum_{d=1}^{D}u''_r y_{rj} + \sum_{f=1}^{F} t_f y^2_{fj} - \sum_{f=1}^{F} n_{fj} y^2_{fj} - \sum_{d=1}^{D} w_d z_{dj} - \sum_{h=1}^{H}\varphi_h x^2_{hj} + \sum_{h=1}^{H} q_{hj} x^2_{hj} = 0 \le 0$$

لذا می توان نتیجه گرفت که $(\bar{v}, \bar{q}, \bar{\phi}, \bar{n}, \bar{u}, \bar{w})$ یک جواب شدنی برای مدل (۳) می باشد. اکنون کارایی کلی سیستم به عنوان تابعی از θ_{o1} می‌تواند به صورت مدل(۴) در نظر گرفته شود:

$$\theta_o^{1*} = \max \ \theta_{o1} \times \frac{\sum_{d=1}^{D} u_r y_{ro} + \sum_{f=1}^{F} u'_f (1-\beta_{fo}) y^2_{fo}}{\sum_{d=1}^{D}\eta_d z_{do} + \sum_{h=1}^{H} v'_h (1-\alpha_{ho}) x^2_{ho}}$$

$$s.t$$

$$\frac{\sum_{d=1}^{D}\eta_d z_{dj} + \sum_{f=1}^{F} u'_f \beta_{fj} y^2_{fj}}{\sum_{i=1}^{m} v_i x_{ij} + \sum_{h=1}^{H} v'_h \alpha_{hj} x^2_{hj}} \le 1 \qquad j=1,\dots,n$$

$$\frac{\sum_{d=1}^{D} u_r y_{rj} + \sum_{f=1}^{F} u'_f (1-\beta_{fj}) y^2_{fj}}{\sum_{d=1}^{D}\eta_d z_{dj} + \sum_{h=1}^{H} v'_h (1-\alpha_{hj}) x^2_{hj}} \le 1 \qquad j=1,\dots,n$$

$$\frac{\sum_{d=1}^{D}\eta_d z_{do} + \sum_{f=1}^{F} u'_f \beta_{fo} y^2_{fo}}{\sum_{i=1}^{m} v_i x_{io} + \sum_{h=1}^{H} v'_h \alpha_h x^2_{ho}} = \theta_{o1} \qquad (۴)$$

$$\theta_{o1} \in [0, \theta_{o1}^{U*}]$$

$$v_i, v'_h, \eta_d, u_r, u'_f \ge 0 \quad i=1,\dots,m \quad h=1,\dots,H \quad d=1,\dots,D \quad r=1,\dots,s \quad f=1,\dots,F$$

$$0 \le \alpha_{hj} \le 1 \quad h=1,\dots,H \quad j=1,\dots,n$$

$$0 \le \beta_{fj} \le 1 \quad f=1,\dots,F \quad j=1,\dots,n$$

۲-۵ الگوریتم ابتکاری

در این قسمت به معرفی الگوریتم ابتکاری جهت حل مدل (۴) پرداخته می‌شود. با توجه به این‌که مدل (۴)، یک مساله برنامه‌ریزی پارامتری است، ابتدا t به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$t = \frac{1}{\sum_{d=1}^{D}\eta_d z_{do} + \sum_{h=1}^{H} v'_h (1-\alpha_{ho}) x^2_{ho}}$$

[DOI: 10.71773/jamlu-2024-1-2014]

حال با استفاده از تبدیلات $tv'_h=\varphi_h$ ، $\varphi_h\alpha_{hj}=q_{hj}$ ، $tv_i=v''_i$ ، $tu_r=u''_r$ ، $t\eta_d=w_d$ ، $tu'_f=t_f$ ، $t_f\beta_{fj}=n_{fj}$ ، مدل به فرم ساده‌تر (۵) تبدیل می‌شود:

$$
\begin{aligned}
&\theta_o^{1*}=\max\ \theta_{o1}\times(\sum_{d=1}^{D}u''_r y_{ro}+\sum_{f=1}^{F}t_f y_{fo}^{2}-\sum_{f=1}^{F}n_{fo}y_{fo}^{2})\\
&s.t\\
&\quad\sum_{d=1}^{D}w_d z_{do}+\sum_{h=1}^{H}\varphi_h x_{ho}^{2}-\sum_{h=1}^{H}q_{ho}x_{ho}^{2}=1\\
&\quad\sum_{d=1}^{D}w_d z_{dj}+\sum_{f=1}^{F}n_{fj}y_{fj}^{2}-\sum_{i=1}^{m}v''_i x_{ij}+\sum_{h=1}^{H}q_{hj}x_{hj}^{2}\le 0 \qquad j=1,\ldots,n\\
&\quad\sum_{d=1}^{D}u''_r y_{rj}+\sum_{f=1}^{F}t_f y_{fj}^{2}-\sum_{f=1}^{F}n_{fj}y_{fj}^{2}-\sum_{d=1}^{D}w_d z_{dj}-\sum_{h=1}^{H}\varphi_h x_{hj}^{2}+\sum_{h=1}^{H}q_{hj}x_{hj}^{2}\le 0 \qquad j=1,\ldots,n\\
&\quad\sum_{d=1}^{D}w_d z_{do}+\sum_{f=1}^{F}t_f y_{fo}^{2}=\theta_{o1}\times(\sum_{i=1}^{m}v''_i x_{io}+\sum_{h=1}^{H}q_{ho}x_{ho}^{2})\\
&\quad\theta_{o1}\in(0,\theta_{o1}^{U*}]\\
&\quad v''_i,\varphi_h,w_d,u''_r,t_f\ge 0 \quad i=1,\ldots,m\ \ h=1,\ldots,H\ \ d=1,\ldots,D\ \ r=1,\ldots,s\ \ f=1,\ldots,F\\
&\quad 0\le q_{hj}\le\varphi_h \quad h=1,\ldots,H \quad j=1,\ldots,n\\
&\quad 0\le n_{fj}\le t_f \quad f=1,\ldots,F \quad j=1,\ldots,n
\end{aligned}
\tag{5}
$$

حال پارامتر از قبل تعیین شده ε (که توسط مدیر انتخاب می‌شود) را به عنوان طول گام در نظر گرفته و فرض کنید برای هر گام k ، $\theta_{o1}(k)=\theta_{o1}^{U*}-k\varepsilon$ است که در آن: $k=0,1,2,\ldots,[k^{\max}]+1$ و $[k^{\max}]\le\dfrac{\theta_{o1}^{U*}(k)}{\varepsilon}$ (انتخاب مقدار بسیار کوچک ε نقش مهمی در به‌دست آوردن مقادیر جواب‌های بهینه دارد، در واقع هر چه مقدار ε کوچک‌تر انتخاب شود، نتایج دقیق‌تری به‌دست می‌آید). به منظور حل مدل(۵)، ابتدا مقدار اولیه $k=0$ در نظر گرفته شده و در هر گام، مقدار آن افزایش می‌یابد. در هر گام، متناظر با هر k ، مقدار $\theta_{o1}(k)$ بدست آمده و سپس مدل (۵) جهت به‌دست آوردن مقدار بهینه $\theta_o^{1}(k)$ محاسبه می گردد. بنابراین کارایی کلی سیستم می‌تواند به صورت $\theta_o^{1*}=\max_k\theta_o^{1}(k)$ تخمین زده شود. سپس کارایی مرحله اول با استفاده از $\theta_{o1}(k^*)=\theta_{o1}^{U*}-k^*\varepsilon$ محاسبه می‌شود. در پایان، کارایی مرحله دوم از رابطه $\theta_{o2}^{-}=\dfrac{\theta_o^{1*}}{\theta_{o1}(k^*)}$ محاسبه می‌شود. این الگوریتم به صورت زیر خلاصه شده است:

۱- ε را به عنوان یک پارامتر از قبل تعیین شده در نظر گرفته و قرار می‌دهیم: $[k^{\max}]\le\dfrac{\theta_{o1}^{U*}}{\varepsilon}$

۲- متناظر با هر $k=0,1,2,\ldots,[k^{\max}]+1$ ، مقادیر $\theta_{o1}(k)$ را از رابطه $\theta_{o1}(k)=\theta_{o1}^{U*}-k\varepsilon$ محاسبه می کنیم.

۳- مدل (۵) را متناظر با هر k جهت محاسبه $\theta_o^{1}(k)$ حل می کنیم.

۴- θ_o^{1*} را از رابطه $\theta_o^{1*}=\max_k\theta_o^{1}(k)$ محاسبه می کنیم.

۵- متناظر با $k^*=\min\left\{k\,\middle|\,\theta_o^{1*}=\theta_o^{1}(k)\right\}$ ، $\theta_{o1}(k^*)$ را به عنوان کارایی مرحله اول، محاسبه می کنیم.

[DOI: 10.71773/jamlu-2024-1-2014]

۶- کارایی مرحله دوم نیز از رابطه $\theta_{o2}^{-} = \frac{\theta_{o}^{1*}}{\theta_{o1}(k^{*})}$ به‌دست می‌آید.

پس از محاسبه کارایی کلی سیستم و مراحل آن، می‌توان نتیجه گرفت که کل سیستم کارا است اگر و تنها اگرمرحله اول و دوم کارا باشند. در صورتی‌که از دیدگاه مدیر، مرحله دوم اهمیت بیشتری داشته باشد الگوریتم فوق به طور مشابه برای مرحله دوم تکرار می‌شود.

٦ مثال عددی

لی و همکاران [۱۲] جهت ارزیابی کارایی سیستم‌های دو مرحله‌ای در حضور ورودی‌ها و خروجی‌های مشترک با استفاده از رویکرد جمعی، از داده‌های ۱۷ شعبه بانک چین به عنوان ۱۷ واحد تصمیم‌گیرنده با ساختار دو مرحله‌ای استفاده کردند به گونه‌ای که هر شعبه دارای ورودی‌ها و خروجی‌های مشترک می‌باشد. در این ارزیابی "کارمندان" و "دارایی های ثابت" به عنوان ورودی‌های مشترک و "هزینه" به عنوان ورودی اولیه در نظر گرفته شده اند. هم‌چنین "وام" و "سود" به ترتیب خروجی نهایی و خروجی مشترک و "وام بین بانکی" و "اعتبارات" نیز محصولات میانی می‌باشند. در این قسمت نیز به منظور بررسی کاربرد رویکرد پیشنهادی و مقایسه نتایج با رویکرد جمعی لی و همکاران[۱۲]، داده‌های بانک به مدل پیشنهادی اعمال می‌شوند. بنابراین کارایی کلی، کارایی مرحله اول و دوم با استفاده از دیدگاه مشارکتی و الگوریتم ابتکاری ارایه‌شده در بخش قبل و نیز مقادیر بهینه پارامترهای α_{1j}، و α_{2j} و β_{1j} جهت تعیین سهم هر یک از مراحل در استفاده از ورودی‌ها و خروجی‌های مشترک، با نرم‌افزار گمز محاسبه و نتایج در جدول ۱ ارایه شده است.

توجه داریم که کارایی کل سیستم به صورت حاصل‌ضرب کارایی مراحل است و یک واحد تصمیم‌گیرنده کاراست اگر و فقط اگر در هر دو مرحله کارا باشد. بر اساس نتایج محاسباتی ذکر شده در جدول ۱، تمامی واحدها در کل سیستم و مرحله دوم، ناکارا می‌باشند و DMU_{5} تنها واحد کارا در مرحله اول است و بالاترین نمره کارایی را در کل سیستم دارا است. پایین‌ترین کارایی در کل سیستم و مرحله اول به ترتیب متعلق به DMU_{16} و DMU_{17} با نمرات ۰/۱۱۳۸ و ۰/۳۶۸۷ است. بهترین و بدترین کارایی در مرحله دوم نیز به ترتیب به DMU_{4} و DMU_{13} تعلق دارد. براساس نتایج بدست آمده از رویکرد جمعی لی و همکاران[۱۲]، DMU_{1}، DMU_{5}، DMU_{6}، DMU_{15} و DMU_{17}، واحدهایی کارا می‌باشند اما با توجه به نتایج مدل پیشنهادی، هیچ یک از واحدها در کل سیستم کارا نمی‌باشند. هم‌چنین در بین واحدهای ناکارای رویکرد جمعی، DMU_{12} دارای بالاترین نمره کارایی می‌باشند و این در حالی است که بالاترین نمره کارایی در رویکرد ضربی به ترتیب به DMU_{5} تعلق دارد. هم چنین ، پایین ترین نمره کارایی در هر دو رویکرد به DMU_{13} تعلق دارد. تفسیر مشابهی نیز می‌توان برای مرحله اول و دوم نیز نوشت. توجه داریم که کارایی کلی مدل پیشنهادی کوچک‌تر مساوی کارایی مدل لی و همکاران می‌باشد.

[DOI: 10.71773/jamlu-2024-1-2014]

جدول ۱. نتایج مدل پیشنهادی

DMU	کارایی کلی	کارایی مرحله اول	کارایی مرحله دوم	α_{1j}	α_{2j}	β_{1j}
۱	۰/۲۸۸۵	۰/۵۶۰۲	۰/۵۱۵۰	۰/۶۶۷۵	۰/۸۲۰۳	۰/۵۴۳۰
۲	۰/۵۸۴۹	۰/۷۱۰۰	۰/۸۲۳۹	۰/۳۰۱۲	۰/۶۸۶۱	۰/۴۲۷۶
۳	۰/۲۰۲۸	۰/۶۳۱۴	۰/۳۲۱۰	۰/۱۵۲۳	۰/۶۵۸۸	۰/۶۶۸۰
۴	۰/۳۶۵۳	۰/۴۴۰۰	۰/۸۳۰۳	۰/۴۶۱۳	۰/۷۷۲۴	۰/۶۳۲۸
۵	۰/۵۸۶۰	۱	۰/۵۸۶۰	۰/۳۱۶۴	۰/۶۲۱۹	۰/۳۸۵۹
۶	۰/۳۱۷۸	۰/۵۱۰۲	۰/۶۲۳۰	۰/۸۲۳۰	۰/۷۵۶۶	۰/۵۲۳۵
۷	۰/۲۹۸۴	۰/۶۶۱۵	۰/۴۵۱۲	۰/۶۹۸۵	۰/۷۱۲۷	۰/۲۰۱۳
۸	۰/۳۱۰۷	۰/۵۵۰۰	۰/۵۶۵۰	۴۸۵۳	۰/۷۶۳۵	۰/۷۳۵۲
۹	۰/۲۲۷۳	۰/۷۶۵۰	۰/۲۹۷۲	۰/۳۳۸۰	۰/۶۸۹۲	۰/۵۵۱۸
۱۰	۰/۳۳۴۷	۰/۵۶۸۰	۰/۵۸۹۳	۰/۲۶۴۳	۰/۵۶۵۸	۰/۷۵۸۱
۱۱	۰/۳۷۶۰	۰/۷۰۲۵	۰/۵۳۵۳	۰/۷۳۰۲	۰/۶۵۸۸	۰/۷۱۳۳
۱۲	۰/۳۳۹۴	۰/۶۲۰۲	۰/۵۴۷۳	۰/۶۹۳۸	۰/۴۵۱۸	۰/۴۷۳۳
۱۳	۰/۱۰۱۷	۰/۵۲۲۴	۰/۱۹۴۸	۰/۶۱۸۰	۰/۱۷۲۰	۰/۳۰۱۴
۱۴	۰/۲۳۲۳	۰/۴۶۰۵	۰/۵۰۶۸	۰/۵۴۲۹	۰/۶۴۸۵	۰/۱۸۱۳
۱۵	۰/۱۵۲۴	۰/۵۱۶۸	۰/۲۹۴۹	۰/۷۹۳۵	۰/۳۷۸۲	۰/۱۹۵۵
۱۶	۰/۱۱۳۸	۰/۴۷۰۵	۰/۲۴۱۹	۰/۶۴۴۰	۰/۵۹۹۰	۰/۳۶۷۱
۱۷	۰/۱۷۸۴	۰/۳۶۸۷	۰/۴۸۳۹	۰/۴۹۰۶	۰/۲۴۹۶	۰/۵۵۶۰

بالاترین مقدار پارامتر α_{1j} برای مرحله اول در استفاده از ورودی مشترک اول، در مدل پیشنهادی و مدل لی و همکاران به ترتیب به DMU_6 با مقدار ۰/۸۲۳۰ و DMU_1 با مقدار ۰/۷۳۳۳ تعلق دارد. هم‌چنین DMU_3 و DMU_9 پایین‌ترین مقدار α_{1j} را برای مرحله اول در استفاده از ورودی مشترک اول به ترتیب در مدل پیشنهادی و مدل لی و همکاران دارند. بیشترین مقدار α_{2j} برای مرحله اول در استفاده از ورودی مشترک دوم در هر دو مدل به DMU_1 و پایین‌ترین مقدار نیز در مدل پیشنهادی و مدل لی و همکاران به ترتیب به DMU_{13} و DMU_6 تعلق دارد. هم‌چنین در مدل پیشنهادی، DMU_{10} در مرحله اول، دارای بیشترین مقدار β_{1j} در تولید خروجی مشترک می‌باشد. در مدل لی و همکاران نیز DMU_1 در مرحله اول، دارای بالاترین مقدار β_{1j} در تولید خروجی مشترک می‌باشد. برای مرحله دوم مقادیر پارامترها جهت استفاده از ورودی‌های مشترک و تولید خروجی‌های مشترک به ترتیب به صورت $(1-\alpha_{1j})$، $(1-\alpha_{2j})$ و $(1-\beta_{1j})$ می‌باشد . از این رو بالاترین میزان $(1-\alpha_{1j})$ و $(1-\alpha_{2j})$ جهت استفاده از ورودی های مشترک در مرحله دوم به ترتیب برابر با ۰/۸۴۷۰ و ۰/۸۲۸۰ است. هم چنین پایین ترین مقدار $(1-\beta_{1j})$ برابر با ۰/۲۴۱۹و متناظر با DMU_{10} می باشد. هم چنین می‌توان تفسیر مشابهی نیز برای سایر واحد ها انجام داد.

[DOI: 10.71773/jamlu-2024-1-2014]

۷ نتیجه‌گیری و پیشنهادها

در بسیاری از سیستم‌های تولیدی، واحدهای تصمیم‌گیرنده دارای ساختار شبکه‌ای می‌باشند که از مهم‌ترین آن‌ها می‌توان به سیستم‌های دو مرحله‌ای اشاره کرد. تاکنون مدل‌های متعددی جهت ارزیابی کارایی سیستم‌های دو مرحله‌ای ساده و ساختارهای توسعه‌یافته آن ارایه شده‌اند. یکی از مهم‌ترین رویکردها در ارزیابی کارایی این سیستم‌ها ، رویکرد مشارکتی می‌باشد. در این مقاله، به ارزیابی کارایی سیستم‌های دو مرحله‌ای با ورودی‌ها و خروجی‌های مشترک، در شرایطی که حضور مراحل به طور هم‌زمان در تولید نهایی الزامی است و ورودی‌های مشترک و نیز خروجی‌های مشترک بین مرحله اول و دوم توزیع می‌شوند، پرداخته شد. در واقع با استفاده از خاصیت غیر جبرانی عملگر ضرب، مدلی معرفی گردید که در آن کارایی کلی سیستم به صورت میانگین هندسی کارایی مراحل تجزیه می‌شود. به منظور حل مدل پیشنهادی، با معرفی رویکرد مشارکتی و با فرض این‌که یکی از مراحل از نظر مدیر اهمیت بیشتری داشته باشد (مثلا مرحله اول)، ابتدا بازه کارایی برای مرحله اول محاسبه و سپس با استفاده از الگوریتم ابتکاری معرفی‌شده، کارایی کلی سیستم و مراحل محاسبه شدند به گونه‌ای که علاوه بر محاسبه کارایی، سهم بهینه هر یک از مراحل در استفاده از ورودی‌های مشترک و تولید خروجی‌های مشترک شناسایی شدند در پایان مدل پیشنهادی بر روی داده‌های ۱۷ شعبه بانک به کمک نرم افزار گمز پیاده‌سازی شد و نتایج به‌دست آمده با نتایج لی و همکاران[۱۲] مقایسه گردید. رویکرد پیشنهادی می‌تواند جهت ارزیابی کارایی سیستم‌های دو مرحله‌ای توسعه‌یافته با استفاده از مدل‌های مبتنی بر متغیرهای کمکی نیز به‌کارگرفته شود.

منابع

[1] Charnes, A., Cooper, W.W., Rhodes, E., (1978). Measuring the efficiency of decision making units. Eur J Oper Res, 2, 429-444.

[2] Seiford, L.M., Zhu, J., (1999). Profitability and marketability of the top 55 US commercial Banks. Manag. Sci, 45, 1270–1288.

[3] Kao, C., Hwang, S.N., (2008). Efficiency decomposition in two-stage data envelopment analysis: An application to non-life insurance companies in Taiwan. Eur J Oper Res, 185, 418–429.

[4] Chen, Y., Cook, W.D., Ning, L., Zhu, J., (2009). Additive efficiency decomposition in two-stage DEA. Eur J Oper Res, 196, 1170–1176.

[5] Zha, Y., Liang, L., (2010). Two-stage cooperation model with input freely distributed among the stages. Eur J Oper Res, 205(2), 332-338.

[6] Li, Y., Chen, Y., Liang, L., Xie, J., (2012). DEA models for extended two-stage network structures. Omega, 40, 611–618.

[7] Amirteimoori, A., (2013). A DEA two-stage decision processes with shared resources. Cent Eur J Oper Res, 21, 141–151.

[8] Maghbouli, M., Amirteimoori, A., Kordrostami, S., (2014). Two-stage network structures with undesirable outputs: A DEA based approach. Measurement, 48, 109–118.

[9] Kao, C., Hwang, S.N., (2014). Multi-period efficiency and Malmquist productivity index in two-stage production systems. Eur J Oper Res, 232, 512–521.

[10] Aviles-Sacoto, S., Cook, W.D., Imanirad, R., Zhu, J., (2015). Two-stage network DEA: when intermediate measures can be treated as outputs from the second stage. Journal of the Operational Research Society, 66(11), 1868–1877.

[11] Amirteimoori, A., Despotis, K., Kordrostami, S., Azizi, H., (2016). Additive models for network data envelopment analysis in the presence of shared resources. Transp Res, D Transp Environ, 48, 411-424.

[12] Li, L., Dai, Q., Huang, H., Wang, S., (2016). Efficiency decomposition with shared inputs and outputs in two – stage DEA. Journal of Systems Science and Systems Engineering, 25(1), 23-38.

[DOI: 10.71773/jamlu-2024-1-2014]

[13] Guo, C., Zhu, J., (2017). Non-cooperative Two-stage Network DEA Model: Linear vs. Parametric Linear. Eur J Oper Res, 258(1), 398-400.
[14] Guo, C., Abbasi Shureshjani, R., Foroughi, A.A., Zhu, J., (2017). Decomposition weights and overall efficiency in two-stage additive network DEA. Eur J Oper Res, 257(3), 896–906.
[15]Toloo, M., Emrouznejad, A., Moreno, P., (2017). A linear relational DEA model to evaluate two-stage processes with shared inputs. Comp. Appl. Math, 36(1), 45–61.
[16] Esfidani, S., Hosseinzadeh Lotfi, F., Razavyan, S., Ebrahimnejad, A., (2018). Efficiency changes index in the network data envelopment analysis with non-radial model. Asian-European Journal of Mathematics, 13(1).
[17] Izadikhah, M., Tavana, M., Caprio, D.D., Santos-Arteaga, F.J., (2018). A novel two-stage DEA production model with freely distributed initial inputs and shared intermediate outputs. Expert Systems with Applications, 99(1), 213-230.
[18] Golshani, H., Khoveyni, M., Bagherzadeh Valami, H., Eslami, R., (2019). A slack-based super efficiency in a two-stage network structure with intermediate measures. Alexandria Engineering Journal, 58(1), 393-400.
[19] Esfidani, S., Hosseinzadeh Lotfi, F., Razavyan, S., Ebrahimnejad, A., (2019). A Slacks-based measure approach for efficiency decomposition in multi-period two–stage systems. RAIRO-Operation Research, DOI: https://doi.org/10.1051/ro/2019113.
[20] Nemati, M., Kazemi Matin, R., Toloo, M., (2020). A two-stage DEA model with partial impacts between inputs and outputs: application in refinery industries. Ann Oper Res. https://doi.org/10.1007/s10479-020-03665-x.
[21]Jiang, B., Chen, H., Li, J., Lio, W., (2020). The uncertain two-stage network DEA models. Soft Computing. https://doi.org/10.1007/s00500-020-05157-3.
[22] Esfidani, S., Hosseinzadeh Lotfi, F., Razavyan, S., Ebrahimnejad, A., (2020). Efficiency of two–stage systems in stochastic DEA. Journal of Mathematical Extension.
[23] Karimi Sani, M.A., Baradaran, V., Mostafaei, A., (2021). Developing the Modified Russell Model for Decision Making Units under General Two-Stage Structure with the Effect of Intermediate Data on the Efficiency. Journal of Operational Research and Its Applications, 18 (3) :139-160.
[24] Kiaei, H., Kazemi Matin, R., (2020). Common set of weights and efficiency improvement on the basis of separation vector in two-stage network data envelopment analysis. Mathematical Sciences, 14, 53–65.
[25]Abdali, E., Fallahnejad, R., (2020). A bargaining game model for measuring efficiency of two-stage network DEA with non-discretionary inputs. International Journal of Computer Mathematics: Computer Systems Theory, 5(1).
[26] Amirteimoori A., Azizi, H., Kordrostami, S., (2020). Double Frontier Two-Stage Fuzzy Data Envelopment Analysis. International Journal of Uncertainty, Fuzziness and Knowledge-Based Systems, 28(01), 117-152.
[27] Despotis, D. K., Sotiros, D., Koronakos, G.R., (2016). Composition versus decomposition in two-stage network DEA: a reverse approach. J Prod Anal, 45, 71–87.
[28] Despotis, D. K., Sotiros, D., Koronakos, G.R., (2016). The "weak-link” approach to network DEA for two-stage processes. Eur J Oper Res, 254(2), 481-492.
[29] Izadikhah, M., Farzipoor Saen, R., (2016). Evaluating sustainability of supply chains by two-stage range directional measure in the presence of negative data. Transportation Research Part D: Transport and Environment, 49, 110–126.
[30] Li, H., Chen, C., Cook, W.D., Zhang, J., Zhu, J., (2018). Two-stage network DEA: Who is the leader? Omega, 74, 15-19.
[31] MA, J., (2015). A two-stage DEA model considering shared inputs and free intermediate measures. Expert Systems with Applications 42, 4339–4347.
[32] Sayyadi tooranloo, H., Zanjirchi, S.M., Karami, M., (2017). A Framework for Assessing Organizational Agility Emphasizing the the Role of Information Technology Through Using Network DEA. A Case Study of Ceramic and Tile Industry in Yazd Province. Journal of Operational Research and Its Applications, 14(2),19-40.

[DOI: 10.71773/jamlu-2024-1-2014]